OPERE
DI
GALILEO GALILEI
DIVISE IN QUATTRO TOMI,

In questa nuova Edizione accresciute
di molte cose inedite.

TOMO TERZO.

IN PADOVA, MDCCXLIV.
Nella Stamperia del Seminario.
Appresso Gio: Manfrè.

Delle Cose contenute nel Terzo Tomo.

Po-

INDICE

Delle Cose contenute nel Terzo Tomo.

Po-

DIS-

DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE

Intorno a due nuove ſcienze attenenti alla Meccanica, ed ai Movimenti Locali

DI GALILEO GALILEI

Linceo, Filoſofo, e Matematico primario del Sereniſſimo

GRAN DUCA DI TOSCANA

Con un' Appendice del centro di gravità d' alcuni Solidi.

ALL' ILLUSTRISSIMO SIGNORE IL SIG.

CONTE DI NOAILLES

Conſiglier di S. M. Criſtianiſſima, Cavalier dell' Ordine di Santo Spirito: Mariſcalco de' ſuoi Campi, ed Eſerciti: Siniſcalco, e Governatore di Roerga, e Luogotenente per S. M. in Orvegna; Mio Sig. e Padr. Colendiſs.

ILLUSTRISSIMO SIG.

Iconoſco per un effetto della magnanimità di V. S. Illuſtriſs. quanto gli è piaciuto diſporre di queſta Opera mia; non oſtante che (come ella ſa) confuſo, e sbigottito da i mal fortunati ſucceſſi di altre mie Opere, avendo meco medeſimo determinato di non eſporre in pubblico mai più alcuna delle mie fatiche, ma ſolo, acciò del tutto non reſtaſſero ſepolte, eſſendomi perſuaſo di laſciarne copia manoſcritta in luogo conſpicuo almeno a molti intelligenti delle materie da me trattate: e perciò avendo fatto elezione, per lo primo e più illuſtre luogo, di depoſitarle in mano di V. S. Illuſtriſs. ſicuro, che per ſua particolare affezione verſo di me, avrebbe avuto a cuore la conſervazione de' miei 479

miei ſtudi, e delle mie fatiche; e perciò nel ſuo paſſaggio di qua, ritornando dalla ſua Ambaſciata di Roma, fui a riverirla perſonalmente, ſiccome più volte aveva fatto per lettere, e con tale incontro preſentai a V. S. Illuſtriſs. la copia di queſte due Opere, che allora mi trovava avere in pronto, le quali benignamente moſtrò di gradire molto, e di eſſere per farne ſicura conſerva; e col parteciparle in Francia a qualche amico ſuo, perito di queſte ſcienze, moſtrare, che ſebbene io taceva, non però paſſava la vita del tutto oziosamente. Andava di poi apparecchiandomi di mandarne alcune altre copie in Germania, in Fiandra, in Inghilterra, in Iſpagna, e forſe anche in qualche luogo d' Italia, quando improvviſamente vengo dagli Elzeviri avviſato, come hanno ſotto il torchio queſte mie Opere, e che però io debba prendere riſoluzione circa la Dedicatoria, e prontamente mandargli il mio concetto ſopra di ciò. Moſſo da queſta inopinata, e inaſpettata nuova, ſono andato meco medeſimo concludendo, che la brama di V. S. Illuſtriſs. di ſuſcitare, e ampliare il nome mio, col partecipare a diverſi i miei ſcritti, abbia cagionato, che ſieno pervenuti nelle mani de' detti Stampatori; li quali eſſendoſi adoperati in pubblicare altre mie Opere, abbiano voluto onorarmi di mandarle alla luce ſotto le loro belliſſime e ornatiſſime ſtampe. Perciò queſti miei ſcritti debbono riſentirſi, per aver avuta la ſorte d' andar nell' arbitrio d' un sì gran Giudice, il quale, nel maraviglioſo concorſo di tante Virtù, che rendono V. S. Illuſtriſsima ammirabile a tutti, ella con incomparabile magnanimità, per zelo anco del ben pubblico, a cui gli è paruto che queſta mia Opera doveſſe conferire, ha voluto allargargli i termini, ed i confini dell' onore. Sicchè eſſendo il fatto ridotto in cotale ſtato, è ben ragionevole, che io con ogni ſegno più conſpicuo mi dimoſtri grato riconoſcitore del generoſo affetto di V. S. Illuſtriſs. che ha avuto a cuore di accreſcermi la mia fama, con farle ſpiegar le ale liberamente ſotto il Cielo aperto, dove che a me pareva aſſai dono, che ella reſtaſſe in iſpazj più anguſti. Per tanto al nome voſtro, Illuſtriſſimo Signore, conviene che io dedichi, e conſacri queſto mio parto, al che fare mi ſtrigne non ſolo il cumulo degli obblighi, che le tengo, ma l' intereſſe ancora, il quale (ſiami lecito così dire) mette in obbligo V. S. Illuſtriſſima di difendere la mia riputazione contro a chi voleſſe offenderla: mentre ella mi ha poſto in iſteccato contro a gli avverſarj. Onde facendomi avanti ſotto il ſuo ſtendardo, e protezione umilmente me le inchino, con augurarle per premio di queſte ſue grazie il colmo d' ogni felicità, e grandezza.

480

D' Arcetri li 6. Marzo 1638.

Di V. S. Illuſtriſs.

Devot. Servo
Galileo Galilei.

GIOR.

GIORNATA PRIMA.

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO, E SIMPLICIO.

Salv. Argo campo di filosofare agl' intelletti speculativi parmi, che porga la frequente pratica del famoso Arsenale di Voi, Signori Veneziani, ed in particolare in quella parte, che Meccanica si domanda: attesochè quivi ogni sorta di strumento, e di macchina vien continuamente posta in opera da numero grande di artefici, tra i quali e per l' osservazioni fatte dai loro antecessori, e per quelle, che di propria avvertenza vanno continuamente per se stessi facendo, è forza, che ve ne sieno dei peritissimi, e di finissimo discorso.

481 Tom. 2. Ed. Fior.

Sagr. V. S. non s'inganna punto: ed io, come per natura curioso, frequento per mio diporto la visita di questo luogo, e la pratica di questi, che noi per certa preminenza, che tengono sopra il resto della maestranza, domandiamo Proti; la conferenza dei quali mi ha più volte ajutato nell' investigazione della ragione di effetti non solo maravigliosi, ma reconditi ancora, e quasi inopinabili: è vero, che talvolta anco mi ha messo in confusione, e in disperazione di poter penetrare, come possa seguire quello, che lontano da ogni mio concetto mi dimostra il senso esser vero; e pur quello, che poco fa ci diceva quel buon vecchio, è un dettato, ed una proposizione bene assai vulgata; ma però io la reputava in tutto vana, come molte altre, che sono in bocca dei poco intelligenti, credo, da loro introdotte per mostrar di saper dir qualche cosa intorno a quello, di che non son capaci.

Salv. V.S. vuol forse dire di quell' ultimo pronunziato, che ei proferì, mentre ricercavamo d' intendere, per qual ragione facevano tanto maggior apparecchio di sostegni, armamenti, ed altri ripari, e fortificazioni intorno a quella gran Galeazza, che si doveva varare, che non si fa intorno a' Vascelli minori, dove egli rispose ciò farsi per evitare il pericolo di direnarsi, oppressa dal gravissimo peso della sua vasta mole, inconveniente, al quale non son soggetti i legni minori?

Sagr. Di cotesto intendo, e sopra tutto dell' ultima conclusione, che ei soggiunse, la quale io ho sempre stimata concetto vano del vulgo: cioè, che in queste, ed altre simili macchine non bisogna argomentare dalle piccole alle grandi; perchè molte invenzioni di macchine riescono in piccolo, che in grande poi non sussistono. Ma essendo che tutte le ragioni della Meccanica hanno i fondamenti loro nella Geometria, nella quale non vedo, che la grandezza, e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i cilindri, i coni, e qualunque altre figure solide soggette ad altre passioni queste, e ad altre quelle, quando la macchina grande sia fabbricata in tutti i suoi membri conforme alle proporzioni della minore, che sia valida, e resistente all' esercizio, al quale ella è destinata, non so vedere, perchè essa ancora non sia esente dagl' incontri, che sopraggiugner gli possono sinistri, e destruttori.

482

Salv. Il detto del vulgo è assolutamente vano, e talmente vano, che il suo contrario si potrà profferire con altrettanta verità, dicendo, che molte macchine si potranno far più perfette in grande, che in piccolo, come per esempio un Oriuolo, che mostri, e batta le ore, più giusto si farà di una tal grandezza,

che di un' altra minore. Con miglior fondamento usurpano quel medesimo detto altri più intelligenti, i quali della riuscita di tali macchine grandi non conforme a quello, che si raccoglie dalle pure, ed astratte dimostrazioni Geometriche, ne rimettono la causa nell' imperfezione della materia, che soggiace a molte alterazioni, ed imperfezioni. Ma qui non so s' io potrò senza inciampare in qualche nota di arroganza dire, che nè anco il ricorrere all' imperfezioni della materia, potenti a contaminare le purissime dimostrazioni Matematiche, basti a scusare l' inobbedienza delle macchine in concreto alle medesime astratte e ideali: tuttavia io pure il dirò affermando, che astraendo tutte le imperfezioni della materia, e supponendola perfettissima, ed inalterabile, e da ogni accidental mutazione esente, tuttavia il solo esser materiale fa, che la macchina maggiore fabbricata dell' istessa materia, e coll' istesse proporzioni, che la minore, in tutte l' altre condizioni risponderà con giusta simmetria alla minore, fuor che nella robustezza, e resistenza contro alle violenti invasioni: ma quanto più sarà grande, tanto a proporzione sarà più debole. E perchè io suppongo la materia esser inalterabile, cioè sempre l' istessa, è manifesto, che di lei, come di affezione eterna e necessaria, si possono produr dimostrazioni non meno dell' altre schiette, e pure Matematiche. Però, Sig. Sagredo, revochi pur l' opinione, che teneva, e forse insieme con tutti gli altri, che nella Meccanica han fatto studio, che le macchine, e le fabbriche composte delle medesime materie con puntuale osservanza delle medesime proporzioni tra le loro parti debban essere egualmente, o per dir meglio, proporzionalmente disposte al resistere, e al cedere alle invasioni, ed impeti esterni; perchè si può Geometricamente dimostrare sempre le maggiori essere a proporzione men resistenti, che le minori: sicchè ultimamente non solo di tutte le macchine, e fabbriche artifiziali, ma delle naturali ancora sia un termine necessariamente ascritto, oltre al quale nè l' arte, nè la natura possa trapassare: trapassar dico con osservar sempre l' istesse proporzioni coll' identità della materia.

Sagr. Io già mi sento rivolgere il cervello, e quasi nugola dal baleno repentinamente aperta ingombrarmisi la mente da momentanea, ed insolita luce, che da lontano mi accenna, e subito confonde, ed asconde immaginazioni straniere, ed indigeste. E da quanto ella ha detto parmi che dovrebbe seguire, che fusse impossibil cosa costruire due fabbriche dell' istessa materia simili, e diseguali, e tra di loro con egual proporzione resistenti; e quando ciò sia, sarà anco impossibile trovar due sole aste dell' istesso legno tra di loro simili in robustezza, e valore, ma diseguali in grandezza.

Salv. Così è, Sig. Sagredo; e per meglio assicurarci, che noi convenghiamo nel medesimo concetto, dico, che se noi ridurremo un' asta di legno a tal lunghezza, e grossezza, che fitta v. gr. in un muro ad angoli retti, cioè parallela all' orizzonte, sia ridotta all' ultima lunghezza, che si possa reggere, sicchè allungata un pelo più, si spezzasse gravata dal proprio peso, questa sarà unica al mondo: sicchè essendo per esempio la sua lunghezza centupla della sua grossezza, nessuna altra asta della medesima materia potrà ritrovarsi, che essendo in lunghezza centupla della sua grossezza, sia, come quella, precisamente abile a sostener se medesima, e nulla di più: ma tutte le maggiori si fiaccheranno, e le minori saranno potenti a sostenere oltre al proprio peso qualche altro appresso. E questo, che io dico dello stato di regger se medesimo, intendasi detto di ogni altra costituzione, e così se un corrente potrà reggere il peso di dieci correnti suoi eguali, una trave simile a lui non potrà altramente reggere il peso di dieci sue eguali. Ma notino in grazia V. S. e il Sig. Simpl. nostro, quanto le conclusioni vere, benchè nel primo aspetto sembrino improbabili, additate solamente qualche poco, depongono le vesti, che le occultavano, e

483

nude

nude e ſemplici fanno de' lor ſegreti gioconda moſtra. Chi non vede, come un cavallo cadendo da un' altezza di tre braccia, o quattro, ſi romperà l'oſſa, ma un cane da una tale, e un gatto da una di otto, o dieci, non ſi farà mal neſſuno, come nè un grillo da una torre, nè una formica precipitandoſi dall' orbe lunare? I piccoli fanciulli reſtano illeſi in cadute, dove i provetti ſi rompono gli ſtinchi, o la teſta. E come gli animali più piccoli ſono a proporzione più robuſti, e forti dei maggiori, così le piante minori meglio ſi ſoſtentano: e già credo, che amendue voi apprendiate, che una quercia dugento braccia alta non potrebbe ſoſtenere i ſuoi rami ſparſi alla ſimilitudine di una di mediocre grandezza, e che la natura non potrebbe fare un cavallo grande per venti cavalli, nè un Gigante dieci volte più alto di un uomo, ſe non o miracoloſamente, o coll' alterar aſſai le proporzioni delle membra, ed in particolare dell' oſſa, ingroſſandole molto e molto ſopra la ſimmetria dell' oſſa comuni. Il creder parimente, che nelle macchine artifiziali ugualmente ſieno fattibili, e conſervabili le grandiſſime, e le piccole, è errore manifeſto: e così per eſempio piccole Guglie, Colonnette, ed altre ſolide figure ſicuramente ſi potranno maneggiare, diſtendere, e rizzare ſenza riſico di romperſi, che le grandiſſime per ogni ſiniſtro accidente anderanno in pezzi, e non per altra cagione, che pel lor proprio peſo. E qui è forza, che io vi racconti un caſo degno veramente di eſſer ſaputo, come ſono tutti gli accidenti, che accadono fuori dell' aſpettazione, e maſſime quando il partito preſo per ovviare a uno inconveniente rieſce poi cauſa potiſſima del diſordine. Era una groſſiſſima Colonna di marmo diſteſa, e poſata preſſo alle ſue eſtremità ſopra due pezzi di trave; cadde in penſiero dopo certo tempo ad un Meccanico, che fuſſe bene per maggiormente aſſicurarſi, che gravata dal proprio peſo non ſi rompeſſe nel mezzo, ſupporgli anco in queſta parte un terzo ſimile ſoſtegno: parve il conſiglio generalmente molto opportuno, ma l'eſito lo dimoſtrò eſſere ſtato tutto l'oppoſito: atteſochè non paſſarono molti meſi, che la Colonna ſi trovò feſſa, e rotta giuſto ſopra il nuovo appoggio di mezzo.

Simp. Accidente in vero maraviglioſo, e veramente *præter ſpem*, quando però fuſſe derivato dall' aggiugnervi il nuovo ſoſtegno di mezzo.

Salv. Da quello ſicuramente derivò egli, e la riconoſciuta cagion dell' effetto leva la maraviglia: perchè depoſti in piana terra i due pezzi della Colonna, ſi vedde, che l'uno dei travi, ſu il quale appoggiava una delle teſtate, ſi era per la lunghezza del tempo infracidato, ed avvallato, e reſtando quel di mezzo duriſſimo, e forte, fu cauſa, che la metà della Colonna reſtaſſe in aria abbandonata dall' eſtremo ſoſtegno; onde il proprio ſoverchio peſo le fece fare quello, che non avrebbe fatto, ſe ſola ſopra i due primi ſi foſſe appoggiata, perchè all' avvallarſi qual ſi fuſſe di loro, ella ancora l'avrebbe ſeguito. E qui non ſi può dubitare, che tal accidente non ſarebbe avvenuto in una piccola Colonna, benchè della medeſima pietra, e di lunghezza riſpondente alla ſua groſſezza colla proporzione medeſima della groſſezza, e lunghezza della Colonna grande. 484

Sagr. Già ſin qui reſto io aſſicurato della verità dell' effetto, ma non penetro già la ragione, come nel creſcerſi la materia non debba coll' iſteſſo ragguaglio multiplicarſi la reſiſtenza, e gagliardia; e tanto più mi confondo, quanto per l'oppoſito vedo in altri caſi creſcerſi molto più la robuſtezza alla reſiſtenza al romperſi, che non creſce l'ingroſſamento della materia; che ſe, v. gr. ſaranno due chiodi fitti in un muro, l'uno più groſſo il doppio dell' altro, quello reggerà non ſolamente doppio peſo di queſto, ma triplo, e quadruplo.

Salv. Dite pure ottuplo, nè direte lontano dal vero: nè queſto effetto contraria a quello, ancorchè in ſembiante appariſca così diverſo.

Sagr. Adunque, Sig. Salviati, ſpianateci queſti ſcogli, e dichiarateci queſte oſcurità, ſe ne avete il modo: che ben conghietturo queſta materia delle reſiſtenze eſſe-

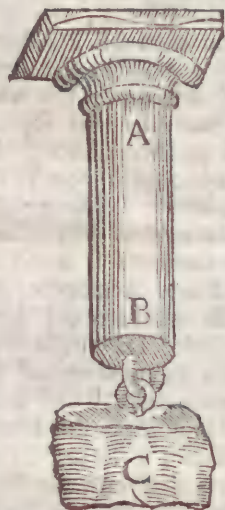
essere un campo pieno di belle, ed utili contemplazioni, e se vi contentate, che questo sia il soggetto dei nostri ragionamenti di oggi, a me, e credo al Sig. Simp. sarà gratissimo.

Salv. Non posso mancar di servirle, purchè la memoria serva me in somministrarmi quello, che già appresi dal nostro Accademico, che sopra tal materia aveva fatte molte speculazioni, e tutte conforme al suo solito Geometricamente dimostrate, in modo che non senza ragione questa sua potrebbe chiamarsi una nuova scienza; perchè sebbene alcune delle conclusioni sono state da altri, e prima di tutti da Aristotile osservate, tuttavia ne sono delle più belle, nè (quello, che più importa) dai loro primarj, e indubitati fondamenti con necessarie dimostrazioni provate. E perchè, come dico, voglio dimostrativamente accertarvi, e non con solamente probabili discorsi persuadervi; supponendo, che abbiate quella cognizione delle conclusioni Meccaniche da altri fin qui fondatamente trattate, che per lo nostro bisogno sarà necessaria; conviene, che avanti ogni altra cosa consideriamo, quale effetto sia quello, che si opera nella frazione di un legno, o di altro solido, le cui parti saldamente sono attaccate; perchè questa è la prima nozione, nella qual consiste il primo, e semplice principio, che come notissimo conviene supporsi. Per più chiara esplicazione di che: segniamo il Cilindro, o Prisma A B di legno, o di altra materia solida, e coerente, fermato di sopra in A, e pendente a piombo, al quale nell' altra estremità B sia attaccato il peso C; è manifesto, che qualunque si sia la tenacità, e coerenza tra di loro delle parti di esso solido, purchè non sia infinita, potrà esser superata dalla forza del traente peso C: la cui gravità pongo, che possa accrescersi, quanto ne piace, e esso solido finalmente si strapperà a guisa di una corda. E sicccome nella corda noi intendiamo la sua resistenza derivare dalla moltitudine delle fila della canapa, che la compongono; così nel legno si scorgono le sue fibre, e filamenti distesi per lungo, che lo rendono grandemente più resistente allo strappamento, che non sarebbe qualsivoglia canapo della medesima grossezza: ma nel Cilindro di pietra, o di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle sue parti dipende da altro glutine, che da filamenti, o fibre, e pure essi ancora da valido tiramento vengono spezzati.

485

A

B

C

Simp. Se il negozio procede, come voi dite, intendo bene, che i filamenti nel legno, che son lunghi, quanto l' istesso legno, posson renderlo gagliardo, e resistente a gran forza, che se gli faccia per romperlo: ma una corda composta di fili di canapa non più lunghi di due, o tre braccia l' uno, come potrà ridursi alla lunghezza di cento restando tanto gagliarda? In oltre vorrei anco sentire la vostra opinione intorno all' attaccamento delle parti dei metalli, delle pietre, e di altre materie prive di tali filamenti, che pur, s' io non m' inganno, è anco più tenace.

Salv. In nuove speculazioni, e non molto al nostro intento necessarie converrà divertire, se dovremo delle promosse difficoltà portar le soluzioni.

Sagr. Ma se le digressioni possono arrecarci la cognizione di nuove verità, che pregiudica a noi non obbligati a un metodo serrato, e conciso, ma che solo per proprio gusto facciamo i nostri congressi, digredire ora per non perder quelle notizie, che forse lasciate l' incontrata occasione, un' altra volta non ci si rappresenterebbe? Anzi chi sa, che bene spesso non si possano scoprir curiosità più belle delle primariamente cercate conclusioni? pregovi per tanto io ancora a dar sod-

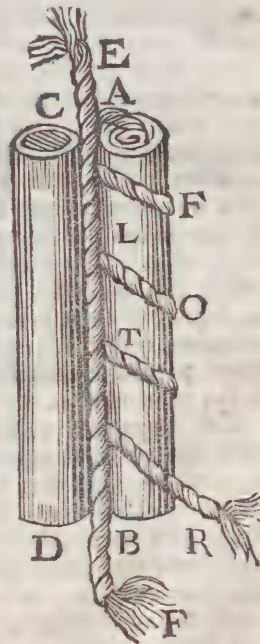
dis-

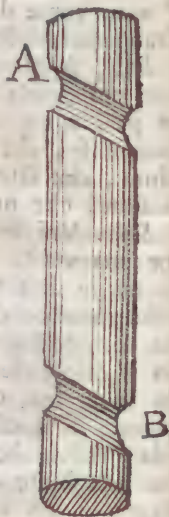
disfazione al Sig. Simpl. e a me non men di esso curioso, e desideroso d' intender, qual sia quel glutine, che sì tenacemente ritien congiunte le parti de i solidi, che pur finalmente sono dissolubili: cognizione, che pure anco è necessaria per intender la coerenza delle parti degli stessi filamenti, de i quali alcuni de i solidi son composti.

Salv. Eccomi a servirvi, poichè così vi piace. E' la prima difficultà, come possono i filamenti di una corda lunga cento braccia sì saldamente connettersi insieme (non essendo ciascheduno di essi lungo più di due, o tre) che gran violenza ci voglia a disseparargli. Ma ditemi, Sig. Simp., non potreste voi di un sol filo di canapa tener l' una dell' estremità talmente stretta fra le dita, che io tirando dall' altra, prima che liberarlo dalla vostra mano, lo rompessi? certo sì: quando dunque i fili della canapa fusser non solo nell'estremità, ma in tutta la lor lunghezza con gran forza da chi gli circondasse tenuti stretti, non è manifesta cosa, che lo sbarbargli da chi gli stringe sarebbe assai più difficile, che rompergli? ma nella corda l' istesso atto dell' attorcerla stringe le fila scambievolmente tra di loro, in maniera che tirando poi con gran forza la fune, i suoi filamenti si spezzano, e non si separano l' uno dall' altro; come manifestamente si conosce dal vedersi nella rottura i filamenti cortissimi, e non lunghi almeno un braccio l' uno, come dovria vedersi, quando la divisìon della corda si facesse non per lo strappamento delle fila, ma per la sola separazione dell' uno dall' altro strisciando.

Sagr. Aggiungasi in confermazion di questo il vedersi talvolta romper la corda non pel tirarla per lo lungo, ma solo per lo soverchiamente attorcerla: argomento pare a me concludente, le fila esser talmente tra di loro scambievolmente compresse, che le comprimenti non permettono alle compresse scorrer quel minimo, che sarebbe necessario per allungar le spire, acciocchè potessero circondar la fune, che nel torcimento si scorcia, ed in conseguenza qualche poco s' ingrossa. 486

Salv. Voi benissimo dite: ma considerate appresso, come una verità si tira dietro l' altra. Quel filo, che stretto tra le dita non segue chi con qualche forza tirandolo vorrebbe di tra esse sottrarlo, resiste, perchè da doppia compressione vien ritenuto; imperciocchè non meno il dito superiore preme contro all' inferiore, che questo si prema contro a quello. E non è dubbio, che quando di queste due premute se ne potesse ritenere una sola, resterebbe la metà di quella resistenza, che dalle due congiunte dipendeva: ma perchè non si può coll' alzar, v. gr. il dito superiore levar la sua pressione senza rimuovere anco l' altra parte, conviene con nuovo artifizio conservarne una di loro, e trovar modo, che l' istesso filo comprima se medesimo contro al dito, o altro corpo solido, sopra il quale si posa, e far sì che l' istessa forza, che lo tira per separarnelo, tanto più ve lo comprima, quanto più gagliardamente lo tira: e questo si conseguirà coll' avvolgere a guisa di spira il filo medesimo intorno al solido. Il che acciò meglio s' intenda, ne segnerò un poco di figura; e questi A B, C D siano due cilindri, e tra essi disteso il filo E F, che per maggior chiarezza ce lo figureremo essere una cordicella: non è dubbio, che premendo gagliardamente i due cilindri l' uno contro all' altro, la corda F E tirata dall' estremità F resisterà a non piccola violenza prima, che scorrere tra i due solidi comprimentila: ma

fe

ſe rimuoveremo l'uno di loro, la corda, benchè continui di toccar l' altro, non però da tal toccamento ſarà ritenuta, che liberamente non iſcorra. Ma ſe ritenendola, benchè debolmente attaccata verſo la ſommità del cilindro A, l' avvolgeremo intorno a quello a foggia di ſpira A F L O T R, e dal capo R la tireremo, è manifeſto, che ella comincierà a ſtringere il cilindro, e ſe le ſpire, e voltate ſaranno molte, ſempre più nel validamente tirare ſi comprimerà la corda addoſſo al cilindro: e facendoſi colla moltiplicazione delle ſpire più lungo il toccamento, ed in conſeguenza men ſuperabile, difficile ſi farà ſempre più lo ſcorrer della corda, e l' acconſentir alla traente forza. Or chi non vede, che tale è la reſiſtenza delle filamenta, che con mille, e mille ſimili avvolgimenti il groſſo canapo conteſſono? Anzi lo ſtrignimento di ſimili tortuoſità collega tanto tenacemente, che di non molti giunchi, nè anco molto lunghi, ſicchè poche ſono le ſpire, colle quali tra di loro s' intrecciano, ſi compongono robuſtiſſime funi, che mi par, che domandino fuſte.

Sagredo. Ceſſa per lo voſtro diſcorſo nella mia mente la maraviglia di due effetti, de i quali le ragioni non bene erano compreſe da me. Uno era il vedere, come due, o al più tre rivolte del canapo intorno al fuſo dell' Argano potevano non ſolamente ritenerlo, che tirato dall' immenſa forza del peſo, che ei ſoſtiene, ſcorrendo non gli cedeſſe, ma che di più girando l' Argano il medeſimo fuſo col ſolo toccamento del canapo, che lo ſtrigne, poteſſe colli ſuccedenti ravvolgimenti tirare, e ſollevare vaſtiſſime pietre, mentre che le braccia di un debile ragazzo vanno ritenendo, e radunando l' altro capo del medeſimo canapo. L' altro è di un ſemplice, ma arguto ordigno trovato da un giovane mio parente, per poter con una corda calarſi da una fineſtra ſenza ſcorticarſi crudelmente le palme delle mani, come poco tempo avanti gli era intervenuto con ſua grandiſſima offeſa. Ne farò per facile intelligenza un piccolo ſchizzo. Intorno a un ſimil cilindro di legno A B groſſo, come una canna, e lungo circa un palmo incavò un canaletto in forma di ſpira di una voltata, e mezzo, e non più, e di larghezza capace della corda, che voleva adoprare; e queſta fece entrare per lo canale dal termine A, e uſcire per l' altro B, circondando poi tal cilindro, e corda con un cannone pur di legno, ovvero anco di latta, ma diviſo per lungo, ed ingangherato, ſicchè liberamente poteſſe aprirſi, e chiuderſi: ed abbracciando poi, e ſtringendo con ambe le mani eſſo cannone, raccomandata la corda a un fermo ritegno di ſopra, ſi ſoſpeſe ſu le braccia, e riuſcì tale la compreſſione della corda tra il cannone ambiente, e il cilindro, che ad arbitrio ſuo ſtrignendo fortemente le mani poteva ſoſtenerſi ſenza calare, ed allentandole un poco ſi calava lentamente a ſuo piacimento.

Sal. Ingegnoſa veramente invenzione, e per intera eſplicazione della ſua natura mi par di ſcorgere così per ombra, che qualche altra ſpeculazione ſi poteſſe aggiugnere: ma non voglio per ora digredir più ſopra di queſto particolare; e maſſime volendo voi ſentire il mio penſiero intorno alla reſiſtenza allo ſtrapparſi degli altri corpi, la cui teſtura non è di filamenti, come quella delle funi, e della maggior parte de i legni, ma la coerenza delle parti loro in altre cagioni par che conſiſta, le quali per mio giudizio ſi riducono a due capi; l' uno de i quali è quella decantata repugnanza, che ha la natura all' ammettere il vacuo: per l'altro biſogna (non baſtando queſto del vacuo) introdur qualche glutine, viſco, o colla, che tenacemente colleghi le particole, delle quali eſſo corpo è com-

composto. Dirò prima del vacuo, mostrando con chiare esperienze, quale, e quanta sia la sua virtù. E prima il vedersi, quando ne piaccia, due piastre di marmo, di metallo, o di vetro esquisitamente spianate, pulite, e lustre, che posata l' una su l' altra, senza veruna fatica se gli muove sopra strisciando (sicuro argomento, che nessun glutine le congiunge) ma, che volendo separarle, mantenendole equidistanti, tal repugnanza si trova, che la superiore solleva, e si tira dietro l'altra, e perpetuamente la ritiene sollevata, ancorchè assai grossa, e grave, evidentemente ci mostra l'orrore della natura nel dover ammettere, sebben per breve momento di tempo, lo spazio voto, che tra di quelle rimarrebbe, avanti che il concorso delle parti dell' aria circostante l' avesse occupato, e ripieno. Vedesi anco, che quando bene tali due lastre non fussero esattamente pulite, e perciò che il lor contatto non fusse esquisito del tutto, nel volerle separar lentamente niuna renitenza si trova fuor di quella della sola gravità, ma in un alzamento repentino l'inferior pietra si solleva, ma subito ricade, seguendo solamente la sovrana per quel brevissimo tempo, che basta per la distrazione di quella poca di aria, che s'interponeva tra le lastre, che non ben combagiavano, e per l'ingresso dell'altra circonfusa. Tal resistenza, che così sensatamente si scorge tra le due lastre, non si può dubitare, che parimente non risegga tra le parti di un solido, e che nel loro attaccamento non entri almanco a parte, e come causa concomitante. 488

Sagr. Fermate di grazia, e concedetemi, che io dica una particolar considerazione, che pure ora mi è caduta in mente: e questa è, che il vedere, come la piastra inferiore segue la superiore, e che con moto velocissimo vien sollevata, ci rende sicuri, che contro al detto di molti Filosofi, e forse di Aristotile medesimo, il moto nel vacuo non sarebbe instantaneo; perchè quando fusse tale, le nominate due lastre senza repugnanza veruna si separerebbero, giacchè il medesimo instante di tempo basterebbe per la loro separazione, e per lo concorso dell' aria ambiente a riempir quel vacuo, che tra esse potesse restare. Dal seguir dunque che fa l'inferior lastra la superiore, si raccoglie, come nel vacuo il moto non sarebbe instantaneo. E si raccoglie insieme, che pur tra le medesime piastre resti qualche vacuo almeno per brevissimo tempo, cioè per tutto quello, che passa nel movimento dell' ambiente, mentre concorre a riempire il vacuo: che se vacuo non vi restasse, nè di concorso, nè di moto di ambiente vi sarebbe bisogno. Converrà dunque dire, che pur per violenza, o contro a natura il vacuo talor si conceda (benchè l'opinion mia è, che nessuna cosa sia contro a natura, salvo che l'impossibile, il quale poi non è mai.) Ma qui mi nasce un' altra difficoltà, ed è, che sebben l'esperienza mi assicura della verità della conclusione, l'intelletto non resta già interamente appagato della causa, alla quale cotale effetto viene attribuito. Imperocchè l' effetto della separazione delle due lastre è anteriore al vacuo, che in conseguenza alla separazione succederebbe: e perchè mi pare, che la causa debba se non di tempo, almeno di natura precedere all' effetto, e che di un effetto positivo positiva altresì debba esser la causa, non resto capace, come dell'aderenza delle due piastre, e della repugnanza all' esser separate, effetti, che già sono in atto, si possa referir la cagione al vacuo, che non è, ma che avrebbe a seguire. E delle cose, che non sono, nessuna può esser l' operazione, conforme al pronunziato certissimo del Filosofo.

Simp. Ma giacchè concedete questo assioma ad Aristotile, non credo, che siate per negargliene un altro bellissimo, e vero: e questo è, che la natura non intraprende a voler fare quello, che repugna ad esser fatto: dal qual Pronunciato mi par, che dipenda la soluzione del nostro dubbio: perchè dunque a se medesimo repugna essere uno spazio vacuo, vieta la natura il far quello, in conseguenza di che necessariamente succederebbe il vacuo; e tale è la separazione delle due lastre.

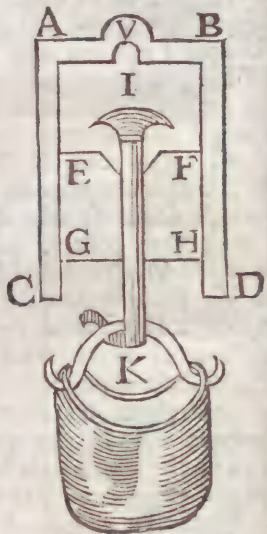
Sagr. Ora ammesso per soluzione adequata del mio dubbio questo, che produce il Sig. Simplicio, seguitando il cominciato discorso, parmi, che questa medesima repugnanza al vacuo dovrebbe esser bastante ritegno delle parti di un solido di pietra, o di metallo, o se altre ve ne sono, che più saldamente stiano congiunte, e renitenti alla divisione. Perchè se di uno effetto una sola è la cagione, siccome io ho inteso, e creduto, o se pur molte se ne assegnano, ad una sola si riducono; perchè questa del vacuo, che sicuramente è, non basterà per tutte la resistenze?

489 *Salv.* Io per ora non voglio entrare in questa contesa, se il Vacuo senza altro ritegno sia per se solo bastante a tenere unite le parti disunibili de i corpi consistenti, ma vi dico bene, che la ragione del Vacuo, che milita, e conclude nelle due piastre, non basta per se sola al saldo collegamento delle parti di un solido cilindro di marmo, o di metallo, le quali violentate da forze gagliarde, che dirittamente le tirino, finalmente si separano, e si dividono. E quando io trovi modo di distinguer questa già conosciuta resistenza dipendente dal Vacuo da ogni altra, qualunque ella si fusse, che con lei concorresse in fortificar l' attaccamento, e che io vi faccia vedere, come essa sola non sia a gran pezzo bastante per tale effetto, non concederete voi, che sia necessario introdurne altra? Ajutatelo, Signor Simplicio, giacchè egli sta ambiguo sopra quello, che debba rispondere.

Simp. E' forza, che la sospensione del Sig. Sagredo sia per altro rispetto, non restando luogo di dubitare sopra sì chiara, e necessaria consequenza.

Sag. Voi, Sig. Simplicio, l' avete indovinata. Andava pensando, se non bastando un milion di oro l' anno, che vien di Spagna per pagar l' esercito, fusse necessario fare altra provvisione, che di danari per le paghe de' Soldati. Ma seguitate pur, Sig. Salviati, e supponendo, che io ammetta la vostra consequenza, mostrateci il modo di separare l' operazione del Vacuo dall' altre, e misurandola fateci vedere, come ella sia scarsa per l' effetto, di che si parla.

Salv. Il Vostro Demonio vi assiste. Dirò il modo dell' appartar la virtù del Vacuo dall' altre, e poi la maniera del misurarla. E per appartarla piglieremo una materia continua, le cui parti manchino di ogni altra resistenza alla separazione fuor che di quella del Vacuo, quale a lungo è stato dimostrato in certo Trattato del nostro Accademico esser l' acqua. Talchè qualunque volta si disponesse un cilindro di acqua, e che attratto si sentisse resistenza allo staccamento delle sue parti, questo da altra cagione, che dalla repugnanza al Vacuo, non potrebbe riconoscersi. Per far poi una tale esperienza mi sono immaginato un artifizio, il quale coll' ajuto di un poco di disegno meglio, che con semplici parole, potrò dichiarare. Figuro questo C A B D essere il profilo di un cilindro di metallo, o di vetro, che sarebbe meglio voto dentro, ma giustissimamente tornito, nel cui concavo entri con esquisitissimo contatto un cilindro di legno, il cui profilo noto E G H F, il qual cilindro si possa spignere in su, e in giù, e questo voglio, che sia bucato nel mezzo, sicchè vi passi un filo di ferro oncinato nell' estremità K, e l' altro capo I vadia ingrossandosi in forma di cono, o turbine, facendo che il foro fatto nel legno sia nella parte di sopra esso ancora incavato in forma di conica superficie aggiustata puntualmente per ricevere la conica estremità I del ferro

IK,

I K, qualunque volta si tiri in giù dalla parte K. Inserto il legno, o vogliamolo chiamar zaffo E H nel cavo cilindro A D, non voglio, che arrivi sino alla superior superficie di esso cilindro, ma che ne resti lontano due, o tre dita, e tale spazio dee esser ripieno di acqua, la quale vi si metterà tenendo il vaso colla bocca C D all' insù, e calandovi sopra lo zaffo E H, col tenere il turbine I remoto alquanto dal cavo del legno, per lasciar l' esito all' aria, che nel calcare lo zaffo se ne uscirà per lo foro del legno, che perciò si fa alquanto più largo della grossezza dell' asticciuola di ferro I K. Dato l' esito all' aria, e ritirato il ferro, che ben suggelli su il legno col suo turbine, si rivolterà il vaso tutto colla bocca all' ingiù, ed attaccando all' oncino K un recipiente da mettervi dentro rena, o altra materia grave, si caricherà tanto, che finalmente la superior superficie E F dello zaffo si staccherà dall' inferiore dell' acqua, alla quale niente altro la teneva congiunta, che la repugnanza del Vacuo: pesando poi lo zaffo col ferro, col recipiente, e con ciò, che vi sarà dentro, averemo la quantità della forza del Vacuo: e se attaccato a un cilindro di marmo, o di cristallo grosso, quanto il cilindro dell' acqua, però tale, che insieme col peso proprio dell' istesso marmo, o cristallo pareggi la gravità di tutte le nominate bagaglie, ne seguirà la rottura, potremo senza verun dubbio affermare, la sola ragion del Vacuo tener le parti del marmo, e cristallo congiunte: ma non bastando, e che per romperlo bisogni aggiugnervi quattro volte altrettanto peso, converrà dire la resistenza del Vacuo esser delle cinque parti una, e l' altra quadrupla di quella del Vacuo. 490

Simpl. Non si può negare, che l' invenzione non sia ingegnosa, ma l' ho per soggetta a molte difficoltà, che me la rendono dubbia; perchè chi ci assicura, che l' aria non possa penetrar tra il vetro, e lo zaffo, ancorchè si circondi bene di stoppa, o altra materia cedente? e così, acciocchè il cono I saldi bene il foro, forse non basterebbe l' ungerlo con cera, o trementina. In oltre perchè non potrebbero le parti dell' acqua distrarsi, e rarefarsi? perchè non penetrare aria, o esalazioni, o altre sustanze più sottili per le porosità del legno, o anche dell' istesso vetro?

Salv. Molto destramente ci muove il Sig. Simplicio le difficoltà, ed in parte ci somministra i rimedj, quanto alla penetrazion dell' aria per lo legno, o tra il legno, e il vetro. Ma io oltre di ciò noto, che potremo nell' istesso tempo accorgerci con acquisto di nuove cognizioni, se le promosse difficoltà avranno luogo. Imperocchè se l' acqua sarà per natura, sebben con violenza distraibile, come accade nell' aria, si vedrà lo zaffo calare; e se faremo nella parte superiore del vetro un poco di ombelico prominente, come questo V, penetrando per la sustanza, o porosità del vetro, o del legno aria, o altra più tenue, e spiritosa materia, si vedrà radunare (cedendogli l' acqua) nell' eminenza V, le quali cose quando non si scorgano, verremo assicurati l' esperienza esser colle debite cautele stata tentata; e conosceremo l' acqua non esser distraibile, nè il vetro esser permeabile da veruna materia, benchè sottilissima.

Sagr. Ed io mercè di questi discorsi ritrovo la causa di un effetto, che lungo tempo mi ha tenuto la mente ingombrata di maraviglia, e vota d' intelligenza. Osservai già una Citerna, nella quale per trarne l' acqua fu fatto fare una tromba da chi forse credeva, ma vanamente, di poterne cavare con minor fatica l' istessa, o maggior quantità, che colle secchie ordinarie: ed ha questa tromba il suo stantuffo, e animella su alta, sicchè l' acqua si fa salire per attrazione, e non per impulso, come fanno le trombe, che hanno l' ordigno da basso. Questa, finchè nella Citerna vi è acqua sino ad una determinata altezza, la tira abbondantemente, ma quando l' acqua abbassa oltre a un determinato segno, la tromba non lavora più. Io credetti la prima volta che osservai tale acciden- 491

 te,

te, che l'ordigno fuſſe guaſto, e trovato il Maeſtro, acciò lo raccomodaſſe, mi diſſe, che non vi era altrimente difetto alcuno, fuor che nell' acqua, la quale eſſendoſi abbaſſata troppo, non pativa di eſſere alzata a tanta altezza; e mi ſoggiunſe nè con Trombe, nè con altra macchina, che ſollevi l' acqua per attrazione, eſſer poſſibile farla montare un capello più di diciotto braccia, e ſieno le Trombe larghe, o ſtrette, queſta è la miſura dell' altezza limitatiſſima. Ed io ſin ora ſono ſtato così poco accorto, che intendendo, che una corda, una mazza di legno, e una verga di ferro ſi può tanto e tanto allungare, che finalmente il ſuo proprio peſo la ſtrappi, tenendola attaccata in alto, non mi è ſovvenuto, che l'iſteſſo molto più agevolmente accaderà di una corda, o verga di acqua. E che altro è quello, che ſi attrae nella Tromba, che un cilindro di acqua, il quale avendo la ſua attaccatura di ſopra, allungato più e più, finalmente arriva a quel termine, oltre al quale tirato dal ſuo già fatto ſoverchio peſo non altrimente, che ſe fuſſe una corda, ſi ſtrappa?

Salv. Così puntualmente cammina il negozio, e perchè la medeſima altezza delle diciotto braccia è il prefiſſo termine dell' altezza, alla quale qualſivoglia quantità di acqua, ſieno cioè le Trombe larghiſſime, o ſtrette, o ſtrettiſſime, quanto un fil di paglia, può ſoſtentarſi, tuttavolta che noi peſeremo l' acqua contenuta in diciotto braccia di cannone, ſia largo, o ſtretto, avremo il valore della reſiſtenza del Vacuo nei cilindri di qualſivoglia materia ſolida, groſſi, quanto ſono i concavi dei cannoni propoſti. E giacchè abbiamo detto tanto, moſtriamo come di tutti i metalli, pietre, legni, vetri, ec. ſi può facilmente ritrovare ſino a quanta lunghezza ſi potrebbono allungare cilindri, fili, o verghe di qualſivoglia groſſezza, oltre alla quale gravati dal proprio peſo più non potrebber reggerſi, ma ſi ſtrapperebbero. Pigliſi per eſempio un fil di rame di qualſivoglia groſſezza, e lunghezza, e fermato un de' ſuoi capi ad alto, ſi vadia aggiugnendo all' altro maggior e maggior peſo, ſicchè finalmente ſi ſtrappi, e ſia il peſo maſſimo, che poteſſe ſoſtenere, v. gr. cinquanta libbre. E manifeſto, che cinquanta libbre di rame oltre al proprio peſo, che ſia per eſempio un ottavo di oncia tirato in filo di tal groſſezza, ſarebbe la lunghezza maſſima del filo, che ſe ſteſſo poteſſe reggere. Miſuriſi poi quanto era lungo il filo, che ſi ſtrappò, e ſia, v. gr. un braccio: e perchè peſò un ottavo di oncia, e reſſe ſe ſteſſo, e cinquanta libbre appreſſo, che ſono ottavi di oncia quattromila ottocento, diremo tutti i fili di rame, qualunque ſi ſia la lor groſſezza, poterſi reggere ſino alla lunghezza di quattromila ottocento un braccio, e non più; e così una verga di rame potendo reggerſi ſino alla lunghezza di quattromila ottocento un braccio, la reſiſtenza, che ella trova dipendente dal Vacuo, riſpetto al reſtante è tanta, quanto importa il peſo di una verga di acqua lunga braccia diciotto, e groſſa quanto quella ſteſſa di rame; e trovandoſi v. gr. il rame eſſer nove volte più grave dell' acqua, di qualunque verga di rame la reſiſtenza allo ſtrapparſi, dipendente dalla ragion del vacuo, importa quanto è il peſo di due braccia dell' iſteſſa verga; e con ſimil diſcorſo, ed operazione ſi potranno trovare le lunghezze delle fila, o verghe di tutte le materie ſolide ridotte alla maſſima, che ſoſtener ſi poſſa, ed inſieme qual parte abbia il vacuo nella lor reſiſtenza.

Sagr. Reſta ora, che ci dichiate in qual coſa conſiſta il reſto della renitenza, cioè, qual ſia il glutine, o viſco, che ritiene attaccate le parti del ſolido, oltre 492 a quello, che deriva dal vacuo; perchè io non ſaprei immaginarmi, qual colla ſia quella, che non poſſa eſſere arſa, e conſumata in una ardentiſſima fornace in due, tre, e quattro meſi, nè in dieci, o cento; dove ſtando tanto tempo argento, oro, e vetro liquefatti, cavati poi tornano le parti loro nel freddarſi a riunirſi, e rattaccarſi, come prima. Oltrechè la medeſima difficoltà, che ho nell'

nell' attaccamento delle parti del vetro , l'avrò io nelle parti della colla , cioè, che cosa sia quella , che le tiene così saldamente congiunte.

Salv. Pur poco fa vi dissi , che il vostro Demonio vi assisteva: sono io ancora nelle medesime angustie , ed ancora io toccando con mano , come la repugnanza del vacuo è indubitabilmente quella , che non permette , se non con gran violenza , la separazione delle due lastre , e più delle due gran parti della Colonna di marmo , o di bronzo , non so vedere , come non abbia ad aver luogo , ed esser parimente cagione della coerenza delle parti minori , e fino delle minime ultime delle medesime materie ; ed essendo che di un effetto una sola è la vera , e potissima causa , mentre io non trovo altro glutine , perchè non debbo tentar di vedere, se questo del vacuo, che si trova , può bastarci?

Simpl. Se di già voi avete dimostrato la resistenza del gran vacuo nel separarsi le due gran parti di un solido esser piccolissima in comparazion di quella, che tien congiunte le particole minime , come non volete tener più che per certo , questa esser diversissima da quella?

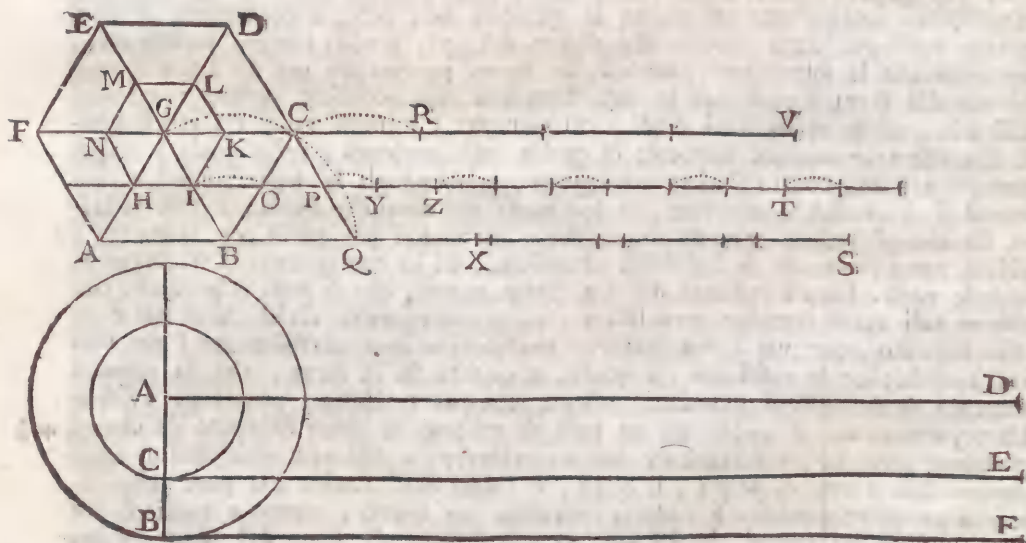
Salv. A questo rispose il Sig. Sagr. che pur si pagavano tutti i particolari Soldati con danari raccolti da imposizioni generali di soldi , e di quattrini , sebbene un milion di oro non bastava a pagar tutto l' esercito . E chi sa , che altri minutissimi vacui non lavorino per le minutissime particole, sicchè per tutto sia dell' istessa moneta quello , con che si tengono tutte le parti congiunte? Io vi dirò quello , che talora mi è passato per l' immaginazione : ve lo do , non come verità risoluta, ma come una qual si sia fantasia piena anco d' indigestioni sottoponendola a più alte contemplazioni . Cavatene se nulla vi è , che vi gusti ; il resto giudicatelo , come più vi pare . Nel considerar talvolta , come andando il fuoco serpendo tra le minime particole di questo , e di quel metallo , che tanto saldamente si trovano congiunte , finalmente le separa, e disunisce; e come poi partendosi il fuoco tornano colla medesima tenacità di prima a ricongiugnersi senza diminuirsi punto la quantità nell' oro , e pochissimo in altri metalli anco per lungo tempo, che restino distrutti, pensai, che ciò potesse accadere , perchè le sottilissime particole del fuoco penetrando per gli angusti pori del metallo (tra i quali per la loro strettezza non potessero passare i minimi dell' aria , nè di molti altri fluidi) col riempire i minimi vacui tra esse frapposti liberassero le minime particole di quello dalla violenza , colla quale i medesimi vacui l' una contro l' altra attraggono , proibendogli la separazione ; e così potendosi liberamente muovere , la lor massa ne divenisse fluida , e tale restasse , fin che gl' ignicoli tra esse dimorassero: partendosi poi quelli , e lasciando i pristini vacui , tornasse la lor solita attrazione , ed in conseguenza l'attaccamento delle parti . Ed all' instanza del Sig. Simp. parmi, che si possa rispondere, che sebbene tali vacui sarebber piccolissimi, ed in conseguenza ciascheduno facile ad esser superato , tuttavia l' innumerabile moltitudine innumerabilmente (per così dire) multiplica le resistenze : e quale , e quanta sia la forza , che da numero immenso di debolissimi momenti insieme congiunti risulta , porgacene evidentissimo argomento il veder noi un peso di milioni di libbre sostenuto da canapi grossissimi , cedere , e finalmente lasciarsi vincere , e sollevare dall' assalto degl' innumerabili atomi di acqua , li quali , o spinti dall' Austro , o pure che distesi in tenuissima nebbia si vadano movendo per l' aria , vanno a cacciarsi tra fibra , e fibra dei canapi tiratissimi , nè può l' immensa forza del pendente peso vietargli l' entrata ; sicchè penetrando per gli angusti meati ingrossano le corde , e per conseguenza le scorciano , onde la mole gravissima a forza vien sollevata . 493

Sagr. Ei non è dubbio alcuno , che mentre una resistenza non sia infinita , può dalla moltitudine di minutissime forze esser superata; sicchè anco un numero di

di formiche ſtraſcicherebbe per terra una nave carica di grano: perchè il ſenſo ci moſtra quotidianamente, che una formica deſtramente porta un granello; e chiara coſa è, che nella nave non ſono infiniti granelli, ma compreſi dentro a qualche numero, del quale ſe ne può prendere un altro quattro, e ſei volte maggiore, al quale ſe ſe ne prenderà un altro di formiche eguale, e ſi porranno in opera, condurranno per terra il grano, e la nave ancora. E' ben vero, che biſognerà, che il numero ſia grande, come anco per mio parere quello dei vacui, che tengono attaccati i minimi del metallo.

Salv. Ma quando biſognaſſe, che fuſſero anche infiniti, l' avete voi forſe per impoſſibile?

Sagr. No, quando quel metallo fuſſe una mole infinita: altrimenti

Salv. Altrimenti che? Orsù già che ſi è meſſo mano ai Paradoſſi, vediamo ſe in qualche maniera ſi poteſſe dimoſtrare, come in una continua eſtenſione finita non repugni il poterſi ritrovare infiniti vacui: e nell' iſteſſo tempo ci verrà ſe non altro, almeno arrecata una ſoluzione del più ammirabile problema, che ſia da Ariſtotile meſſo tra quelli, che eſſo medeſimo addimanda ammirandi, dico tra le queſtioni Meccaniche; e la ſoluzione potrebbe eſſer per avventura non meno eſplicante, e concludente di quella, che egli medeſimo ne arreca; e diverſa anco da quello, che molto acutamente vi conſidera il dottiſſimo Monſ. di Guevara. Ma biſogna prima dichiarare una propoſizione non toccata da altri, dalla quale dipende lo ſcioglimento della quiſtione, che poi, s' io non m' inganno, ſi tira dietro altre notizie nuove, e ammirande. Per intelligenza di che accuratamente deſcriveremo la figura. Però intendiamo un poligono equilatero, ed equiangolo di quanti lati eſſer ſi voglia, deſcritto intorno a queſto centro G, e ſia per ora un eſagono A B C D E F, ſimile al quale, e ad eſſo concentrico ne deſcriveremo un altro minore, quale noteremo H I K L M N, e

del maggiore ſi prolunghi un lato A B indeterminatamente verſo S, e del minore il riſpondente lato H I ſia verſo la medeſima parte ſimilmente prodotto, ſegnando la linea H T parallela all' A S, e pel centro paſſi l' altra alle medeſime equidiſtante G V. Fatto queſto il maggior poligono rivolgaſi ſopra la linea

A S

A S portando seco l'altro poligono minore. E' chiaro, che stando fisso il punto B termine del lato A B, mentre si comincia la revoluzione, l'angolo A si solleverà, e 'l punto C s'abbasserà descrivendo l'arco C Q, sicchè il lato B C si adatti alla linea a se stesso eguale B Q: ma in tal conversione l'angolo I del minor poligono si eleverà sopra la linea I T, per esser la I B obbliqua sopra l'A S: nè prima tornerà il punto I su la parallela I T, se non quando il punto C sarà pervenuto in Q: allora l'I sarà caduto in O, dopo aver descritto l'arco I O fuori della linea H T, ed allora il lato I K sarà passato in O P. Ma il centro G tra tanto sempre averà camminato fuori della linea G V, su la quale non sarà tornato, se non dopo aver descritto l'arco G C. Fatto questo primo passo, il poligono maggiore sarà trasferito a posare col lato B C su la linea B Q, il lato I K del minore sopra la linea O P, avendo saltato tutta la parte I O senza toccarla, e 'l centro G pervenuto in C, facendo tutto il suo corso fuori della parallela G V. E finalmente tutta la figura si sarà rimessa in un posto simile al primo; sicchè continuandosi la revoluzione, e venendo al secondo passo il lato del maggior poligono D C si adatterà alla parte Q X, il K L del minore (avendo prima saltato l'arco P Y) caderà in Y Z, ed il centro procedendo sempre fuori della G V in essa caderà solamente in R, dopo il gran salto C R. Ed in ultimo finita una intera conversione, il maggior poligono avrà calcate sopra la sua A S sei linee eguali al suo perimetro senza veruna interposizione, il poligono minore avrà parimente impresse sei linee eguali all' ambito suo, ma discontinuate dall' interposizione di cinque archi, sotto i quali restano le corde, parti della parallela H T non tocche dal poligono; e finalmente il centro G non è convenuto mai con la parallela G V, salvo che in sei punti. Di qui potete comprendere, come lo spazio passato dal minor poligono è quasi eguale al passato dal maggiore, cioè la linea H T alla A S, della quale è solamente minore, quanto è la corda d'uno di questi archi, intendendo però la linea H T insieme con li spazj dei cinque archi. Ora questo, che vi ho esposto, e dichiarato nell' esempio di questi esagoni, vorrei che intendeste accadere di tutti gli altri poligoni, di quanti lati esser si vogliano, purchè sieno simili, concentrici, e congiunti; e che alla conversion del maggiore s'intenda rigirarsi anco l'altro quanto si voglia minore; che intendeste, dico, le linee da essi passate esser prossimamente eguali, computando nello spazio passato dal minore gl' intervalli sotto gli archetti non tocchi da parte veruna del perimetro di esso minor poligono. Passa dunque il gran poligono di mille lati, e misura conseguentemente una linea retta eguale al suo ambito; e nell' istesso tempo il piccolo passa una prossimamente egual linea, ma interrottamente composta di mille particelle eguali a i suoi mille lati coll' interposizione di mille spazj vacui, che tali possiamo chiamargli in relazione alle mille lineette toccate da i lati del poligono. Ed il detto sin qui non ha veruna difficoltà, o dubitazione. Ma ditemi, se intorno a un centro, qual sia, v. g. questo punto A, noi descriveremo due cerchi concentrici, ed insieme uniti, e che da i punti C, B de i lor semidiametri sieno tirate le tangenti C E, B F, e ad esse pel centro A la parallela A D, intendendo girato il cerchio maggiore sopra la linea B F (posta eguale alla di lui circonferenza, come parimente le altre due C E, A D) compita che abbia una revoluzione, che averà fatto il minor cerchio, e che il centro? questo sicuramente averà scorsa, e toccata tutta la linea A D, e la circonferenza di quello averà con li suoi toccamenti misurata tutta la C E, facendo l'istesso, che fecero i poligoni di sopra: in questo solamente differenti, che la linea H T non fu tocca in tutte le sue parti dal perimetro del minor poligono, ma ne furon lasciate tante intatte coll' interposizione di vacui saltati, quante furon le parti tocche da i lati; ma qui ne i cerchi mai non si separa la circonferenza del minor cerchio dalla linea C E, sì che alcuna

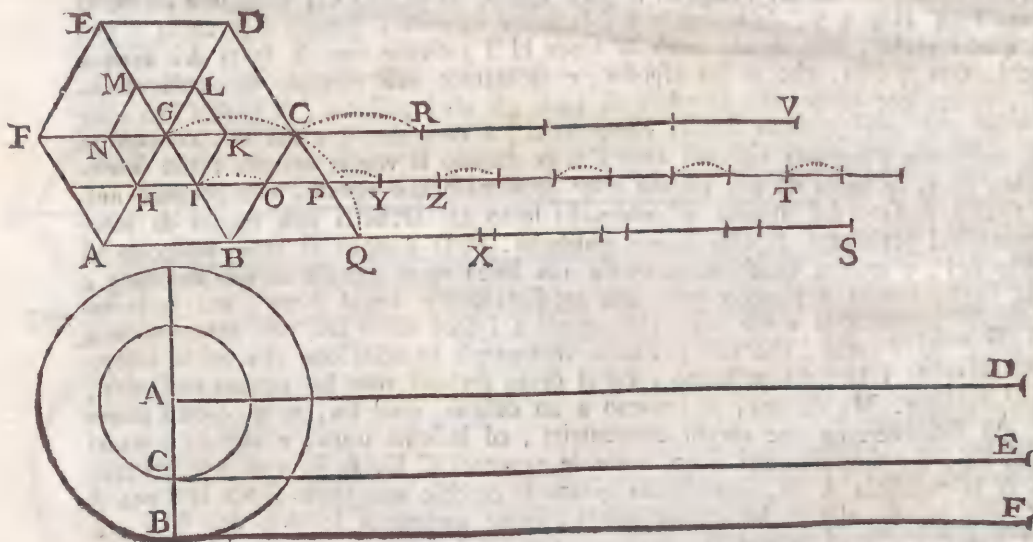
494

495

sua

ſua parte non venga tocca, nè mai quello, che tocca della circonferenza, è manco del toccato nella retta. Or come dunque può ſenza ſalti ſcorrere il cerchio minore una linea tanto maggiore della ſua circonferenza?

Sagr. Andava penſando, ſe ſi poteſſe dire, che ſiccome il centro del cerchio eſſo ſolo ſtraſcicato ſopra A D la tocca tutta eſſendo anco un punto ſolo, così poteſſero i punti della circonferenza minore tirati dal moto della maggiore andare ſtraſcicandoſi per qualche particella della linea C E.

Salv. Queſto non può eſſere per due ragioni; prima perchè non ſarebbe maggior ragione, che alcuno de i toccamenti ſimili al C andaſſero ſtraſcicando per qualche parte della linea C E, ed altri no: e quando queſto fuſſe, eſſendo tali toccamenti (perchè ſon punti) infiniti, gli ſtraſcichi ſopra la C E ſarebbero infiniti, ed eſſendo quanti farebbero una linea infinita, ma la C E è finita. L' altra ragione è, che mutando il cerchio grande nella ſua converſione continuamente contatto, non può non mutarlo parimente il minor cerchio, non ſi potendo da altro punto, che dal punto B tirare una linea retta ſino al centro A, e che paſſaſſe pel punto C, ſicchè mutando contatto la circonferenza grande, lo muta ancora la piccola, nè punto alcuno della piccola tocca più d'un punto della ſua retta C E. Oltre che anco nella converſione de i poligoni neſſun punto del perimetro del minore ſi adattava a più d' un punto della linea, che dal medeſimo perimetro veniva miſurata, come ſi può facilmente intendere, conſiderando la linea I K eſſer parallela alla B C, onde ſin che la B C non ſi ſchiaccia ſopra la B Q, la I K reſta ſollevata ſopra la I P, nè prima la calca, ſe non nel medeſimo inſtante che la B C ſi uniſce colla B Q, ed allora tutta inſieme la I K ſi uniſce colla O P, e poi immediatamente ſe gli eleva ſopra.

Sagr. Il negozio è veramente molto intrigato, nè a me ſovviene ſciolgimento alcuno, però diteci quello, che a noi conviene.

Salv. Io ricorrerei alla conſiderazione dei poligoni ſopra conſiderati, l' effetto de i quali è intelligibile, e di già compreſo, e direi, che ſiccome ne i poligoni di centomila lati alla linea paſſata, e miſurata dal perimetro del maggiore, cioè, da i centomila ſuoi lati continuamente diſteſi, è eguale la miſurata da i centomila

mila lati del minore, ma coll' interposizione di centomila spazj vacui traposti; così direi ne i cerchi (che son poligoni di lati infiniti) la linea passata da gl' infiniti lati del cerchio grande, continuamente disposti, esser pareggiata in lunghezza dalla linea passata dagl' infiniti lati del minore, ma da questi coll' interposizione d'altrettanti vacui tra essi; e siccome i lati non son quanti, ma bene infiniti, così gl' interposti vacui non son quanti, ma infiniti, quelli cioè infiniti punti tutti pieni, e questi infiniti punti parte pieni, e parte vacui. E qui voglio, che notiate come risolvendo, e dividendo una linea in parti quante, e per conseguenza numerate, non è possibile disporle in una estensione maggiore di quella, che occupava mentre stavano continuate, e congiunte, senza l'interposizione d'altrettanti spazj vacui, ma immaginandola risoluta in parti non quante, cioè ne' suoi infiniti indivisibili, la possiamo concepire distratta in immenso senza l' interposizione di spazj quanti vacui, ma sibbene d' infiniti indivisibili vacui. E questo, che si dice delle semplici linee, s'intenderà detto delle superficie de' corpi solidi, considerandogli composti d' infiniti atomi non quanti; mentre gli vorremo dividere in parti quante, non è dubbio, che non potremo disporle in ispazj più ampli del primo occupato dal solido, se non coll' interposizione di spazj quanti vacui, vacui dico almeno della materia del solido; ma se intenderemo l' altissima, ed ultima resoluzione fatta ne i primi componenti non quanti, ed infiniti, potremo concepire tali componimenti distratti in ispazio immenso senza l'interposizione di spazj quanti vacui, ma solamente di vacui infiniti non quanti; ed in questa guisa non repugna distrarsi, v. g. un piccolo globetto d' oro in uno spazio grandissimo senza ammettere spazj quanti vacui: tuttavolta però che ammettiamo l'oro esser composto d' infiniti indivisibili.

Simp. Parmi che voi camminate alla via di quei vacui disseminati di certo Filosofo antico.

Salv. Ma però voi non soggiugnete: Il quale negava la provvidenza divina, come in certo simil proposito assai poco a proposito soggiunse un tale antagonista del nostro Accademico.

Simp. Vidi bene, e non senza stomaco, il livore del male affetto contradditore; ma io non solamente per termine di buona creanza non toccherei simili tasti, ma perchè so quanto sono discordi dalla mente ben temperata, e bene organizzata di V. S. non solo religiosa, e pia, ma cattolica, e santa. Ma ritornando sul proposito: molte difficoltà sento nascermi dagli avuti discorsi, dalle quali veramente io non saprei liberarmi. E per una mi si para avanti questa, che se le circonferenze de i due cerchi sono eguali alle due rette C E, B F, questa continuamente presa, e quella coll' interposizione d' infiniti punti vacui, l'A D descritta dal centro, che è un punto solo, in qual maniera si potrà chiamare ad esso eguale contenendone infiniti? In oltre quel comporre la linea di punti, il divisibile di indivisibili, il quanto di non quanti, mi pajono scogli assai duri da passargli: e l' istesso dover ammettere il Vacuo tanto concludentemente riprovato da Aristotile non manca delle medesime difficoltà.

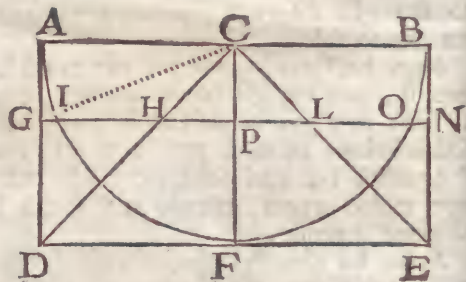
Salv. Ci sono veramente coteste, e dell'altre: ma ricordiamoci, che siamo tra gl' infiniti, e gl' indivisibili, quelli incomprensibili dal nostro intelletto finito per la loro grandezza, e questi per la lor piccolezza; contuttociò vediamo, che l' umano discorso non vuole rimanersi dall' aggirarsegli attorno, dal che pigliando io ancora qualche libertà produrrei alcuna mia fantasticheria se non concludente necessariamente, almeno per la novità apportatrice di qualche maraviglia: ma imforse il divertir tanto lungamente dal cominciato cammino potrebbe parervi importuno, e però poco grato. 497

Sagr. Di grazia godiamo del benefizio, e privilegio, che s' ha dal parlar con i vivi, e tra gli amici, e più di cose arbitrarie, e non necessarie, differente dal

trattar co' libri morti, li quali ti eccitano mille dubbj, e nessuno te ne risolvono. Fateci dunque partecipi di quelle considerazioni, che il corso de i nostri ragionamenti vi suggerisce, che non ci mancherà tempo, mercè dell' esser noi disobbligati da funzioni necessarie, di continuare, e risolvere l'altre materie intraprese, ed in particolare i dubbj toccati dal Sig. Simp. non si trapassino in tutti modi.

Salv. Così si faccia, poichè tale è il vostro gusto; e cominciando dal primo, che fu, come si possa mai capire, che un sol punto sia eguale ad una linea, vedendo di non ci poter fare altro per ora, proverò di quietare, o almeno temperare una improbabilità con un' altra simile, o maggiore, come talvolta una maraviglia si attutisce con un miracolo. E questo sarà col mostrarvi due superficie eguali, ed insieme due corpi pur eguali, e sopra le medesime dette superficie come basi loro collocati, andarsi continuamente, ed egualmente e queste, e quelli nel medesimo tempo diminuendo, restando sempre tra di loro eguali i loro residui, e finalmente andare sì le superficie, come i solidi a terminare le lor perpetue egualità precedenti l'uno dei solidi coll' una delle superficie in una lunghissima linea, e l' altro solido coll' altra superficie in un sol punto; cioè questi in un sol punto, e quelli in infiniti.

Sagr. Ammirabil proposta veramente mi par cotesta, però sentiamone l' esplicazione, e la dimostrazione.

Salv. E' necessario farne la figura, perchè la prova è pura Geometrica. Pertanto intendasi il mezzo cerchio A F B, il cui centro C, ed intorno ad esso il parallelogrammo rettangolo A D E B, e dal centro a i punti D, E sieno tirate le rette linee C D, C E. Figurandoci poi il semidiametro C F perpendicolare a una delle due A B, D E immobile, intendiamo intorno a quello girarsi tutta questa figura. E' manifesto, che dal rettangolo A D E B verrà descritto un cilindro, dal semicircolo A F B una mezza sfera, e dal triangolo C D E un cono. Inteso questo, voglio, che ci immaginiamo esser levato via l' Emisferio, lasciando però il cono, e quello, che rimarrà del cilindro, il quale dalla figura, che riterrà simile a una scodella, chiameremo pure Scodella; della quale, e del cono prima

dimostreremo, che sono eguali; e poi un piano tirato parallelo al cerchio, che è base della Scodella, il cui diametro è la linea D E, e il centro F, dimostreremo tal piano, che passasse, v. gr. per la linea G N, segando la Scodella nei punti G I, O N, ed il cono ne' punti H L, tagliare la parte del cono C H L eguale sempre alla parte della Scodella, il cui profilo ci rappresentano i triangoli G A I, B O N, e di più si proverà la base ancora del medesimo cono, cioè il cerchio, il cui diametro H L, essere eguale a quella circolar superficie, che è base della parte della scodella, che è come se dicessimo un nastro di larghezza, quanta è la linea G I. (notate intanto, che cosa sono le diffinizioni dei Matematici, che sono una imposizion di nomi, o vogliam dire abbreviazioni di parlare, ordinate, ed introdotte per levar lo stento tedioso, che voi, ed io sentiamo di presente per non aver convenuto insieme di chiamar, v. gr. questa superficie nastro circolare, e quel solido acutissimo della Scodella rasojo rotondo) Or comunque vi piaccia chiamargli, bastivi intendere, che il piano prodotto per qualsivoglia distanza, pur che sia parallelo alla base, cioè al cerchio, il cui diametro

498

tro D E taglia ſempre i due ſolidi, cioè la parte del cono C H L, e la ſuperior parte della Scodella eguali tra di loro: e parimente le due ſuperficie baſi di tali ſolidi, cioè il detto naſtro, e il cerchio H L pur tra loro eguali. Dal che ne ſegue la maraviglia accennata: cioè, che ſe intenderemo il ſegante piano ſucceſſivamente innalzato verſo la linea A B, ſempre le parti dei ſolidi tagliate ſono eguali, come anco le ſuperficie, che ſon baſi loro, pur ſempre ſono eguali, e finalmente alzando, e alzando tanto li due ſolidi (ſempre eguali) quanto le lor baſi (ſuperficie pur ſempre eguali) vanno a terminare l'una coppia di loro in una circonferenza di un cerchio, e l'altra in un ſol punto: che tali ſono l'orlo ſupremo della Scodella, e la cuſpide del cono. Or mentre che nella diminuzione dei due ſolidi ſi va ſino all' ultimo mantenendo ſempre tra eſſi la egualità, ben par conveniente il dire, che gli altiſſimi, ed ultimi termini di tali menomamenti reſtino tra di loro eguali, e non l'uno infinitamente maggior dell' altro: par dunque, che la circonferenza di un cerchio immenſo poſſa chiamarſi eguale a un ſol punto. E queſto, che accade nei ſolidi, accade parimente nelle ſuperficie baſi loro, che eſſe ancora conſervando nella comune diminuzione ſempre la egualità vanno in fine ad incontrare nel momento della loro ultima diminuzione, quella per ſuo termine la circonferenza di un cerchio, e queſta un ſol punto. Li quali perchè non ſi debbon chiamare eguali, ſe ſono le ultime reliquie, e veſtigie laſciate da grandezze eguali? E notate appreſſo, che quando ben fuſſero tali vaſi capaci degl' immenſi Emisferi celeſti, tanto gli orli loro ſupremi, e le punte dei contenuti coni, ſervando ſempre tra loro l'egualità, andrebbero a terminare quelli in circonferenze eguali a quelle de' cerchi maſſimi degli Orbi celeſti, e queſti in ſemplici punti. Onde conforme a quello, che tali ſpecolazioni ne perſuadono, anco tutte le circonferenze di cerchi quanto ſi voglia diſeguali, poſſon chiamarſi tra loro eguali, e ciaſcheduna eguale a un punto ſolo.

Sagr. La ſpeculazione mi par tanto gentile, e peregrina, che io quando ben poteſſi, non me gli vorrei opporre, che mi parrebbe un mezzo ſacrilegio lacerar sì bella ſtruttura calpeſtandola con qualche pedanteſco affronto; però per intera ſoddisfazione recateci pur la prova, che dite Geometrica del mantenerſi ſempre l' egualità tra quei ſolidi, e quelle baſi loro, che penſo, che non poſſa eſſer ſe non molto arguta, eſſendo così ſottile la filoſofica meditazione, che da tal concluſione dipende.

Salv. La dimoſtrazione è anco breve, e facile. Ripigliamo la ſegnata figura, nella quale per eſſer l' angolo I P C retto, il quadrato del ſemidiametro I C è eguale alli due quadrati dei lati I P, P C. Ma il ſemidiametro I C è eguale alla A C, e queſta alla G P, e la C P è eguale alla P H; adunque il quadrato della linea G P è eguale alli due quadrati delle I P, P H, e il quadruplo ai quadrupli; cioè il quadrato del diametro G N è eguale alli due quadrati I O, H L; e perchè i cerchi ſon tra loro, come i quadrati de' lor diametri, il cerchio, il cui diametro G N ſarà eguale alli due cerchi, i cui diametri I O, H L, e tolto via il comune cerchio, il cui diametro I O, il reſiduo del cerchio G N ſarà eguale al cerchio, il cui diametro è H L. E queſto è quanto alla prima parte. Quanto poi all' altra parte, laſceremo per ora la dimoſtrazione, sì perchè volendola noi vedere la troveremo nella duodecima Propoſizione del libro ſecondo *de centro gravitatis ſolidorum* poſta dal Sig. Luca Valerio nuovo Archimede dell'età noſtra, il quale per un altro ſuo propoſito ſe ne ſervì; sì perchè nel caſo noſtro baſta l' aver veduto, come le ſuperficie già dichiarate ſieno ſempre eguali; e che diminuendoſi ſempre egualmente vadano a terminare l'una in un ſol punto, e l' altra nella circonferenza di un cerchio maggiore anco di

499

di qualsivoglia grandissimo, perchè in questa consequenza sola versa la nostra maraviglia.

Sag. Ingegnosa la dimostrazione, quanto mirabile la riflessione fattavi sopra. Or sentiamo qualche cosa circa l'altra difficoltà promossa dal Sig. Simp. se però avete alcuna particolarità da dirvi sopra, che crederei, che non potesse essere, essendo una controversia stata tanto esagitata.

Salv. Avrò qualche mio pensiero particolare, replicando prima quel, che poco fa dissi, cioè che l'infinito è per se solo da noi incomprensibile, come anco gl' indivisibili: or pensate quello, che saranno congiunti insieme: e pur se vogliamo compor la linea di punti indivisibili, bisogna fargli infiniti; e così conviene apprender nel medesimo tempo l'infinito, e l' indivisibile. Le cose, che in più volte mi son passate per la mente in tal proposito, son molte, parte delle quali, e forse le più considerabili potrebbe esser, che così improvvisamente non mi sovvenissero, ma nel progresso del ragionamento potrà accadere, che destando io a voi, ed in particolare al Sig. Simplicio obbjezioni, e difficoltà, essi all' incontro mi facessero ricordar di quello, che senza tale eccitamento restasse dormendo nella fantasia; e però colla solita libertà sia lecito produrre in mezzo i nostri umani capricci, che tali meritamente possiamo nominargli in comparazione delle dottrine soprannaturali, sole vere, e sicure determinatrici delle nostre controversie, e scorte inerranti nei nostri oscuri, e dubbj sentieri, o più tosto laberinti.

Tra le prime istanze, che si sogliono produrre contro a quelli, che compongono il continuo d' indivisibili, suole esser quella, che uno indivisibile aggiunto a un altro indivisibile non produce cosa divisibile; perchè se ciò fusse, ne seguirebbe, che anco l'indivisibile fusse divisibile, perchè quando due indivisibili, come per esempio due punti, congiunti facessero una quantità, qual sarebbe una linea divisibile, molto più sarebbe tale una composta di tre, di cinque, di sette, e di altre moltitudini dispari; le quali linee essendo più segabili in due parti eguali, rendon segabile quell' indivisibile, che nel mezzo era collocato. In questa, ed altre obbjezioni di questo genere si dà soddisfazione alla parte con dirgli, che non solamente due indivisibili, ma nè dieci, nè cento, nè mille non compongono una grandezza divisibile, e quanta, ma sibbene infiniti.

Simpl. Qui nasce subito il dubbio, che mi pare insolubile; ed è, che sendo noi sicuri trovarsi linee una maggior dell' altra, tuttavolta che amendue contengano punti infiniti, bisogna confessare trovarsi nel medesimo genere una cosa maggior dell' infinito; perchè la infinità dei punti della linea maggiore eccederà l'infinità dei punti della minore. Ora questo darsi un infinito maggior dell' infinito, mi par concetto da non potere esser capito in verun modo.

500 *Salv.* Queste son di quelle difficoltà, che derivano dal discorrer, che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno agl' infiniti, dandogli quelli attributi, che noi diamo alle cose finite, e terminate; il che penso, che sia inconveniente, perchè stimo, che questi attributi di maggioranza, minorità, ed egualità non convengano agl' infiniti, de' quali non si può dire uno esser maggiore, o minore, o eguale all' altro. Per prova di che già mi sovvenne un sì fatto discorso, il quale per più chiara esplicazione proporrò per interrogazioni al Sig. Simpl. che ha mossa la difficoltà.

Io suppongo, che voi benissimo sappiate, quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

Simpl. So benissimo, che il numero quadrato è quello, che nasce dalla moltiplicazione di un altro numero in se medesimo, e così il quattro, il nove son numeri quadrati, nascendo quello dal dua, e questo dal tre in se medesimi moltiplicati.

Salv. Beniſſimo ; e ſapete ancora , che ſiccome i prodotti ſi dimandano quadrati , i producenti , cioè quelli , che ſi multiplicano , ſi chiamano lati , o radici ; gli altri poi , che non naſcono da numeri multiplicati in ſe ſteſſi , non ſono altrimenti quadrati . Onde ſe io dirò , i numeri tutti , comprendendo i quadrati , e i non quadrati eſſer più , che i quadrati ſoli , dirò propoſizione veriſſima ; non è così ?

Simpl. Non ſi può dir altrimenti .

Salv. Interrogando io di poi , quanti ſiano i numeri quadrati , ſi può con verità riſpondere , loro eſſer tanti , quante ſono le proprie radici , avvengachè ogni quadrato ha la ſua radice , ogni radice ha il ſuo quadrato , nè quadrato alcuno ha più di una ſola radice , nè radice alcuna più di un quadrato ſolo .

Simp. Così ſta .

Salv. Ma ſe io domanderò , quante ſiano le radici , non ſi può negare , che elle non ſiano quante tutti i numeri , poichè non vi è numero alcuno , che non ſia radice di qualche quadrato . E ſtante queſto converrà dire , che i numeri quadrati ſiano quanti tutti i numeri , poichè tanti ſono, quante le lor radici , e radici ſon tutti i numeri ; e pur da principio dicemmo , tutti i numeri eſſer aſſai più , che tutti i quadrati , eſſendo la maggior parte non quadrati . E pur di tuttavia ſi va la moltitudine dei quadratti ſempre con maggior proporzione diminuendo , quanto a maggior numeri ſi trapaſſa ; perchè ſino a cento vi ſono dieci quadrati , che è quanto a dire , la decima parte eſſer quadrati : in dieci mila ſolo la centeſima parte ſon quadrati , in un milione *ſolo la milleſima* : e pur nel numero infinito , ſe concepire *poteſſimo*, biſognerebbe dire tanti eſſere i quadrati , quanti tutti i numeri inſieme .

Sagr. Che dunque ſi ha da determinare in queſta occaſione ?

Salv. Io non vedo , che ad altra deciſione ſi poſſa venire , che a dire , infiniti eſſere tutti i numeri , infiniti i quadrati , infinite le loro radici ; nè la moltitudine de i quadrati eſſer minore di quella di tutti i numeri , nè queſta maggior di quella ; ed in ultima concluſione gli attributi di eguale , maggiore , e minore non aver luogo negl' infiniti , ma ſolo nelle quantità terminate . E però quando il Sig. Simplicio mi propone più linee diſeguali , e mi domanda come poſſa eſſere , che nelle maggiori non ſiano più punti , che nelle minori , io gli riſpondo , che non ve ne ſono nè più , nè manco , nè altrettanti ; ma in ciaſcheduna infiniti . O veramente ſe io gli riſpondeſſi i punti nell' una eſſer quanti ſono i numeri quadrati ; in un' altra maggiore , quanti tutti i numeri ; in quella piccolina , quanti ſono i numeri cubi , non potrei io avergli dato ſoddisfazione col porre più in una , che nell' altra , e pure in ciaſcheduna infiniti ? e queſto è quanto alla prima difficoltà . 501

Sagr. Fermate in grazia , e concedetemi , che io aggiunga al detto ſin qui un penſiero , che pur ora mi giugne ; e queſto è , che ſtante le coſe dette ſin qui parmi , che non ſolamente non ſi poſſa dire un infinito eſſer maggiore a un altro infinito , ma nè anco , che ei ſia maggior di un finito , perchè ſe il numero infinito fuſſe maggiore , v. gr. del milione , ne ſeguirebbe , che paſſando dal milione ad altri ed altri continuamente maggiori , ſi camminaſſe verſo l' infinito ; il che non è : anzi per l' oppoſito a quanto maggiori numeri facciamo paſſaggio , tanto più ci diſcoſtiamo dal numero infinito ; perchè nei numeri , quanto più ſi pigliano grandi , ſempre più e più rari ſono i numeri quadrati in eſſi contenuti : ma nel numero infinito i quadrati non poſſono eſſer manco , che tutti i numeri , come pure ora ſi è concluſo : adunque l' andare verſo numeri ſempre maggiori e maggiori è un diſcoſtarſi dal numero infinito .

Salv. E così dal voſtro ingegnoſo diſcorſo ſi conclude gli attributi di maggiore,

re, minore, o eguale non aver luogo non solamente tra gl' infiniti, ma nè anco tra gl' infiniti, e i finiti.

Passo ora ad un' altra considerazione, ed è, che stante che la linea, ed ogni continuo sian divisibili in sempre divisibili, non vedo come si possa sfuggire, la composizione essere d' infiniti indivisibili, perchè una divisione, e suddivisione, che si possa proseguir perpetuamente, suppone, che le parti sieno infinite, perchè altramente la suddivisione sarebbe terminabile; e l' esser le parti infinite si tira in consequenza l' esser non quante; perchè quanti infiniti fanno un' estensione infinita; e così abbiamo il continuo composto d' infiniti indivisibili.

Simpl. Ma se noi possiamo proseguir sempre la divisione in parti quante, che necessità abbiamo noi di dover per tal rispetto introdur le non quante?

Salv. L' istesso poter proseguir perpetuamente la divisione in parti quante, induce la necessità della composizione d' infiniti non quanti. Imperocchè venendo più alle strette io vi domando, che risolutamente mi diciate, se le parti quante nel continuo per vostro credere son finite, o infinite?

Simpl. Io vi rispondo esser infinite, e finite: infinite in potenza, e finite in atto. Infinite in potenza, cioè innanzi alla divisione; ma finite in atto, cioè dopo che son divise, perchè le parti non s' intendono attualmente esser nel suo tutto, se non dopo esser divise, o almeno segnate; altramente si dicono esservi in potenza.

Salv. Sicchè una linea lunga, v. g. venti palmi, non si dice contener venti linee di un palmo l' una attualmente, se non dopo la divisione in venti parti eguali, ma per avanti si dice contenerle solamente in potenza. Or sia, come vi piace ditemi, se fatta l' attual divisione di tali parti quel primo tutto cresce, o diminuisce, o pur resta della medesima grandezza?

Simpl. Non cresce, nè scema.

Salv. Così credo io ancora. Adunque le parti quante nel continuo o vi sieno in atto, o vi sieno in potenza, non fanno la sua quantità maggiore, nè minore; ma chiara cosa è, che parti quante attualmente contenute nel loro tutto, se son infinite, lo fanno di grandezza infinita; adunque parti quante benchè in potenza solamente infinite, non possono esser contenute, se non in una grandezza infinita; adunque nella finita parti quante infinite nè in atto, nè in potenza possono esser contenute.

502

Sagr. Come dunque potrà esser vero, che il continuo possa incessabilmente dividersi in parti capaci sempre di nuova divisione?

Salv. Par che quella distinzione d' atto, e di potenza vi renda fattibile per un verso quel, che per un altro sarebbe impossibile. Ma io vedrò d' aggiustar meglio queste partite con fare un altro computo. Ed al quesito, che domanda, se le parti quante nel continuo terminato sien finite, o infinite, risponderò tutto l' opposito di quel, che rispose dianzi il Sig. Simp. cioè non esser nè finite, nè infinite.

Simp. Ciò non avrei saputo mai rispondere io, non pensando, che si trovasse termine alcuno mezzano tra il finito, e l' infinito; sicchè la divisione, o distinzione, che pone una cosa o esser finita, o infinita, fusse manchevole e difettosa.

Salv. A me par, ch' ella sia. E parlando delle quantità discrete, parmi che tra le finite, e l' infinite vi sia un terzo medio termine, che è il rispondere ad ogni segnato numero; sicchè domandato nel presente proposito, se le parti quante nel continuo sieno finite, o infinite, la più congrua risposta sia il dire non essere nè finite, nè infinite, ma tante, che rispondono ad ogni segnato numero; per lo che fare è necessario, che elle non sieno comprese dentro a un limitato numero, perchè non risponderebbono ad un maggiore: ma nè anco è necessario, che

che elle sieno infinite, perchè niuno assegnato numero è infinito. E così ad arbitrio del domandante una proposta linea gliela potremo assegnare in cento parti quante, e in mille, e in cento mila, conforme a qual numero gli piacerà; ma divisa in infinite, questo non già. Concedo dunque a i Signori Filosofi, che il continuo contiene quante parti quante piace loro, e gli ammetto, che le contenga in atto, o in potenza a lor gusto, e beneplacito; ma gli soggiungo poi, che nel modo che in una linea di dieci canne si contengono dieci linee d'una canna l'una, e quaranta d'un braccio l'una, e ottanta di mezzo braccio, così contiene ella punti infiniti; chiamategli poi in atto, o in potenza, come più vi piace, che io, Sig. Simp. in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio, e giudizio.

Simp. Io non posso non laudare il vostro discorso: ma ho gran paura, che questa parità dell'esser contenuti i punti, come le parti quante, non corra con intera puntualità; nè che a voi sarà così agevole il dividere la proposta linea in infiniti punti, come a quei Filosofi in dieci canne, o in quaranta braccia: anzi ho per impossibile del tutto il ridurre ad effetto tal divisione; sicchè questa sarà una di quelle potenze, che mai non si riducono in atto.

Salv. Il non essere una cosa fattibile, se non con fatica, o diligenza, o in gran lunghezza di tempo, non la rende impossibile, perchè penso, che voi altresì non così agevolmente vi sbrigherete da una divisione da farsi d'una linea in mille parti, e molto meno dovendo dividerla in 937. o altro gran numero primo. Ma se questa, che voi per avventura stimate divisione impossibile, io ve la riducessi a così spedita, come se altri la dovesse segare in quaranta, vi contentereste voi di ammetterla più placidamente nella nostra conversazione?

Simp. Io gusto del vostro trattar, come fate talora, con qualche piacevolezza; ed al quesito vi rispondo, che la facilità mi parrebbe grande più che a bastanza, quando il risolverla in punti non fusse più laborioso, che il dividerla in mille parti. 503

Salv. Qui voglio dirvi cosa, che forse vi farà maravigliare in proposito del volere, o poter risolver la linea ne' suoi infiniti, tenendo quell'ordine, che altri tiene nel dividerla in quaranta, sessanta, o cento parti, cioè coll'andarla dividendo in due, e poi in quattro, col qual'ordine chi credesse di trovare i suoi infiniti punti, s'ingannerebbe indigrosso, perchè con tal progresso nè men alla division di tutte le parti quante si perverrebbe in eterno; ma degli indivisibili tanto è lontano il poter giugner per cotale strada al cercato termine, che più tosto altri se ne discosta, e mentre pensa col continuar la divisione, e col multiplicar la moltitudine delle parti, di avvicinarsi alla infinità, credo, che sempre più se n'allontani: e la mia ragione è questa. Nel discorso avuto poco fa concludemmo, che nel numero infinito bisognava, che tanti fussero i quadrati, o i cubi, quanti tutt'i numeri, poichè e questi, e quelli tanti sono, quante le radici loro, e radici son tutt'i numeri. Vedemmo appresso, che quanto maggiori numeri si pigliavano, tanto più radi si trovavano in essi i lor quadrati, e più radi ancora i lor cubi: adunque è manifesto, che a quanto maggiori numeri noi trapassiamo, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; dal che ne seguita, che tornando indietro (poichè tal progresso sempre più ci allontana dal termine ricercato) se numero alcuno può dirsi infinito, questo sia l'unità. E veramente in essa son quelle condizioni, e necessari requisiti del numero infinito, dico, del contener in se tanti quadrati, quanti cubi, e quanti tutti i numeri.

Simp. Io non capisco bene, come si debba intendere questo negozio.

Salv. Il negozio non ha in se dubbio veruno, perchè l'unità è quadrato, è cubo, è quadrato quadrato, e tutte le altre dignità; nè vi è particolarità veruna essenziale a i quadrati, a i cubi, che non convenga all'uno; come, v. g. proprietà

prietà di due numeri quadrati è l' aver tra di loro un numero medio proporzionale. Pigliate qualſivoglia numero quadrato per l' uno de' termini, e per l' altro l' unità, ſempre ci troverete un numero medio proporzionale. Sieno due numeri quadrati 9 e 4 eccovi tra 'l 9 e l' uno, medio proporzionale il 3, fra 'l 4 e l' uno media il 2, e tra i due quadrati 9 e 4 vi è il 6 in mezzo. Proprietà de i cubi è l' eſſer tra eſſi neceſſariamente due numeri medi proporzionali. Ponete 8 e 27, già tra loro ſon medi 12 e 18, e tra l' uno, e l' 8 mediano il 2 e 'l 4, tra l' uno e 'l 27 il 3 e 'l 9. Concludiamo per tanto non ci eſſer altro numero infinito, che l' unità. E queſte ſono delle maraviglie, che ſuperano la capacità della noſtra immaginazione, e che doveriano farci accorti, quanto gravemente ſi erri, mentre altri voglia diſcorrere intorno a gl' infiniti con quei medeſimi attributi, che noi uſiamo intorno a i finiti, le nature de i quali non hanno veruna convenienza tra di loro. In propoſito di che non voglio tacervi un mirabile accidente, che pur ora mi ſovviene, eſplicante l' infinita differenza, anzi repugnanza, e contrarietà di natura, che incontrerebbe una quantità terminata nel trapaſſare all' infinita. Segniamo queſta linea retta A B di qualſivoglia lunghezza; e preſo in lei qualſivoglia punto C, che in parti diſeguali la divida: dico, che partendoſi coppie di linee da i termini A, B, che ritenendo fra di loro la medeſima proporzione, che hanno le parti AC, B C, vadiano a concorrere inſieme, i punti de i loro concorſi andranno tutti nella circonferenza di un medeſimo cerchio: come per eſempio partendoſi le A L, B L da i punti A, B, ed avendo tra di loro la medeſima proporzione, che hanno le parti A C, B C, e andando a concorrere nel punto L, e ritenendo l' iſteſſa proporzione altre due A K, B K, concorrendo in K altre, A I, B I, A H, H B, A G, G B, A F, F B, A E, E B, dico, che i punti dei concorſi C, L, K, I, H, G, F, E caſcano tutti nella circonferenza di un iſteſſo cerchio, talchè ſe ci immagineremo il punto C muoverſi continuamente con tal legge, che le linee da eſſo prodotte ſino a i termini fiſſi A, B mantengano ſempre la proporzione medeſima, che hanno le prime parti A C, C B, tal punto C deſcriverà la circonferenza di un cerchio, come appreſſo vi dimoſtrerò. Ed il cerchio in cotal modo deſcritto ſarà ſempre maggiore e maggiore infinitamente, ſecondo che il punto C ſarà preſo più vicino al punto di mezzo, che ſia O, e minore ſarà quel cerchio, che dal punto più vicino all' eſtremità B ſarà deſcritto; in maniera che da i punti infiniti, che pigliar ſi poſſono nella linea O B, ſi deſcriveranno cerchi (movendogli coll' eſplicata legge) di qualſivoglia grandezza, minori della luce dell' occhio di una pulce, e maggiori dell' Equinoziale del primo Mobile. Ora ſe alzandoſi qualſivoglia de i punti compreſi tra i termini O, B da tutti ſi deſcrivono cerchi, e immenſi dai punti proſſimi all' O, alzando l' iſteſſo O, e continuando di muoverlo coll' oſſervanza dell' iſteſſo decreto, cioè, che le linee da eſſo prodotte ſino a i termini A, B ritengano la proporzione, che hanno le prime linee A O, O B, che linea verrà ſegnata? Segneraſſi la cir-

504

con-

conferenza di un cerchio, ma di un cerchio maggiore di tutti gli altri massimi, di un cerchio dunque infinito; ma si segna anco una linea retta, e perpendicolare sopra la B A eretta dal punto O, e prodotta in infinito senza mai tornare a riunire il suo termine ultimo col suo primo, come ben tornavano l'altre; imperocchè la segnata per lo moto limitato del punto C dopo segnato il mezzo cerchio superiore C H E, continuava di segnare l'inferiore E M C riunendo insieme i suoi estremi termini nel punto C. Ma il punto O mossosi per segnar, come tutti gli altri della linea A B (perchè i punti presi nell'altra parte O A descriveranno essi ancora lor cerchi, ed i massimi i punti prossimi all'O) il suo cerchio per farlo massimo di tutti, e per conseguenza infinito, non può più ritornare nel suo primo termine, ed in somma descrive una linea retta infinita per circonferenza del suo infinito cerchio. Considerate ora qual differenza sia da un cerchio finito a un infinito, poichè questo muta talmente l'essere, che totalmente perde l'essere, e il potere essere; che già ben chiaramente comprendiamo non si poter dare un cerchio infinito; il che si tira poi in conseguenza nè meno potere essere una sfera infinita, nè altro qualsivoglia corpo, o superficie figurata, e infinita. Or che diremo di cotali metamorfosi nel passar dal finito all'infinito? E perchè dobbiamo sentir repugnanza maggiore, mentre cercando l'infinito ne i numeri andiamo a concluderlo nell'uno? E mentre che rompendo un solido in molte parti, e seguitando di ridurlo in minutissima polvere, risoluto che si fusse negl'infiniti suoi atomi non più divisibili, perchè non potremo dire quello esser ritornato in un sol continuo, ma forse fluido, come l'acqua, o il mercurio, o il medesimo metallo liquefatto? E non vediamo noi le pietre liquefarsi in vetro, ed il vetro medesimo col molto fuoco farsi fluido più che l'acqua? 505

Sagr. Dobbiamo dunque credere, i fluidi esser tali, perchè sono risoluti ne i primi infiniti indivisibili suoi componenti?

Salv. Io non so trovar miglior ripiego per risolvere alcune sensate apparenze, tra le quali una è questa. Mentre io piglio un corpo duro, o sia pietra, o metallo, e che con un martello, o sottilissima lima lo vo al possibile dividendo in minutissima, ed impalpabile polvere, chiara cosa è, che i suoi minimi, ancorchè per la lor piccolezza sieno impercettibili a uno a uno dalla nostra vista, e dal tatto: tuttavia sono eglino ancor quanti, figurati, e numerabili; e di essi accade, che accumulati insieme si sostengono ammucchiati; e scavati fino a certo segno, resta la cavità, senza che le parti d'intorno scorrano a riempirla; agitati, e commossi subito si fermano, tantosto che il motore esterno gli abbandona. E questi medesimi effetti fanno ancora tutti gli aggregati di corpuscoli maggiori e maggiori, e di ogni figura, ancorchè sferica, come vediamo ne i monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo, e di ogni altra materia. Ma se noi tenteremo di vedere tali accidenti nell'acqua, nessuno ve ne troveremo, ma sollevata immediatamente si spiana, se da vaso, o altro esterno ritegno non sia sostenuta; incavata subito scorre a riempier la cavità, ed agitata per lunghissimo tempo va fluttuando, e per ispazj grandissimi distendendo le sue onde. Da questo mi par di potere molto ragionevolmente arguire, i minimi dell'acqua, ne i quali ella pur sembra esser risoluta (poichè ha minor consistenza di qualsivoglia sottilissima polvere, anzi non ha consistenza nessuna) esser differentissimi da i minimi quanti, e divisibili; nè saprei ritrovarvi altra differenza, che l'essere indivisibili. Parmi anco, che la sua esquisitissima trasparenza ce ne porga assai ferma conghiettura; perchè se noi piglieremo del più trasparente cristallo che sia, e lo cominceremo a rompere, e pestare, ridotto in polvere perde la trasparenza, e sempre più, quanto più sottilmente si trita; ma l'acqua, che pur è sommamente trita, è anco sommamente diafana. L'oro, e l'argento con acque forti pol-

polverizzati più sottilmente, che con qualsivoglia lima, pur restano in polvere, ma non divengon fluidi: nè prima si liquefanno, che gl' indivisibili del fuoco, o de i raggi del Sole gli dissolvano, credo, ne i loro primi altissimi componenti infiniti, indivisibili.

Sagr. Questo, che V. S. ha toccato della luce, ho io più volte veduto con maraviglia, veduto dico, con uno specchio concavo di tre palmi di diametro liquefare il piombo in un istante; onde io son venuto in opinione, che quando lo specchio fusse grandissimo, e ben terso, e di figura parabolica, liquefarebbe non meno ogni altro metallo in brevissimo tempo, vedendo, che quello nè molto grande, nè ben lustro, e di cavità sferica con tanta forza liquefaceva il piombo, ed abbruciava ogni materia combustibile: effetti, che mi rendon credibili le maraviglie degli specchi di Archimede.

506

Salv. Intorno agli effetti degli specchi di Archimede mi rende credibile ogni miracolo, che si legge in più Scrittori, la lettura de i libri dell' istesso Archimede già da me con infinito stupore letti, e studiati: e se nulla di dubbio mi fusse restato, quello, che ultimamente ha dato in luce intorno allo Specchio Ustorio il P. Buonaventura Cavaleri, e che io con ammirazione ho letto, è bastato a levarmi ogni difficoltà.

Sagr. Vidi ancor io cotesto trattato, e con gusto, e maraviglia grande lo lessi, e perchè per avanti aveva conoscenza della persona, mi andai confermando nel concetto, che di esso aveva già preso, che ei fusse per riuscire uno de' principali Matematici dell' età nostra. Ma tornando all' effetto maraviglioso de i raggi Solari nel liquefare i metalli, dobbiamo noi credere, che tale, e sì veemente operazione sia senza moto, o pur che sia col moto, ma velocissimo?

Salv. Gli altri incendi, e dissoluzioni veggiamo noi farsi con moto, e con moto velocissimo. Vedansi le operazioni de i fulmini, della polvere nelle mine, e ne i petardi, ed in somma quanto il velocitar co i mantici la fiamma de i carboni, mista con i vapori grossi, e non puri, accresca di forza nel liquefare i metalli: onde io non saprei intendere, che l' azione della luce, benchè purissima, potesse esser senza moto, ed anco velocissimo.

Sagr. Ma quale, e quanta dobbiamo noi stimare, che sia questa velocità del lume? forse instantanea, momentanea, o pur come gli altri movimenti temporanea? ne potremo con esperienza assicurare quale ella sia?

Simp. Mostra l' esperienza quotidiana l' espansion del lume esser instantanea; mentre che vedendo in gran lontananza sparar un' Artiglieria, lo splendor della fiamma senza interposizion di tempo si conduce agli occhi nostri, ma non già il suono all' orecchie, se non dopo notabile intervallo di tempo.

Sagr. Eh Sig. Simplicio da cotesta notissima esperienza non si raccoglie altro se non che il suono si conduce al nostro udito in tempo men breve di quello, che si conduca il lume; ma non mi assicura, se la venuta del lume sia perciò instantanea più che temporanea, ma velocissima. Nè simile osservazione conclude più, che l' altra di chi dice: subito giunto il Sole all' orizzonte arriva il suo splendore agli occhi nostri; imperocchè chi mi assicura, che prima non giugnessero i suoi raggi al detto termine, che alla nostra vista?

Salv. La poca concludenza di queste, e di altre simili osservazioni mi fece una volta pensare a qualche modo di poterci senza errore accertare, se l' illuminazione, cioè se l' espansion del lume fusse veramente instantanea; poichè il moto assai veloce del suono ci assicura, quella della luce non poter esser se non velocissima. E l' esperienza, che mi sovvenne, fu tale. Voglio, che due piglino un lume per uno, il quale tenendolo dentro lanterna, o altro ricetto, possino andar coprendo, e scoprendo coll' interposizion della mano alla vista del compagno; e che ponendosi l' uno incontro all' altro in distanza di poche braccia vadano adde-

destrandosi nello scoprire, ed occultare il lor lume alla vista del compagno: sicchè quando l'uno vede il lume dell'altro, immediatamente scuopra il suo; la qual corrispondenza dopo alcune risposte fattesi scambievolmente verrà loro talmente aggiustata, che senza sensibile svario alla scoperta dell' uno risponderà immediatamente la scoperta dell' altro, sicchè quando l' uno scuopre il suo lume, vedrà 507 nell' istesso tempo comparire alla sua vista il lume dell' altro. Aggiustata cotal pratica in questa piccolissima distanza pongansi i due medesimi compagni con due simili lumi in lontananza di due, o tre miglia; e tornando di notte a far l' istessa esperienza, vadano osservando attentamente, se le risposte delle loro scoperte, e occultazioni seguono secondo l' istesso tenore, che facevano da vicino; che seguendo si potrà assai sicuramente concludere, l'espansion del lume essere instantanea; che quando ella ricercasse tempo, in una lontananza di tre miglia, che importano sei, per l' andata d' un lume, e venuta dell' altro, la dimora dovrebbe essere assai osservabile. E quando si volesse far tale osservazione in distanze maggiori, cioè di otto, o dieci miglia, potremo servirci del Telescopio, aggiustandone uno per uno gli osservatori al luogo, dove la notte si hanno a mettere in pratica i lumi, li quali ancorchè non molto grandi, e perciò invisibili in tanta lontananza all'occhio libero, ma ben facili a coprirsi, e scoprirsi, coll' ajuto de i Telescopi già aggiustati, e fermati potranno essere comodamente veduti.

Sagr. L' esperienza mi pare d' invenzion non men sicura, che ingegnosa, ma diteci quello, che nel praticarla avete concluso.

Salv. Veramente non l'ho sperimentata, salvo che in lontananza piccola, cioè manco d'un miglio, dal che non ho potuto assicurarmi se veramente la comparsa del lume opposto sia instantanea; ma ben, se non instantanea, velocissima, e direi momentanea è ella; e per ora l' assimiglierei a quel moto, che vediamo farsi dallo splendore del baleno veduto tra le nugole lontane otto, o dieci miglia: del qual lume distinguiamo il principio, e dirò il capo, e fonte in un luogo particolare tra esse nugole; ma ben immediatamente segue la sua espansione amplissima per le altre circostanti: che mi pare argomento quella farsi con qualche poco di tempo; perchè quando l' illuminazione fusse fatta tutta insieme, e non per parti, non par che si potesse distinguere la sua origine, e dirò il suo centro dalle sue falde, e dilatazioni estreme. Ma in quai pelaghi ci andiamo noi inavvertentemente pian piano ingolfando? tra i vacui, tra gl' infiniti, tra gl' indivisibili, tra i movimenti instantanei, per non poter mai dopo mille discorsi giugnere a riva?

Sagr. Cose veramente molto sproporzionate al nostro intendimento. Ecco l' infinito cercato tra i numeri, par che vadia a terminar nell' unità: da gl' indivisibili nasce il sempre divisibile: il vacuo non par che risegga se non indivisibilmente mescolato tra 'l pieno; ed in somma in queste cose si muta talmente la natura delle comunemente intese da noi, che fin' alla circonferenza d' un cerchio diventa una linea retta infinita, che s' io ho ben tenuto a memoria, è quella Proposizione, che voi Sig. Salv. dovevate con Geometrica dimostrazione far manifesta. Però quando vi piaccia, sarà bene senza più digredire arrecarcela.

Salv. Eccomi a servirle, dimostrando per piena intelligenza il seguente Problema: Data una linea retta divisa secondo qualsivoglia proporzione in parti diseguali, descrivere uu cerchio, alla cui circonferenza, prodotte a qualsivoglia punto di essa due linee rette, da i termini della data linea ritengano la proporzion medesima, che hanno tra di loro le parti di essa linea data, sicchè omologhe siano quelle, che si partono da i medesimi termini.

Sia la data retta linea A B, divisa in qualsivoglia modo in parti diseguali nel punto C; bisogna descrivere il cerchio, a qualsivoglia punto della cui circonferenza concorrendo due rette prodotte da i termini A, B, abbiano tra di loro la 508

proporzion medesima, che hanno tra di loro le parti A C, B C, ficchè omologhe sian quelle, che si partono dall' istesso termine. Sopra 'l centro C coll' intervallo della minor parte C B intendasi descritto un cerchio, alla circonferenza del quale venga tangente dal punto A la retta A D indeterminatamente prolungata verso E, e sia il contatto in D, e congiungasi la C D, che sarà perpendicolare alla A E, ed alla B A sia perpendicolare la B E, la quale prodotta concorrerà colla A E, essendo l' angolo A acuto: sia il concorso in E, di dove si ecciti la perpendicolare alla A E, che prodotta vadia a concorrere con la A B infinitamente prolungata in F. Dico primieramente le due rette F E, F C esser eguali; imperocchè tirata la E C, avremo nei due triangoli D E C, B E C li due lati dell' uno D E, E C eguali alli due dell' altro B E, E C, essendo le due D E, E B tangenti del cerchio D B, e le basi D C, C B parimente eguali; onde li due angoli D E C, B E C saranno eguali. E perchè all' angolo B C E per esser retto manca quanto è l' angolo C E B, ed all' angolo C E F pur per esser retto manca quanto è l' angolo C E D, essendo tali mancamenti eguali, gli angoli F C E, F E C saranno eguali, ed in conseguenza i lati F E, F C; onde fatto centro il punto F, e coll' intervallo F E descrivendo un cerchio passerà pel punto C. Descrivasi, e sia C E G. Dico questo essere il cerchio ricercato, a qualsivoglia punto della circonferenza del quale ogni coppia di linee, che vi concorrano, partendosi dai termini, A, B, avranno la medesima proporzione tra di loro, che hanno le due parti A C, B C, le quali di già vi concorrono nel punto C. Questo delle due, che concorrono nel punto E, cioè delle A E, B E, è manifesto; essendo l' angolo E del triangolo A E B diviso in mezzo dalla C E, per lo che qual proporzione ha la A C alla C B, tale ha la A E alla B E. L' istesso proveremo delle due A G, B G terminate nel punto G. Imperocchè essendo (per la similitudine de' triangoli A F E, E F B) come A F ad F E, così E F ad F B, cioè come A F ad F C, così C F ad F B, sarà dividendo come A C, C F (cioè ad F G) così C B a B F, e tutta A B a tutta B G, come una C B ad una B F; e componendo come A G a G B, così C F ad F B, cioè E F ad F B, cioè A E ad E B, ed A C a C B, il che bisognava provare. Prendasi ora qualsivoglia altro punto nella circonferenza, e sia H, al quale concorrano le due A H, B H. Dico parimente come A C a C B, così essere A H ad H B. Prolunghisi H B fino alla circonferenza in I, e congiungasi I F. E perchè già si è visto come A B a B G, così essere C B a B F, sarà il rettangolo A B F eguale al rettangolo C B G, e sono gli angoli al B eguali, adunque A H ad H B sta, come I F, cioè E F ad F B ed A E ad E B.

509

Dico oltre a ciò, che è impossibile, che le linee, che abbiano tal proporzione partendosi dai termini A, B, concorrano a verun punto, o dentro, o fuori del

del cerchio C E G. Imperocchè, se è possibile, concorrano due tali linee al punto L posto fuori, e siano le A L, B L, e prolunghisi la L B fino alla circonferenza in M, e congiungasi M F. Se dunque la A L alla B L è come la A C alla B C, cioè come la M F alla F B, avremo due triangoli A L B, M F B, li quali intorno alli due angoli A L B, M F B hanno i lati proporzionali, gli angoli alla cima nel punto B eguali, e li due rimanenti F M B, L A B minori, che retti. (Imperocchè l'angolo retto al punto M ha per base tutto il diametro C G, e non la sola parte B F, e l'altro al punto A è acuto, perchè la linea A L omologa della A C è maggiore della B L omologa della B C.) Adunque i triangoli A B L, M B F son simili: e però come A B a B L, così M B a B F, onde il rettangolo A B F sarà eguale al rettangolo M B L; ma il rettangolo A B F s'è dimostrato eguale al C B G; adunque il rettangolo M B L è eguale al rettangolo C B G, il che è impossibile; adunque il concorso non può cader fuor del cerchio. E nel medesimo modo si dimostrerà non poter cader dentro; adunque tutti i concorsi cascano nella circonferenza stessa.

Ma è tempo, che torniamo a dar soddisfazione al desiderio del Sig. Simplicio, mostrandogli come il risolver la linea ne' suoi infiniti punti non è non solamente impossibile, ma nè meno ha in se maggior difficoltà, che 'l distinguere le sue parti quante, fatto però un supposto, il quale penso, Sig. Simpl. che non siate per negarmi; e questo è, che non mi ricercherete, che io vi separi i punti l'uno dall' altro, e ve gli faccia veder a uno a uno distinti sopra questa carta; perchè io ancora mi contenterei, che senza staccar l'una dall' altra le quattro, o le sei parti d'una linea, mi mostraste le sue divisioni segnate, o al più piegate ad angoli, formandone un quadrato, o un esagono; perchè mi persuado pure, che allora le chiamereste a bastanza distinte, e attuate.

Simpl. Veramente sì.

Salv. Ora se l'inflettere una linea ad angoli, formandone ora un quadrato, ora un ottangolo, ora un poligono di quaranta, di cento, o di mille angoli, è mutazione bastante a ridurre all' atto quelle quattro, otto, quaranta, cento, e mille parti, che prima nella linea diritta erano per vostro detto in potenza, quando io formi di lei un poligono di lati infiniti, cioè quando io la infletta nella circonferenza d'un cerchio, non potrò io con pari licenza dire d'aver ridotto all' atto quelle parti infinite, che voi prima, mentre era retta, dicevate esser in lei contenute in potenza? nè si può negare tal risoluzione esser fatta ne' suoi infiniti punti non meno, che quella nelle sue quattro parti nel formarne un quadrato, o nelle sue mille nel formarne un millagono; imperocchè in lei non manca veruna delle condizioni, che si trovano nel poligono di mille, e di cento mila lati. Questo applicato a una linea retta se gli posa sopra toccandola con uno de' suoi lati, cioè con una sua millesima parte; il cerchio, che è un poligono di lati infiniti, tocca la medesima retta con uno de' suoi lati, che è un sol punto diverso da tutti i suoi collaterali, e perciò da quelli diviso, e distinto non meno, che un lato del poligono da i suoi conterminali. E come il poligono rivoltato sopra un piano stampa con i toccamenti conseguenti de' suoi lati una linea retta eguale al suo perimetro; così il cerchio girato sopra un tal piano descrive con gl' infiniti suoi successivi contatti una linea retta eguale alla propria circonferenza. Non so adesso, Sig. Simp. se i Signori Peripatetici, a i quali io ammetto, come verissimo concetto, il continuo esser divisibile in sempre divisibili, sicchè continuando una tal divisione, e suddivisione, mai non si perverrebbe alla fine, si contenteranno di concedere a me niuna delle tali loro divisioni esser l'ultima, come veramente non è, poichè sempre ve ne resta un' altra; ma bene l'ultima, e altissima esser quella, che lo risol-

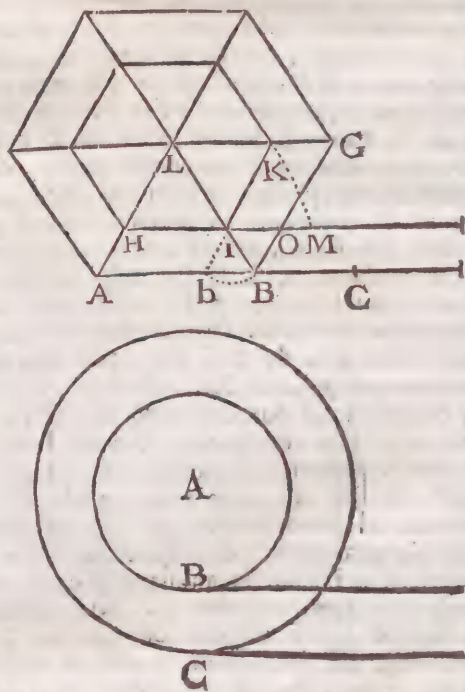
510

risolve in infiniti indivisibili, alla quale concedo, che non si perverrebbe mai dividendo successivamente in maggiore e maggior moltitudine di parti: ma servendosi della maniera, che propongo io di distinguere, e risolvere tutta la infinità in un tratto solo (artifizio che non mi dovrebbe esser negato) crederei che dovessero quietarsi, ed ammetter questa composizione del continuo di atomi assolutamente indivisibili. E massime essendo questa una strada forse più d' ogni altra corrente per trarci fuori di molto intrigati laberinti, quali sono, oltre a quello già toccato della coerenza delle parti dei solidi, il comprender come stia il negozio della rarefazione, e della condensazione, senza incorrer per causa di quella nell' inconveniente di dovere ammettere spazj vacui, e per questa la penetrazione dei corpi: inconvenienti, che amendue mi pare, che assai destramente vengano schivati coll' ammetter detta composizione d' indivisibili.

Simp. Io non so quello, che i Peripatetici fusser per dire, atteso che le considerazioni fatte da voi credo che gli giugnerebbero per la maggior parte nuove, e come tali converrebbe esaminarle; e potrebbe accadere, che quelli vi ritrovassero risposte, e soluzioni potenti a sciorre quei nodi, che io per la brevità del tempo, e per la debolezza del mio ingegno non saprei di presente risolvere. Però sospendendo per ora questa parte sentirei ben volentieri come l' introduzione di questi indivisibili faciliti l' intelligenza della condensazione, e della rarefazione, schivando nell' istesso tempo il vacuo, e la penetrazion de i corpi.

Sagr. Sentirò io ancora con gran brama la medesima cosa all' intelletto mio tanto oscura, con questo però che io non rimanga defraudato di sentire, conforme a quello che poco fa disse il Sig. Simp. le ragioni d' Aristotile in confutazion del vacuo, ed in conseguenza le soluzioni, che voi gli arrecate, come convien fare, mentre voi ammettete quello, che esso nega.

Salv. Faremo l' uno, e l' altro. E quanto al primo è necessario, che siccome in grazia della rarefazione ci serviamo della linea descritta dal minor cerchio maggiore della propria circonferenza, mentre vien mosso alla rivoluzione del maggiore, così per intelligenza della condensazione mostriamo, come alla conversione fatta dal minor cerchio, il maggiore descriva una linea retta minore della sua circonferenza; per la cui più chiara esplicazione porremo innanzi la considerazione di quello, che accade ne i poligoni. In una descrizione simile a quell' altra siano due esagoni circa il comune centro L, che siano questi A B G, H I K colle linee parallele H O M, A B C, sopra le quali si abbiano a far le revoluzioni; e fermato l' angolo I del poligono minore volgasi esso poligono sin che il lato I K caschi sopra la parallela, nel qual moto il punto K descriverà l' arco K M, e 'l lato K I si unirà colla parte I M. Tra tanto bisogna vedere quel, che farà il lato G B del Poli-

511

gono

gono maggiore. E perchè il rivolgimento si fa sopra il punto I, la linea I B col termine suo B descriverà tornando in dietro l' arco B b sotto alla parallela C A, tal che quando il lato K I si congiugnerà colla linea M I, il lato B G si unirà colla linea b C, coll' avanzarsi per l' innanzi solamente, quanto è la parte B C, e ritirando indietro la parte suttesa all' arco B b, la quale vien soprapposta alla linea B A. Ed intendendo continuarsi nell' istesso modo la conversione fatta dal minor poligono, questo descriverà bene, e passerà sopra la sua parallela una linea eguale al suo perimetro, ma il maggiore passerà una linea minore del suo perimetro la quantità di tante linee b B, quanti sono uno manco de' suoi lati; e sarà tal linea prossimamente eguale alla descritta dal poligono minore, eccedendola solamente di quanto è la b B. Qui dunque senza veruna repugnanza si scorge la cagione, per la quale il maggior poligono non trapassi (portato dal minore) con i suoi lati linea maggiore della passata dal minore; che è, perchè una parte di ciascheduno si soprappone al suo precedente conterminale.

Ma se considereremo i due cerchi intorno al centro A, li quali sopra le lor parallele posino, toccando il minore la sua nel punto B, ed il maggiore la sua nel punto C, qui nel cominciare a far la revoluzione del minore, non avverrà, che il punto B resti per qualche tempo immobile, sicchè la linea B G dando in dietro trasporti il punto C, come accadeva ne i poligoni, che restando fisso il punto I, finchè il lato K I cadesse sopra la linea I M, la linea I B riportava indietro il B termine del lato G B sino in b, onde il lato B G cadeva in b C soprapponendo alla linea B A la parte B b, e solo avanzandosi per l' innanzi la parte B C eguale alla I M, cioè a un lato del poligono minore, per le quali soprapposizioni, che sono gli eccessi de i lati maggiori sopra i minori, gli avanzi, che restano eguali a i lati del minor poligono, vengono a comporre nell' intera revoluzione la linea retta eguale alla segnata, e misurata dal poligono minore. Ma qui dico, che se noi vorremo applicare un simil discorso all' effetto de i cerchi, converrà dire, dove i lati di qualsivoglia poligono son compresi da qualche numero, i lati del cerchio sono infiniti; quelli son quanti, e divisibili, questi non quanti e indivisibili; i termini dei lati del poligono nella revoluzione stanno per qualche tempo fermi, cioè ciascheduno tal parte del tempo di una intera conversione, qual parte esso è di tutto il perimetro; ne i cerchi similmente le dimore de' termini de' suoi infiniti lati son momentanee, che tal parte è un instante di un tempo quanto, quale è un punto di una linea, che ne contiene infiniti; i regressi indietro fatti da i lati del maggior poligono sono non di tutto il lato, ma solamente dell' eccesso suo sopra il lato del minore, acquistando per l' innanzi tanto di spazio, quanto è il detto minor lato; ne i cerchi il punto, o lato C nella quiete instantanea del termine B si ritira indietro, quanto è il suo eccesso sopra il lato B, acquistando per l' innanzi quanto è il medesimo B. Ed in somma gl' infiniti lati indivisibili del maggior cerchio cogl' infiniti indivisibili ritiramenti loro, fatti nell' infinite instantanee dimore degl' infiniti termini degl' infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi eguali agl' infiniti lati di esso minor cerchio, compongono, e disegnano una linea eguale alla descritta dal minor cerchio, contenente in se infinite soprapposizioni non quante, che fanno una costipazione, e condensazione senza veruna penetrazione di parti quante, quale non si può intendere farsi nella linea divisa in parti quante, quale è il perimetro di qualsivoglia poligono, il quale disteso in linea retta non si può ridurre in minor lunghezza, se non col far, che i lati si soprappongano, e penetrino l'un l'altro. Questa costipazione di parti non quante, ma infinite senza penetrazione di parti quante, e la prima distrazione di sopra dichiarata degl' infiniti indivisibili coll' interposizione di vacui indivisibili, credo che sia il più, 512

che

che dir si possa per la condensazione, e rarefazione de i corpi, senza necessità d'introdurre la penetrazione de i corpi, o gli spazj quanti vacui. Se ci è cosa, che vi gusti, fatene capitale, se no, riputatela vana, e il mio discorso ancora, e ricercate di qualche altra esplicazione di maggior quiete per l' intelletto. Solo queste due parole vi replico, che noi siamo tra gl'infiniti, e gl'indivisibili.

Sagr. Che il pensiero sia sottile, ed a' miei orecchi nuovo, e peregrino, lo confesso liberamente; se poi nel fatto stesso la natura proceda con tale ordine, non saprei, che risolvermi: vero è, che sin che io non sentissi cosa, che maggiormente mi quietasse, per non rimaner muto affatto, mi atterrei a questa. Ma forse il Sig. Simp. avrà (quello che sin qui non ho incontrato) modo di esplicare l' esplicazione, che in materia così astrusa da i Filosofi si arreca; che in vero quel, che sin qui ho letto circa la condensazione, è per me così denso, e quel della rarefazione così sottile, che la mia debol vista questo non comprende, e quello non penetra.

Simp. Io son pieno di confusione, e trovo duri intoppi nell'un sentire, e nell' altro, e in particolare in questo nuovo, perchè secondo questa regola un' oncia di oro si potrebbe rarefare, e distrarre in una mole maggiore di tutta la terra, e tutta la terra condensare, e ridurre in minor mole di una noce: cose, che io non credo, nè credo, che voi medesimo crediate; e le considerazioni, e dimostrazioni sin qui fatte da voi, come che son cose Matematiche astratte, e separate dalla materia sensibile, credo, che applicate alle materie fisiche, e naturali non camminerebbero secondo coteste regole.

Salv. Che io vi sia per far vedere l' invisibile, nè io lo saprei fare, nè credo voi lo ricerchiate, ma per quanto da i nostri sensi può esser compreso, giacchè voi avete nominato l' oro, non veggiam noi farsi immensa distrazione delle sue parti? Non so, se vi sia occorso il veder le maniere, che tengono gli artefici in condur l' oro tirato, il quale non è veramente oro se non in superficie, ma la materia interna è argento; ed il modo del condurlo è tale. Pigliano un cilindro, o volete dire una verga di argento lunga circa mezzo braccio, e grossa per tre, o quattro volte il dito pollice, e questa indorano con foglie di oro battuto, che sapete esser così sottile, che quasi va vagando per l'aria, e di tali foglie ne soprappongono otto, o dieci, e non più. Dorato che è, cominciano a tirarlo con forza immensa, facendolo passare per i fori della filiera, tornando a farlo ripassare molte e molte volte successivamente per fori più angusti, sicchè dopo molte e molte ripassate lo riducono alla sottigliezza di un capello di donna, se non maggiore, e tuttavia resta dorato in superficie. Lascio ora considerare a voi quale sia la sottigliezza, e distrazione, alla quale si è ridotta la sustanza dell' oro.

513

Simp. Io non vedo, che da questa operazione venga in conseguenza un assottigliamento della materia dell' oro da farne quelle maraviglie, che voi vorreste: prima perchè già la prima doratura fu di dieci foglie di oro, che vengono a far notabile grossezza: secondariamente sebben nel tirare, e assottigliare quell' argento cresce in lunghezza, scema però anco tanto in grossezza, che compensando l' una dimensione coll' altra, la superficie non si agumenta tanto, che per vestir l' argento di oro bisogni ridurlo a sottigliezza maggiore di quella delle prime foglie.

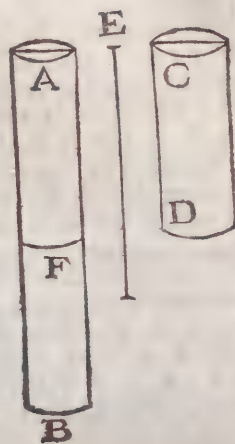
Salv. V' ingannate di assai, Sig. Simp. perchè l'accrescimento della superficie, è sudduplo dell' allungamento, come io potrei geometricamente dimostrarvi.

Sagr. Io e per me, e pel Signor Simp. vi pregherei a recarci tal dimostrazione, se però credete, che da noi possa esser capita.

Salv. Vedrò se così improvvisamente, mi torna a memoria. Già è manifesto, che quel primo grosso cilindro di argento, ed il filo lunghissimo tirato sono due cilindri eguali, essendo l' istesso argento; talchè s' io mostrerò, qual proporzione abbiano

abbiano tra di loro le superficie de i cilindri eguali, averemo l' intento. Dico per tanto, che

La superficie de i cilindri eguali, trattone le basi, son tra di loro in suddupli-cata proporzione delle loro lunghezze.

Sieno due cilindri eguali, l' altezze de i quali A B, C D, e sia la linea E media proporzionale tra esse. Dico la superficie del cilindro A B, trattone le basi, alla superficie del cilindro C D, trattone parimente le basi, aver la medesima proporzione, che la linea A B alla linea E, che è suddupla dalla proporzione di A B a C D. Taglisi la parte del cilindro A B in F, e sia l' altezza A F eguale alla C D. E perchè le basi de' cilindri eguali rispondon contrariamente alle loro altezze, il cerchio base del cilin-dro C D al cerchio base del cilindro A B sarà come l' al-tezza B A alla D C, e perchè i cerchi son tra loro come i quadrati de i diametri, avranno detti quadrati la medesima proporzione, che la B A alla C D; ma come B A a C D così il quadrato B A al quadrato della E; son dunque tali quattro quadrati proporzionali; e però i lor lati ancora saranno proporzionali: e come la linea A B alla E, così il diametro del cerchio C al diametro del cerchio A; ma come i diametri, così sono le circonferenze, e co-me le circonferenze, così sono ancora le superficie de' ci-lindri egualmente alti; adunque come la linea A B alla E, così la superficie del cilindro C D alla superficie del cilindro A F. Perchè dunque l' altezza A F alla A B sta come la superficie A F alla superficie A B, e come l' altezza A B alla linea E, così la superficie C D alla A F sarà per la perturbata, come l' al-tezza A F alla E, così la superficie C D alla superficie A B, e convertendo come la superficie del cilindro A B alla superficie del cilindro C D, così la li-nea E alla A F, cioè alla C D, ovvero la A B alla E, che è proporzione sud-dupla della A B alla C D, che è quello, che bisognava provare.

514

Ora se noi applicheremo questo, che si è dimostrato, al nostro proposito, presupposto, che quel cilindro di argento, che fu dorato, mentre non era più lungo di mezzo braccio, e grosso tre, o quattro volte più del dito pollice, assottigliato alla finezza di un capello si sia allungato fino in venti mila braccia (che sarebbe anche più assai) troveremo la sua superficie esser cresciuta dugento volte più di quello, che era: ed in conseguenza quelle foglie di oro, che furon sopraposte dieci in numero, distese in superficie dugento volte maggiore, ci assicurano l' oro, che cuopre la superficie delle tante braccia di filo, restar non più grosso, che la ventesima parte di una foglia dell' ordinario oro battuto. Considerate ora voi, qual sia la sua sottigliezza, e se è possibile concepirla fatta senza una immensa distrazione di parti, e se questa vi pare una esperienza, che tenda anche ad una composizione d' infiniti indivisibili nelle materie fisiche: sebben di ciò non mancano altri più gagliardi, e concludenti rincontri.

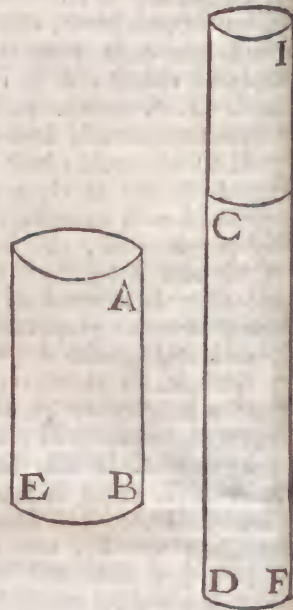
Sagr. La dimostrazione mi par tanto bella, che quando non avesse forza di persuader quel primo intento, per lo quale è stata prodotta (che pur mi par, che ve l' abbia grande) ad ogni modo benissimo si è impiegato questo breve tempo, che per sentirla si è speso.

Salv. Giacchè vedo, che gustate tanto di queste geometriche dimostrazioni apportatrici di guadagni sicuri, vi dirò la compagna di questa, che soddisfà ad un quesito curioso assai. Nella passata aviamo quello, che accaggia de i cilindri eguali, ma diversi di altezze, ovvero lunghezze: è ben sentire quello, che avvenga

 venga

venga a i cilindri eguali di ſuperficie, ma diſeguali di altezze; intendendo ſempre delle ſuperficie ſole, che gli circondano intorno, cioè non comprendendo le due baſi ſuperiore, e inferiore. Dico dunque, che

I cilindri retti, le ſuperficie de i quali, trattone le baſi, ſieno eguali, hanno fra di loro la medeſima proporzione, che le loro altezze contrariamente preſe.

Sieno eguali le ſuperficie de i due cilindri A E, C F, ma l'altezza di queſto C D maggiore dell'altezza dell'altro A B. Dico il cilindro A E al cilindro C F aver la medeſima proporzione, che l'altezza C D alla A B. Perchè dunque la ſuperficie C F è eguale alla ſuperficie A E, ſarà il cilindro C F minore dell' A E, perchè ſe li fuſſe eguale, la ſua ſuperficie per la paſſata propoſizione ſarebbe maggiore della ſuperficie A E, e molto più, ſe il medeſimo cilindro C F fuſſe maggiore dell' A E. Intendaſi il cilindro I D eguale all'A E, adunque per la precedente la ſuperficie del cilindro I D alla ſuperficie dell' A E ſtarà come l' altezza I F alla media tra I F, A B. Ma eſſendo pel dato la ſuperficie A E eguale alla C F, ed avendo la ſuperficie I D alla C F la medeſima proporzione, che l'altezza I F alla 515 C D, adunque la C D è media tra le I F, A B. In oltre eſſendo il cilindro I D eguale al cilindro A E, avranno amendue la medeſima proporzione al cilindro C F, ma l'I D al C F ſta come l'altezza I F alla C D, adunque il cilindro A E al cilindro C F avrà la medeſima proporzione, che la linea I F alla C D, cioè, che la C D alla A B, che è l' intento.

Di qui s'intende la ragione di un accidente, che non ſenza maraviglia vien ſentito dal popolo; ed è, come poſſa eſſere, che il medeſimo pezzo di tela più lungo per un verſo, che per l'altro, ſe ſe ne faceſſe un ſacco da tenervi dentro del grano, come ſi coſtumano fare con un fondo di tavola, terrà più ſervendoci per l' altezza del ſacco della minor miſura della tela, e coll' altra circondando la tavola del fondo, che facendo per l' oppoſito. Come ſe v. gr. la tela per un verſo fuſſe ſei braccia, e per l' altro dodici, più terrà, quando colla lunghezza di dodici ſi circonda la tavola del fondo, reſtando il ſacco alto braccia ſei, che ſe ſi circondaſſe un fondo di ſei braccia avendone dodici per altezza. Ora da quello, che ſi è dimoſtrato, alla generica notizia del capir più per quel verſo, che per queſto, ſi aggiugne la ſpecifica, e particolare ſcienza del quanto ei contenga più, che è, che tanto più terrà, quanto ſarà più baſſo, e tanto meno, quanto più alto: e così nelle miſure aſſegnate eſſendo la tela il doppio più lunga, che larga, cucita per la lunghezza terrà la metà manco, che per l'altro verſo. E parimente avendo una ſtuoja per fare una bugnola, lunga venticinque braccia, e larga v. g. ſette, piegata per lo lungo terrà ſolamente ſette miſure di quelle, che per l'altro verſo ne terrebbe venticinque.

Sagr. E così con noſtro guſto particolare andiamo continuamente acquiſtando nuove cognizioni curioſe, e non ignude di utilità. Ma nel propoſito toccato adeſſo veramente non credo, che tra quelli che mancano di qualche cognizione di Geometria ſe ne trovaſſero quattro per cento, che non reſtaſſero a prima giunta ingannati, che quei corpi, che da ſuperficie eguali ſon contenuti, non fuſ-

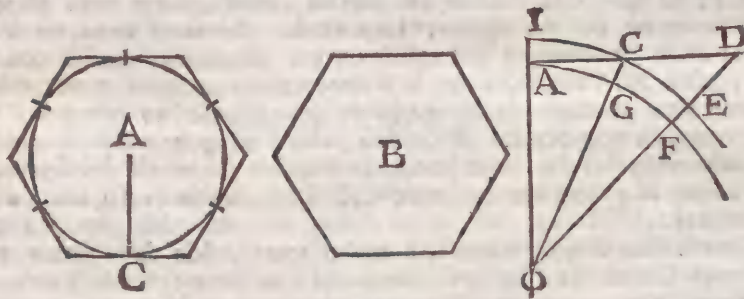
fussero ancora in tutto eguali: siccome nell' istesso errore incorrono parlando delle superficie, che per determinare, come spesse volte accade, delle grandezze di diverse Città, intera cognizione gli par d'averne, qualunque volta sanno la quantità de i recinti di quelle, ignorando, che può essere un recinto eguale d'un altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello, il che accade non solamente tra le superficie irregolari, ma tra le regolari, tra le quali quelle di più lati son sempre più capaci di quelle di manco lati: sicchè in ultimo il cerchio, come poligono di lati infiniti, è capacissimo sopra tutti gli altri poligoni di egual circuito; di che mi ricordo averne con gusto particolare veduta la dimostrazione studiando la Sfera del Sacrobosco con un dottissimo Comentario sopra.

Salv. E' verissimo, ed avendo io ancora incontrato cotesto luogo, mi dette occasione di ritrovare, come con una sola, e breve dimostrazione si concluda il cerchio esser maggiore di tutte le figure regolari isoperimetre, e dell' altre quelle di più lati maggiori di quelle di manco. 516

Sagr. Ed io, che sento tanto diletto in certe proposizioni, e dimostrazioni scelte, e non triviali, importunandovi vi prego, che me ne facciate partecipe.

Salv. In brevi parole vi spedisco, dimostrando il seguente Teorema, cioè:

Il cerchio è medio proporzionale tra qualsivogliano due poligoni regolari tra di loro simili, de i quali uno gli sia circonscritto, e l' altro gli sia isoperimetro. In oltre essendo egli minore di tutti i circonscritti, è all' incontro massimo di tutti gl' isoperimetri. De i medesimi poi circoscritti quelli, che hanno più angoli, son minori di quelli, che ne hanno manco, ma all' incontro degl' isoperimetri quelli di più angoli son maggiori.

Delli due poligoni simili A, B sia l' A circonscritto al cerchio A, e l' altro B ad esso cerchio sia isoperimetro. Dico il cerchio esser medio proporzionale tra essi. Imperocchè (tirato il semidiametro A C) essendo il cerchio eguale a quel triangolo rettangolo, dei lati del quale, che sono intorno all' angolo retto, uno sia eguale al semidiametro A C, e l' altro alla circonferenza; e similmente essendo il Poligono A eguale al triangolo rettangolo, che intorno all' angolo retto ha uno dei lati eguale alla medesima retta A C, e l' altro al perimetro del

medesimo poligono, è manifesto il circonscritto poligono aver al cerchio la medesima proporzione, che ha il suo perimetro alla circonferenza di esso cerchio, cioè al perimetro del poligono B, che alla circonferenza detta si pone eguale: ma il poligono A al B ha doppia proporzione, che 'l suo perimetro al perimetro di B (essendo figure simili) adunque il cerchio A è medio proporzionale tra i due poligoni A, B; ed essendo il poligono A maggior del cerchio A, è manifesto esso cerchio A esser maggiore del poligono B suo isoperimetro, ed in conseguenza massimo di tutti i poligoni regolari suoi isoperimetri.

Quanto all' altra parte, cioè di provare, che dei poligoni circonſcritti al medeſimo cerchio, quello di manco lati ſia maggior di quello di più lati, ma che all' incontro dei poligoni iſoperimetri quello di più lati ſia maggiore di quello di manco lati, dimoſtreremo così. Nel cerchio, il cui centro O ſemidiametro O A, ſia la tangente A D, ed in eſſa pongaſi per eſempio A D eſſer la metà

517 del lato del pentagono circonſcritto, ed A C metà del lato dell' ettagono, e tirinſi le rette O G C, O F D, e centro O, intervallo O C deſcrivaſi l' arco E C I. E perchè il triangolo D O C è maggiore del ſettore E O C, e 'l ſettore C O I maggiore del triangolo C O A, maggior proporzione avrà il triangolo D O C al triangolo C O A, che 'l ſettore E O C al ſettore C O I, cioè che 'l ſettore F O G al ſettore G O A, e componendo, e permutando, il triangolo D O A al ſettore F O A avrà maggior proporzione, che il triangolo C O A al ſettore G O A, e dieci triangoli D O A a dieci ſettori F O A avranno maggior proporzione, che quattordici triangoli C O A a quattordici ſettori G O A, cioè il pentagono circonſcritto avrà maggior proporzione al cerchio, che non gli ha l' ettagono: e però il pentagono ſarà maggiore dell' ettagono. Intendaſi ora un ettagono, ed un pentagono iſoperimetri al medeſimo cerchio. Dico l' ettagono eſſer maggiore del pentagono. Imperocchè eſſendo l' iſteſſo cerchio medio proporzionale tra 'l pentagono circonſcritto, e 'l pentagono ſuo iſoperimetro, e parimente medio tra 'l circonſcritto, e 'l iſoperimetro ettagono; eſſendoſi provato il circonſcritto pentagono eſſer maggiore del circonſcritto ettagono, avrà eſſo pentagono maggior proporzione al cerchio, che l' ettagono; cioè il cerchio avrà maggior proporzione al ſuo iſoperimetro pentagono, che all' iſoperimetro ettagono; adunque il pentagono è minore dell' iſoperimetro ettagono; che ſi doveva dimoſtrare.

Sagr. Gentiliſſima dimoſtrazione, e molto acuta. Ma dove ſiamo traſcorſi a ingolfarſi nella Geometria? mentre eramo ſul conſiderare le difficoltà promoſſe dal Sig. Simpl. che veramente ſon di gran conſiderazione, ed in particolare quella della condenſazione mi par duriſſima.

Salv. Se la condenſazione, e la rarefazione ſon moti oppoſti, dove ſi veda un' immenſa rarefazione, non ſi potrà negare una non men grandiſſima condenſazione; ma rarefazioni immenſe, e quel che accreſce la maraviglia, quaſi che momentanee le vediamo noi tutto 'l giorno. E quale ſterminata rarefazione è quella di una poca quantità di polvere d' artiglieria riſoluta in una mole vaſtiſſima di fuoco? e quale oltre a queſta l' eſpanſione, direi quaſi ſenza termine, della ſua luce? E ſe quel fuoco, e queſto lume ſi riuniſſero inſieme, che pur non è impoſſibile, poichè dianzi ſtettero dentro quel piccolo ſpazio, qual conden-

densamento sarebbe questo? Voi discorrendo troverete mille di tali rarefazioni, che sono molto più in pronto ad esser osservate, che le condensazioni: perchè le materie dense son più trattabili, e sottoposte ai nostri sensi, che ben maneggiamo le legne, e le vediamo risolvere in fuoco, e in luce, ma non così vediamo il fuoco, e 'l lume condensarsi a costituire il legno; vediamo i frutti, i fiori, e mille altre solide materie risolversi in gran parte in odori, ma non così osserviamo gli atomi odorosi concorrere alla costituzione dei solidi odorati. Ma dove manca la sensata osservazione, si dee supplir col discorso, che basterà per farci capaci non men del moto alla rarefazione, e resoluzione dei solidi, che alla condensazione delle sostanze tenui, e rarissime. In oltre noi trattiamo, come si possa far la condensazione, e rarefazione dei corpi, che si possono rarefare, e condensare, speculando in qual maniera ciò possa esser fatto senza l'introduzion del vacuo, e della penetrazione dei corpi; il che non esclude, che in natura possano esser materie, che non ammettono tali accidenti, ed in conseguenza non danno luogo a quelli, che voi chiamate inconvenienti, e impossibili. E finalmente, Sig. Simpl. io in grazia di voi altri Signori Filosofi mi sono affaticato in specolare, come si possa intendere farsi la condensazione, e la rarefazione senza ammettere la penetrazione dei corpi, e l'introduzione degli spazj vacui: effetti da voi negati, ed abborriti; che quando voi gli voleste concedere, io non vi sarei così duro contraddittore. Però o ammettete questi inconvenienti, o gradite le mie specolazioni, o trovatene di più aggiustate. 518

Sagr. Alla negativa della penetrazione son io del tutto con i Filosofi Peripatetici. A quella del vacuo vorrei sentir ben ponderare la dimostrazione d'Aristotile, colla quale ei l'impugna, e quello che voi Sig. Salv. gli opponete. Il Sig. Simp. mi farà grazia di arrecar puntualmentee la prova del Filosofo, e voi Sig. Salv. la risposta.

Simp. Aristotile, per quanto mi sovviene, insurge contro alcuni antichi, i quali introducevano il vacuo, come necessario pel moto, dicendo, che questo senza quello non si potrebbe fare. A questo contrapponendosi Aristotile dimostra, che all'opposito il farsi (come vogliamo) il moto distrugge la posizione del vacuo; e 'l suo progresso è tale. Fa due supposizioni: l'una è di mobili diversi in gravità mossi nel medesimo mezzo: l'altra è dell'istesso mobile mosso in diversi mezzi. Quanto al primo, suppone che mobili diversi in gravità si muovano nell'istesso mezzo con diseguali velocità, le quali mantengano tra di loro la medesima proporzione, che le gravità; sicchè per esempio un mobile dieci volte più grave d'un altro si muova dieci volte più velocemente. Nell'altra posizione piglia, che le velocità del medesimo mobile in diversi mezzi ritengano tra di loro la proporzione contraria di quella, che hanno le grossezze, o densità di essi mezzi; talmente che posto, v. g. che la crassizie dell'acqua fosse dieci volte maggiore di quella dell'aria, vuole, che la velocità nell'aria sia dieci volte più, che la velocità nell'acqua. E da questo secondo supposto trae la dimostrazione in cotal forma. Perchè la tenuità del vacuo supera d'infinito intervallo la corpulenza benchè sottilissima di qualsivoglia mezzo pieno, ogni mobile, che nel mezzo pieno si movesse per qualche spazio in qualche tempo, nel vacuo dovrebbe muoversi in uno istante; ma farsi moto in uno istante è impossibile; adunque darsi il vacuo in grazia del moto è impossibile.

Salv. L'argomento si vede, che è *ad hominem*, cioè contro a quelli, che volevano il vacuo come necessario pel moto. Che se io concederò l'argomento come concludente, concedendo insieme, che nel vacuo non si farebbe il moto, la posizion del vacuo assolutamente presa, e non in relazione al moto, non vien distrutta. Ma per dire quel, che per avventura potrebber rispondere quegli

gli antichi, acciò meglio si scorga, quanto concluda la dimostrazione di Aristotile, mi par, che si potrebbe andar contro agli assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo: io grandemente dubito, che Aristotile non sperimentasse mai quanto sia vero, che due pietre una più grave dell' altra dieci volte, lasciate nel medesimo istante cader da un' altezza, v. gr. di cento braccia, fusser talmente differenti nelle loro velocità, che all' arrivo della maggior in terra l'altra si trovasse non avere nè anco sceso dieci braccia.

Simpl. Si vede pure dalle sue parole, che ei mostra di averlo sperimentato, perchè ei dice: Vediamo il più grave; or quel vedersi accenna l' averne fatta l' esperienza.

Sagr. Ma io, Sig. Simplicio, che ne ho fatto la prova, vi assicuro, che una palla di artiglieria, che pesi cento, dugento, ed anco più libbre, non anticiperà di un palmo solamente l'arrivo in terra della palla di un moschetto, che ne pesi una mezza, venendo anco dall' altezza di dugento braccia.

119 *Salv.* Ma senz' altre esperienze con breve, e concludente dimostrazione possiamo chiaramente provare non esser vero, che un mobile più grave si muova più velocemente di un altro men grave, intendendo di mobili dell' istessa materia; ed in somma di questi, dei quali parla Aristotile. Però ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete, che di ciascheduno corpo grave cadente sia una da natura determinata velocità; sicchè l' accrescergliela, o diminuirgliela non si possa se non con usargli violenza, o opporgli qualche impedimento.

Simp. Non si può dubitare, che l'istesso mobile nell' istesso mezzo abbia una statuita, e da natura determinata velocità, la quale non se gli possa accrescere se non con nuovo impeto conferitogli, o diminuirgliela, salvo che con qualche impedimento, che lo ritardi.

Salv. Quando dunque noi avessimo due mobili, le naturali velocità dei quali fussero ineguali, è manifesto, che se noi congiugnessimo il più tardo col più veloce, questo dal più tardo sarebbe in parte ritardato, ed il tardo in parte velocitato dall' altro più veloce. Non concorrete voi meco in questa opinione?

Simp. Parmi, che così debba indubitabilmente seguire.

Salv. Ma se questo è, ed è insieme vero, che una pietra grande si muove per esempio con otto gradi di velocità, ed una minore con quattro, adunque congiugnendole amendue insieme, il composto di loro si moverà con velocità minore di otto gradi; ma le due pietre congiunte insieme fanno una pietra maggiore, che quella prima, che si moveva con otto gradi di velocità; adunque questa maggiore si muove men velocemente, che la minore: che è contro alla vostra supposizione. Vedete dunque, come dal suppor, che il mobile più grave si muova più velocemente del men grave, io vi concludo il più grave muoversi men velocemente.

Simp. Io mi trovo avviluppato, perchè mi par pure, che la pietra minore aggiunta alla maggiore le aggiunga peso, e aggiugnendole peso non so, come non debba aggiugnerle velocità, o almeno non diminuirgliela.

Salv. Qui commettete un altro errore Sig. Simp. perchè non è vero, che quella minor pietra accresca peso alla maggiore.

Simp. Oh questo passa bene ogni mio concetto.

Salv. Non lo passerà altrimente, fatto che io vi abbia accorto dell' equivoco, nel quale voi andate fluttuando: però avvertite, che bisogna distinguere i gravi posti in moto, dai medesimi costituiti in quiete. Una pietra messa nella bilancia non solamente acquista peso maggiore col soprapporgli un' altra pietra, ma anco la giunta di un pennecchio di stoppa la farà pesar più quelle sei, o dieci once, che peserà la stoppa; ma se voi lascerete liberamente cader da un' altezza la pietra legata colla stoppa, credete voi, che nel moto la stoppa graviti

sopra

sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto: o pur credete, che ella la ritarderà sostenendola in parte? Sentiamo gravitarci su le spalle, mentre vogliamo opporci al moto, che farebbe quel peso, che ci sta addosso; ma se noi scendessimo con quella velocità, che quel tal grave naturalmente scenderebbe, in che modo volete, che ci prema, e graviti sopra? Non vedete, che questo farebbe un voler ferir colla lancia colui, che vi corre innanzi con tanta velocità, con quanta, o con maggiore di quella, colla quale voi lo seguite. Concludete per tanto, che nella libera, e naturale caduta la minor pietra non gravita sopra la maggiore, ed in consequenza non le accresce peso, come fa nella quiete.

Simp. Ma chi posasse la maggiore sopra la minore?

Salv. Le accrescerebbe peso, quando il suo moto fusse più veloce; ma già si è concluso, che quando la minore fusse più tarda, ritarderebbe in parte la velocità della maggiore, tal che il lor composto si muoverebbe men veloce, essendo maggiore dell' altra; che è contro al vostro assunto. Concludiamo perciò, che i mobili grandi, e i piccoli ancora, essendo della medesima gravità in ispecie, si muovono con pari velocità. 520

Simpl. Il vostro discorso procede benissimo veramente: tuttavia mi par duro a credere, che una lagrima di piombo si abbia a muover così veloce, come una palla di artiglieria.

Salv. Voi dovevate dire un grano di rena, come una macina da guado. Io non vorrei Sig. Simp. che voi faceste, come alcuni fanno, che divertendo il discorso dal principale intento vi attaccaste a un mio detto, che mancasse dal vero quanto è un capello, e che sotto questo capello voleste nasconder un difetto di un altro grande, quanto una gomina da nave. Aristotile dice: una palla di ferro di cento libbre cadendo dall' altezza di cento braccia arriva in terra prima, che una di una libbra sia scesa un sol braccio: Io dico, che elle arrivano nell' istesso tempo: Voi trovate, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè, che quando la grande percuote in terra, l' altra ne è lontana due dita: voi ora vorreste dopo queste due dita appiattare le novantanove braccia di Aristotile, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silenzio l' altro massimo. Aristotile pronunzia, che mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovono (per quanto dipende dalla gravità) con velocitadi proporzionate a i pesi loro, e l' esemplifica con mobili, ne i quali si possa scorgere il puro, ed assoluto effetto del peso, lasciando l' altre considerazioni sì delle figure, come de i minimi momenti, le quali cose grande alterazione ricevono dal mezzo, che altera il semplice effetto della sola gravità: che perciò si vede l' oro gravissimo sopra tutte l' altre materie ridotto in una sottilissima foglia andar vagando per aria; l' istesso fanno i sassi pestati in sottilissima polvere. Ma se voi volete mantenere la proposizione universale, bisogna, che voi mostriate, la proporzione delle velocità osservarsi in tutti i gravi, e che un sasso di venti libbre si muova dieci volte più veloce, che uno di due: il che vi dico esser falso, e che cadendo dall' altezza di cinquanta, o cento braccia arrivano in terra nell' istesso momento.

Simpl. Forse da grandissime altezze di migliaja di braccia seguirebbe quello, che in queste altezze minori non si vede accadere.

Salv. Se Aristotile avesse inteso questo, voi gli addossereste un altro errore, che sarebbe una bugia; perchè non si trovando in terra tali altezze perpendicolari, chiara cosa è, che Aristotile non ne poteva aver fatta esperienza: e pur ci vuol persuadere di averla fatta, mentre dice, che tale effetto si vede.

Simpl. Aristotile veramente non si serve di questo principio, ma di quell' altro, che non credo, che patisca queste difficoltà.

Salv.

Salv. E l' altro ancora non è men falso di questo; e mi maraviglio, che per voi stesso non penetriate la fallacia, e che non vi accorgiate, che quando fusse vero, che l' istesso mobile in mezzi di differente sottilità, e rarità, ed in somma di diversa cedenza, quali per esempio son l' acqua, e l' aria, si movesse con velocità nell' aria maggiore, che nell' acqua secondo la proporzione della rarità dell' aria a quella dell' acqua, ne seguirebbe, che ogni mobile, che scendesse per 521 aria, scenderebbe anco nell' acqua; il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell' aria, che nell' acqua non pur non discendono, ma sormontano all' in su.

Simp. Io non intendo la necessità della vostra conseguenza; e più dirò che Aristotile parla di quei mobili gravi, che discendono nell' un mezzo, e nell' altro, e non di quelli, che scendono nell' aria, e nell' acqua vanno all' in su.

Salv. Voi arrecate pel Filosofo di quelle difese, che egli assolutamente non produrrebbe per non aggravare il primo errore. Però ditemi se la corpulenza dell' acqua, o quel che si sia, che ritarda il moto, ha qualche proporzione alla corpulenza dell' aria, che meno lo ritarda; e avendola, assegnatela a vostro beneplacito.

Simp. Halla, e ponghiamo ch' ella sia in proporzione decupla; e che però la velocità di un grave, che discenda in amendue gli elementi, sarà dieci volte più tardo nell' acqua, che nell' aria.

Salv. Piglio adesso un di quei gravi, che vanno in giù nell' aria, ma nell' acqua no, qual sarebbe una palla di legno, e vi domando, che voi gli assegniate qual velocità più vi piace, mentre scende per aria.

Simpl. Ponghiamo, che ella si muova con venti gradi di velocità.

Salv. Benissimo. Ed è manifesto, che tal velocità a qualche altra minore può aver la medesima proporzione, che la corpulenza dell' acqua a quella dell' aria, e che questa sarà la velocità di due soli gradi; tal che veramente a filo, e a dirittura, conforme all' assunto d' Aristotile, si dovrebbe concludere, che la palla di legno, che nell' aria dieci volte più cedente dell' acqua si muove scendendo con venti gradi di velocità, nell' acqua dovrebbe scendere con due, e non venire a galla dal fondo come fa: se già voi non voleste dire, che nell' acqua il venire ad alto nel legno sia l' istesso, che 'l calare a basso con due gradi di velocità; il che non credo. Ma già che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete, che qualche altra palla d' altra materia diversa dal legno si potrebbe trovare, che nell' acqua scendesse con due gradi di velocità.

Simpl. Potrebbesi senza dubbio; ma di materia notabilmente più grave del legno.

Salv. Questo è quel ch' io vo cercando. Ma questa seconda palla, che nell' acqua discende con due gradi di velocità, con quanta velocità discenderà nell' aria? Bisogna (se volete servar la regola d' Aristotile) che rispondiate, che si muoverà con venti gradi: ma venti gradi di velocità avete voi medesimo assegnati alla palla di legno: adunque questa, e l' altra assai più grave si moveranno per l' aria con egual velocità. Or come accorda il Filosofo questa conclusione coll' altra sua, che i mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovono con diverse velocità, e diverse tanto, quanto le gravità loro? Ma senza molto profonde contemplazioni, come avete voi fatto a non osservar accidenti frequentissimi, e palpabilissimi, e non badare a due corpi, che nell' acqua si muoveranno l' uno cento volte più velocemente dell' altro, ma che nell' aria poi quel più veloce non supererà l' altro di un sol centesimo? come per esempio un uovo di marmo scenderà nell' acqua cento volte più presto, che alcuno di gallina; che per l' aria nell' altezza di venti braccia non l' anticiperà

di

di quattro dita; ed in ſomma tal grave andrà al fondo in tre ore in dieci braccia d'acqua, che in aria le paſſerà in una battuta, o due di polſo, e tale (come ſarebbe una palla di piombo) le paſſerà in tempo facilmente men che doppio. E qui ſo ben, Signor Simplicio, che voi comprendete, che non ci ha luogo diſtinzione, o riſpoſta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla contro al vacuo; e quando concludeſſe, diſtruggerebbe ſolamente gli ſpazj notabilmente grandi, quali nè io, nè credo, che quelli antichi ſupponeſſero naturalmente darſi, ſebben forſe con violenza ſi poſſan fare, come par che da varie eſperienze ſi raccolga, le quali troppo lungo ſarebbe il volere al preſente arrecare. 522

Sagr. Vedendo che il Sig. Simp. tace, piglierò io campo di dire alcuna coſa. Già che aſſai apertamente avete dimoſtrato, come non è altrimenti vero, che mobili diſegualmente gravi ſi muovono nel medeſimo mezzo con velocità proporzionate alle gravità loro, ma con eguale; intendendo de i gravi dell' iſteſſa materia, ovvero dell' iſteſſa gravità in iſpecie, ma non già (come credo) di gravità differenti in iſpecie (perchè non penſo, che voi intendiate di concluderci, ch' una palla di ſughero ſi muova con pari velocità ch' una di piombo) ed avendo di più dimoſtrato molto chiaramente, come non è vero, che 'l medeſimo mobile in mezzi di diverſe reſiſtenze ritenga nelle velocità, e tardità ſue la medeſima proporzione, che le reſiſtenze; a me ſarebbe coſa gratiſſima il ſentire, quali ſiano le proporzioni, che nell' un caſo, e nell' altro vengono oſſervate.

Salv. I queſiti ſon belli, ed io ci ho molte volte penſato; vi dirò il diſcorſo fattoci attorno, e quello che ne ho in ultimo ritratto. Dopo eſſermi certificato non eſſer vero, che il medeſimo mobile in mezzi di diverſa reſiſtenza oſſervi nella velocità la proporzione delle cedenze di eſſi mezzi; nè meno, che nel medeſimo mezzo mobili di diverſa gravità ritengano nelle velocità loro la proporzione di eſſe gravità (intendendo anco delle gravità diverſe in iſpecie) cominciai a comporre inſieme amendue queſti accidenti, avvertendo quello, che accadeſſe dei mobili differenti di gravità poſti in mezzi di diverſe reſiſtenze, e m' accorſi le diſegualità delle velocità trovarſi tuttavia maggiori nei mezzi più reſiſtenti, che nei più cedenti, e ciò con diverſità tali, che di due mobili, che ſcendendo per aria pochiſſimo differiranno in velocità di moto, nell' acqua l'uno ſi moverà dieci volte più veloce dell' altro; anzi che tale, che nell' aria velocemente diſcende, nell' acqua non ſolo non iſcenderà, ma reſterà del tutto privo di moto, e quel che è più, ſi moverà all' insù: perchè ſi potrà tal volta trovare qualche ſorte di legno, o qualche nodo, o radica di quello, che nell' acqua potrà ſtare in quiete, che nell' aria velocemente diſcenderà.

Sag. Io più volte mi ſon meſſo con una eſtrema flemma per vedere di ridurre una palla di cera, che per ſe ſteſſa non va a fondo, coll' aggiugnerle grani di rena, a ſegno tale di gravità ſimile all' acqua, che nel mezzo di quella ſi fermaſſe; nè mai per diligenza uſata mi ſucceſſe il poterlo conſeguire; onde non ſo ſe altra materia ſolida ſi ritrovi tanto naturalmente ſimile in gravità all' acqua, che poſta in eſſa in ogni luogo poteſſe fermarſi.

Salv. Sono in queſto, come in mille altre operazioni, aſſai più diligenti molti animali, che non ſiamo noi altri. E nel voſtro caſo i peſci vi avrebber potuto porger qualche documento, eſſendo in queſto eſercizio così dotti, che ad arbitrio loro ſi equilibrano non ſolo con un' acqua, ma con differenti notabilmente o per propria natura, o per una ſopravvenente torbida, o per ſalſedine, che fa differenza aſſai grande; ſi equilibrano, dico, tanto eſattamente, che ſenza punto muoverſi reſtano in quiete in ogni luogo; e ciò per mio credere fanno eglino, ſervendoſi dello ſtrumento datogli dalla natura a cotal fine, cioè di quel- 523

la vescichetta, che hanno in corpo, la quale per uno assai angusto meato risponde alla lor bocca; e per quello a posta loro o mandano fuori parte dell' aria, che in dette vesciche si contiene, o venendo col nuoto a galla, altra ne attraggono, rendendosi con tale arte or più, or meno gravi dell' acqua, ed a lor beneplacito equilibrandosegli.

Sagr. Io con un altro artifizio ingannai alcuni amici, appresso i quali mi era vantato di ridurre quella palla di cera al giusto equilibrio coll' acqua, ed avendo messo nel fondo del vaso una parte di acqua salata, e sopra quella della dolce, mostrai loro la palla, che a mezz' acqua si fermava, e spinta nel fondo, o sospinta ad alto nè in questo, nè in quel sito restava, ma ritornava nel mezzo.

Salv. Non è cotesta esperienza priva di utilità: perchè trattandosi dai Medici in particolare delle diverse qualità di acque, e tra l' altre principalmente della leggerezza, o gravità più di questa, che di quella, con una simil palla aggiustata, sicchè resti ambigua, per così dire, tra lo scendere, e 'l salire in un' acqua, per minima che sia la differenza di peso tra due acque, se in una tal palla scenderà, nell' altra, che sia più grave, salirà. Ed è talmente esatta cotale esperienza, che la giunta di due grani di sale solamente, che si mettano in sei libbre d' acqua, farà risalire dal fondo alla superficie quella palla, che vi era pur allora scesa. E più vi voglio dire in confermazione dell' esattezza di questa esperienza, ed insieme per chiara prova della nulla resistenza dell' acqua all' esser divisa, che non solamente l' ingravirla colla mistione di qualche materia più grave di lei induce tanto notabil differenza, ma il riscaldarla, o raffreddarla un poco produce il medesimo effetto, e con sì sottile operazione, che l' infonder quattro gocciole d' altra acqua un poco più calda, o un poco più fredda delle sei libbre, farà che la palla vi scenda, o vi sormonti: vi scenderà infondendovi la calda, e monterà per l' infusione della fredda. Or vedete quanto s' ingannino quei Filosofi, che voglion metter nell' acqua viscosità, o altra congiunzione di parti, che la facciano resistente alla divisione, o penetrazione.

Sagr. Vidi molto concludenti discorsi intorno a questo argomento in un trattato del nostro Accademico: tuttavia mi resta un gagliardo scrupolo, il quale non so rimuovere; perchè se nulla di tenacità, e coerenza risiede tra le parti dell' acqua, come possono sostenersi assai grandi pezzi, e molto rilevati in particolare sopra le foglie dei cavoli senza spargersi, e spianarsi?

Salv. Ancorchè vero sia, che colui, che ha dalla sua la conclusione vera, possa risolvere tutte l' istanze, che vengono opposte in contrario, non però mi arrogherei io il poter ciò fare, nè la mia impotenza dee denigrare la candidezza della verità. Io primieramente vi confesso, che non so, come vadia il negozio del sostenersi quei globi d' acqua assai rilevati, e grandi, sebbene io so di certo, che da tenacità interna, che sia tra le sue parti, ciò non deriva; onde resta necessario, che la cagione di cotal' effetto risegga fuori. Che ella non sia interna, oltre all' esperienze mostrate, ve lo posso confermare con un altra efficacissima. Se le parti di quell' acqua, che rilevata si sostiene, mentre è circondata dall' aria, avessero cagione interna per ciò fare, molto più si sosterrebbono circondate che fussero da un mezzo, nel quale avessero minor propensione di discendere, che nell' aria ambiente non hanno; ma un mezzo tale 524 sarebbe ogni fluido più grave dell' aria, v.g. il vino: e però infondendo intorno a quel globo d' acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno, senza che le parti dell' acqua, conglutinate dall' interna viscosità, si dissolvessero; ma ciò non accad' egli, anzi non prima se gli accosterà il liquore sparsogli intorno, che senza aspettar, che molto se gli elevi intorno, si dissolverà, e spianerà restandogli di sotto, se sarà vino rosso; è dunque esterna, e forse dell' aria ambiente

biente la cagione di tale effetto. E veramente si osserva una gran dissensione tra l' aria, e l' acqua, la quale ho io in un' altra esperienza osservata; e questa è: S' io empio d' acqua una palla di cristallo, che abbia un foro angusto, quant' è la grossezza d' un fil di paglia, e così piena la volto colla bocca all' ingiù, non però l' acqua, benchè gravissima, e pronta a scender per aria, nè l' aria altrettanto disposta a salire, come leggerissima, per l' acqua, si accordano quella a scendere uscendo pel foro, e questa a salire entrandovi, ma restano amendue ritrose e contumaci. All' incontro poi se io presenterò a quel foro un vaso con del vino rosso, che quasi insensibilmente è men grave dell' acqua, lo vedremo subito con tratti rosseggianti lentamente ascendere per mezzo l' acqua, e l' acqua con pari tardità scender pel vino senza punto mescolarsi, fin che finalmente la palla si empirà tutta di vino, e l' acqua calerà tutta nel fondo del vaso di sotto. Or che si dee qui dire, o che argumentarne, fuor che una disconvenienza tra l' acqua, e l' aria occulta a me, ma forse.....

Simpl. Mi vien quasi da ridere nel veder la grande antipatia, che ha il Sig. Salviati coll' antipatia, che nè pur vuol nominarla, e pur è tanto accomodata a scior la difficoltà.

Salv. Or sia questa in grazia del Sig. Simplicio la soluzione del nostro dubbio; e lasciato il digredire torniamo al nostro proposito. Veduto come la differenza di velocità nei mobili di gravità diverse si trova esser sommamente maggiore nei mezzi più e più resistenti: ma che più nel mezzo dell' argento vivo l' oro non solamente va in fondo più velocemente del piombo, ma esso solo vi discende, e gli altri metalli, e pietre tutti vi si muovono in su, e vi galleggiano; dove che tra palle d' oro, di piombo, di rame, di porfido, o di altre materie gravi, quasi del tutto insensibile sarà la disegualità del moto per aria, che sicuramente una palla d' oro nel fine della scesa di cento braccia non preverrà una di rame di quattro dita: veduto, dico, questo, cascai in opinione, che se si levasse totalmente la resistenza del mezzo, tutte le materie discenderebbero con eguali velocità.

Simp. Gran detto è questo Sig. Salv. Io non crederò mai, che nell' istesso vacuo, se pur vi si desse il moto, un fiocco di lana si movesse così veloce come un pezzo di piombo.

Salv. Pian piano Sig. Simpl. la vostra difficoltà non è tanto recondita, nè io così inavveduto, che si debba credere, che non mi sia sovvenuta, e che in conseguenza io non vi abbia trovato ripiego. Però per mia dichiarazione, e vostra intelligenza sentite il mio discorso. Noi siamo sul volere investigare quello, che accaderebbe ai mobili differentissimi di peso in un mezzo, dove la resistenza sua fusse nulla, sicchè tutta la differenza di velocità, che tra essi mobili si ritrovasse, riferir si dovesse alla sola disuguaglianza di peso. E perchè solo uno spazio del tutto voto di aria, e di ogni altro corpo, ancor che tenue, e cedente, sarebbe atto a sensatamente mostrarci quello, che ricerchiamo, giacchè manchiamo di cotale spazio, andremo osservando ciò, che accaggia nei mezzi più sottili, e meno resistenti in comparazione di quello, che si vede accadere negli altri manco sottili, e più resistenti. Che se noi troveremo in fatto, i mobili differenti di gravità meno e meno differir di velocità, secondo che i mezzi più e più cedenti si troveranno; e che finalmente, ancorchè estremamente diseguali di peso nel mezzo più di ogni altro tenue, sebben non voto, piccolissima si scorga, e quasi inosservabile la diversità della velocità, parmi, che ben potremo con molto probabil conghiettura credere, che nel vacuo sarebbero le velocità loro del tutto eguali. Per tanto consideriamo ciò, che accade nell' aria; dove per avere una figura di superficie ben terminata, e di materia leggerissima, voglio che pigliamo una vescica gonfiata, nella quale l' aria, che vi sarà dentro, peserà nel 525

mezzo dell' aria ſteſſa niente, o poco, perchè poco vi ſi potrà comprimere; talchè la gravità è ſolo quella poca della ſteſſa pellicola, che non ſarebbe la milleſima parte del peſo di una mole di piombo grande, quanto la medeſima veſcica gonfiata. Queſte Sig. Simp. laſciate dall' altezza di quattro, o ſei braccia, di quanto ſpazio ſtimereſte, che il piombo fuſſe per anticipare la veſcica nella ſua ſceſa? ſiate ſicuro, che non l' anticiperebbe del triplo, nè anco del doppio, ſebben già l'aveſte fatto mille volte più veloce.

Simp. Potrebbe eſſer, che nel principio del moto, cioè nelle prime quattro, o ſei braccia accadeſſe coteſto, che dite: ma nel progreſſo, ed in una lunga continuazione credo, che il piombo ſe la laſcerebbe in dietro non ſolamente delle dodici parti dello ſpazio le ſei, ma anco le otto, e le dieci.

Salv. Ed io ancora credo l' iſteſſo, e non dubito, che in diſtanze grandiſſime poteſſe il piombo aver paſſato cento miglia di ſpazio, che la veſcica ne aveſſe paſſato un ſolo. Ma queſto, Sig. Simp. mio, che voi proponete come effetto contrariante alla mia propoſizione, è quello, che maſſimamente la conferma. E' (torno a dire) l' intento mio dichiarare, come delle diverſe velocità di mobili di differente gravità non ne ſia altrimente cauſa la diverſa gravità, ma che ciò dipenda da accidenti eſteriori, ed in particolare dalla reſiſtenza del mezzo, ſicchè tolta queſta tutti i mobili ſi moverebber con i medeſimi gradi di velocità. E queſto deduco io principalmente da quello, che ora voi ſteſſo ammettete, e che è veriſſimo, cioè, che di mobili differentiſſimi di peſo le velocità più e più differiſcono, ſecondo che maggiori e maggiori ſono gli ſpazj, che eſſi van trapaſſando: effetto, che non ſeguirebbe, quando ei dipendeſſe dalle differenti gravità. Imperocchè eſſendo eſſe ſempre le medeſime, medeſima dovrebbe mantenerſi ſempre la proporzione tra gli ſpazj paſſati, la qual proporzione noi vediamo andar nella continuazion del moto ſempre creſcendo; poichè l' un mobile graviſſimo nella ſceſa di un braccio non anticiperà il leggeriſſimo della decima parte di tale ſpazio, ma nella caduta di dodici braccia lo preverrà della terza parte, in quella di cento l'anticiperà di $\frac{90}{100}$.

Simp. Tutto bene: ma ſeguitando le voſtre veſtigie, ſe la differenza di peſo in mobili di diverſa gravità non può cagionare la mutazion di proporzione nelle velocità loro, atteſochè le gravità non ſi mutano, nè anco il mezzo, che ſempre ſi ſuppone mantenerſi l' iſteſſo, potrà cagionare alterazion alcuna nella proporzione delle velocità.

Salv. Voi acutamente fate inſtanza contro al mio detto, la quale è ben neceſſario di riſolvere. Dico per tanto, che un corpo grave ha da natura intrinſeco principio di muoverſi verſo il comun centro de i gravi, cioè, del noſtro globo terreſtre, con movimento continuamente accelerato, ed accelerato ſempre egualmente, cioè, che in tempi eguali ſi fanno aggiunte eguali di nuovi momenti, e gradi di velocità. E queſto ſi dee intender verificarſi, tuttavolta che ſi rimoveſſero tutti gl' impedimenti accidentari, ed eſterni; tra i quali uno ve ne ha, che noi rimuover non poſſiamo, che è l' impedimento del mezzo pieno, mentre dal mobile cadente deve eſſere aperto, e lateralmente moſſo, al qual moto traſverſale il mezzo, benchè fluido, cedente, e quieto, ſi oppone con reſiſtenza or minore, ed or maggiore, e maggiore, ſecondo che lentamente, e velocemente ei deve aprirſi per dar il tranſito al mobile, il quale perchè, come ho detto, ſi va per ſua natura continuamente accelerando, vien per conſeguenza ad incontrar continuamente reſiſtenza maggiore nel mezzo, e però ritardamento, e diminuzione nell' acquiſto di nuovi gradi di velocità, ſicchè finalmente la velocità perviene a tal ſegno, e la reſiſtenza del mezzo a tal grandezza, che bilanciandoſi fra loro levano il più accelerarſi, e riducono il mobile in un moto equabile, ed uniforme, nel quale egli continua poi di mantenerſi ſempre. E' dunque nel mez-

526

zo accrefcimento di refiftenza, non perchè fi muti la fua effenza, ma perchè fi altera la velocità, colla quale ei dee aprirfi, e lateralmente muoverfi, per cedere il paffaggio al cadente, il quale va fucceffivamente accelerandofi. Ora il vedere, che la refiftenza dell' aria al poco momento della vefcica è grandiffima, ed al gran pefo del piombo è piccoliffima, mi fa tener per fermo, che chi la rimoveffe del tutto, coll'arrecare alla vefcica grandiffimo comodo, ma ben poco al piombo, le velocità loro fi pareggerebbero. Pofto dunque quefto principio, che nel mezzo, dove o per effer vacuo, o per altro non fuffe refiftenza veruna, che oftaffe alla velocità del moto, ficchè di tutti i mobili le velocità fuffer pari, potremo affai congruamente affegnar le proporzioni delle velocità di mobili fimili, e diffimili nell'ifteffo, ed in diverfi mezzi pieni, e però refiftenti. E ciò confeguiremo col por mente, quanto la gravità del mezzo detrae alla gravità del mobile, la qual gravità è lo ftrumento, col quale il mobile fi fa ftrada rifpingendo le parti del mezzo alle bande, operazione, che non accade nel mezzo vacuo: e che però differenza neffuna fi ha da attendere dalla diverfa gravità. E perchè è manifefto il mezzo detrarre alla gravità del corpo da lui contenuto, quanto è il pefo di altrettanta della fua materia, fcemando con tal proporzione le velocità de i mobili, che nel mezzo non refiftente farebbero (come fi è fuppofto) eguali, aremo l' intento. Come per efempio, pofto che il piombo fia dieci mila volte più grave dell' aria, ma l' ebano mille volte folamente, delle velocità di quefte due materie, che affolutamente prefe, cioè rimoffa ogni refiftenza, farebbero eguali, l' aria al piombo detrae delli dieci mila gradi uno, ma all' ebano futtrae de' mille gradi uno, o vogliam dire de i dieci mila dieci. Quando dunque il piombo, e l'ebano fcenderanno per aria da qualfivoglia altezza, la quale rimoffo il ritardamento dell' aria avrebbon paffata nell' ifteffo tempo, l' aria alla velocità del piombo detrarrà de i dieci mila gradi uno, ma all' ebano detrae de i dieci mila dieci, che è quanto a dire, che divifa quella altezza, dalla quale fi partano tali mobili, in dieci mila parti, il piombo arriverà in terra, reftando in dietro l' ebano dieci, anzi pur nove delle dette dieci mila parti. E che altro è quefto, falvo che cadendo una palla di piombo da una torre alta dugento braccia trovar, che ella anticiperà una di ebano di manco di quattro dita? Pefa l' ebano mille volte più dell' aria, ma quella vefcica così gonfia pefa folamente quattro volte tanto; l' aria dunque dalla intrinfeca, e naturale velocità dell' ebano detrae de' mille gradi uno, ma a quella, che pur della vefcica affolutamente farebbe ftata l'ifteffa, l'aria ne toglie delle quattro parti una: allora dunque, che la palla di ebano cadendo dalla torre giugnerà in terra, la vefcica ne averà paffati i tre quarti folamente. Il piombo è più grave dell' acqua dodici volte, ma l'avorio il doppio folamente: l' acqua dunque alle affolute velocità loro, che farebbero eguali, toglie al piombo la duodecima parte, ma all' avorio la metà: nell' acqua dunque quando il piombo farà fcefo undeci braccia, l'avorio ne arà fcefo fei. E difcorrendo con tal regola credo, che troveremo l' efperienze molto più aggiuftatamente rifponder a cotal computo, che a quello di Ariftotile. Con fimil progreffo troveremo la proporzione tra le velocità del medefimo mobile in diverfi mezzi fluidi, paragonando non le diverfe refiftenze de i mezzi, ma confiderando gli eccefli di gravità del mobile fopra le gravità de i mezzi; v. gr. lo ftagno è mille volte più grave dell' aria, e dieci più dell' acqua: adunque divifa la velocità affoluta dello ftagno in mille gradi, nell'aria, che glie ne detrae la millefima parte, fi moverà con gradi novecento novantanove, ma nell'acqua con novecento folamente, effendo che l' acqua gli detrae folo la decima parte della fua gravità, e l' aria la millefima. Pofto un folido poco più grave dell' acqua, qual farebbe, v. gr. il legno di rovere, una palla del quale pefando, diremo, mille dramme, altrettanta acqua ne pefaffe no-

527

ve-

vecencinquanta, ma tanta aria ne pesasse due, è manifesto, che posto che la velocità sua assoluta fosse di mille gradi, in aria resterebbe di novecennovantotto, ma in acqua solamente cinquanta, attesochè l'acqua de i mille gradi di gravità glie ne toglie novecencinquanta, e glie ne lascia solamente cinquanta; tal solido dunque si moverebbe quasi venti volte più velocemente in aria, che in acqua: siccome l'eccesso della gravità sua sopra quella dell' acqua è la vigesima parte della sua propria. E qui voglio, che consideriamo, che non potendo muoversi in giù nell' acqua, se non materie più gravi in ispecie di lei; e per conseguenza per molte centinaja di volte più gravi dell' aria, nel ricercare qual sia la proporzione delle velocità loro in aria, ed in acqua, possiamo senza notabile errore far conto, che l' aria non detragga cosa di momento dalla assoluta gravità, ed in conseguenza dall' assoluta velocità di tali materie; onde speditamente trovato l' eccesso della gravità loro sopra la gravità dell' acqua, diremo, la velocità loro per aria alla velocità loro per acqua aver la medesima proporzione, che la loro totale gravità all' eccesso di questa sopra la gravità dell' acqua. Per esempio una palla di avorio pesa vent'once, altrettanta acqua pesa once diciasette; adunque la velocità dell' avorio in aria alla sua velocità in acqua è prossimamente come venti a tre.

Sagr. Grandissimo acquisto ho fatto in una materia per se stessa curiosa, e nella quale, ma senza profitto, ho molte volte affaticata la mente: nè mancherebbe altro per poter anche praticare queste speculazioni se non il trovar modo di poter venire in cognizione di quanta sia la gravità dell' aria rispetto all' acqua, ed in conseguenza all' altre materie gravi.

Simp. Ma quando si trovasse, che l' aria in vece di gravità avesse leggerezza, che si dovrebbe dire degli avuti discorsi per altro molto ingegnosi?

Salv. Converrebbe dire, che fussero stati veramente aerei, leggeri, e vani. Ma vorrete voi dubitare, se l' aria sia grave, mentre avete il Testo chiaro di Aristotile, che l' afferma, dicendo, che tutti gli elementi hanno gravità, anco l'aria stessa? segno di che (soggiugne egli) ne è, che l'otro gonfiato pesa più, che sgonfiato.

528

Simp. Che l'otro, o pallone gonfiato pesi più, crederei io, che procedesse non da gravità, che sia nell' aria, ma ne i molti vapori grossi tra essa mescolati in queste nostre regioni basse; mercè de i quali, direi io, che cresce la gravità dell' otro.

Salv. Non vorrei, che lo diceste voi, e molto meno, che lo faceste dire ad Aristotile, perchè parlando egli degli elementi, e volendomi persuadere, che l' elemento dell' aria è grave, facendomelo veder coll' esperienza; se nel venire alla prova ei mi dicesse: piglia un otro, ed empilo di vapori grossi, ed osserva, che il suo peso crescerà; io gli direi, che più ancora peserebbe chi l' empiesse di semola; ma soggiugnerei dopo, che tali esperienze provano, che le semole, ed i vapori grossi son gravi, ma quanto all'elemento dell' aria, resterei nel medesimo dubbio di prima. L' esperienza dunque di Aristotile è buona, e la proposizion vera. Ma non direi già così di certa altra ragione presa pure *a signo* di un tal Filosofo, del quale non mi sovviene il nome, ma so, che l'ho letta, il quale argomenta l' aria esser più grave, che leggera, perchè più facilmente porta i gravi all' in giù, che i leggeri all' in su.

Sagr. Bene per mia fe. Adunque per questa ragione l'aria sarà molto più grave dell' acqua, avvengachè tutti i gravi son portati più facilmente in giù per aria, che per acqua, e tutti i leggeri più agevolmente in questa, che in quella, anzi infinite materie salgono per acqua, che per aria calano a basso. Ma sia la gravità dell'otro Sig. Simp. o per i vapori grossi, o per l' aria pura, questo niente osta al proposito nostro, che cerchiamo quel che accade a' mobili, che si muovono

vono in questa nostra regione vaporosa. Però ritornando a quello, che più mi preme; vorrei per intera ed assoluta instruzione della presente materia, non solo restare assicurato, che l' aria sia (come io tengo per fermo) grave, ma vorrei, se è possibile, saper quanta sia la sua gravità. Però Sig. Salv. se avete da soddisfarmi in questo ancora, vi prego a farmene favore.

Salv. Che nell' aria risegga gravità positiva, e non altrimente, come alcuni hanno creduto, leggerezza, la quale forse in veruna materia non si ritrova, assai concludente argomento ce ne porge l' esperienza del pallone gonfiato posta da Aristotile, perchè se qualità di assoluta, e positiva leggerezza fusse nell' aria, multiplicata, e compressa l' aria crescerebbe la leggerezza, e in conseguenza la propensione di andare in su: ma l' esperienza mostra l' opposito. Quanto all' altra domanda, che è del modo d' investigare la sua gravità, io l' ho praticato in cotal maniera. Ho preso un fiasco di vetro assai capace, e col collo strozzato, al quale ho applicato un ditale di cuojo legato bene stretto nella strozzatura del fiasco, avendo in capo al detto ditale inserta, e saldamente fermata un' animella da pallone, per la quale con uno schizzatojo ho per forza fatto passar nel fiasco molta quantità di aria, della quale, perchè patisce di esser assaissimo condensata, se ne può cacciare due, e tre altri fiaschi oltre a quella, che naturalmente vi capisce. In una esattissima bilancia ho io poi pesato molto precisamente tal fiasco coll' aria dentrovi compressa, aggiustando il peso con minuta arena. Aperta poi l' animella, e dato l' esito all' aria violentemente nel vaso contenuta, e rimessolo in bilancia, trovandolo notabilmente alleggerito, sono andato detraendo del contrappeso tanta arena, salvandola da parte, che la bilancia resti in equilibrio col residuo contrappeso, cioè col fiasco. E qui non è dubbio, che il peso della rena salvata è quello dell' aria, che forzatamente fu messa nel fiasco, e che ultimamente n' è uscita. Ma tale esperienza sin qui non mi assicura di altro, se non che l' aria contenuta violentemente nel vaso pesò quanto la salvata arena, ma quanto risolutamente, e determinatamente pesi l' aria rispetto all' acqua, o ad altra materia grave, non per ancora so io, nè posso sapere, se io non misuro la quantità di quell' aria compressa: ed a questa investigazione bisogna trovar regola, nella quale ho trovato di potere in due maniere procedere. L' una delle quali è di pigliar un altro simil fiasco pur come il primo strozzato, alla strozzatura del qual sia strettamente legato un altro ditale, che dall' altra sua testa abbracci l' animella dell' altro, e intorno a quella con saldissimo nodo sia legato. Questo secondo fiasco convien, che nel fondo sia forato, in modo che per tal foro si possa mettere uno stile di ferro, col quale si possa, quando vorremo, aprir la detta animella per dar l' esito alla soverchia aria dell' altro vaso pesata ch' ella sia: ma dee questo secondo fiasco esser pieno d' acqua. Apparecchiato il tutto nella maniera detta, ed aprendo collo stile l' animella, l' aria uscendo con impeto, e passando nel vaso dell' acqua, la caccerà fuora pel foro del fondo; ed è manifesto, la quantità dell' acqua, che in tal guisa verrà cacciata, esser eguale alla mole, e quantità d' aria, che dall' altro vaso sarà uscita. Salvata dunque tale acqua, e tornato a pesare il vaso alleggerito dell' aria compressa (il quale suppongo, che fusse pesato anche prima con detta aria sforzata) e detratto al modo già dichiarato l' arena superflua, è manifesto questa essere il giusto peso di tanta aria in mole, quanta è la mole dell' acqua scacciata, e salvata; la quale peseremo, e vedremo quante volte il peso suo conterrà il peso della serbata arena; e senza errore potremo affermar tante volte esser più grave l' acqua dell' aria, la quale non sarà dieci volte altrimenti, come par che stimasse Aristotile, ma ben circa quattrocento, come tale esperienza ne mostra.

L' altro modo è più spedito, e puossi fare con un vaso solo, cioè col primo accomodato nel modo detto, nel quale non voglio, che mettiamo altra aria oltre

529

tre a quella, che naturalmente vi ſi ritrova, ma voglio che vi cacciamo dell'acqua ſenza laſciare uſcir punto di aria, la quale dovendo cedere alla ſopravvenente acqua, è forza, che ſi comprima. Spintavi dunque più acqua, che ſia poſſibile, che pure ſenza molta violenza vi ſe ne potrà mettere i tre quarti della tenuta dal fiaſco, e mettaſi ſulla bilancia, e diligentiſſimamente ſi peſi, il che fatto tenendo il vaſo col collo in ſu, ſi apra l'animella dando l'uſcita all'aria, della quale ne ſcapperà fuora giuſtamente quanta è l'acqua contenuta nel fiaſco. Uſcita che ſia l'aria, ſi torni a mettere il vaſo in bilancia, il quale per la partita dell'aria ſi troverà alleggerito; e detratto dal contrappeſo il peſo ſuperfluo, da eſſo avremo la gravità di tant'aria, quanta è l'acqua del fiaſco.

Simp. Gli artifizj ritrovati da voi non ſi può dire, che non ſieno ſottili, e molto ingegnoſi: ma mentre mi pare, che in apparenza dieno intera ſoddisfazione all'intelletto, mi mettono per un altro verſo in confuſione. Imperocchè eſſendo indubitabilmente vero, che gli elementi nelle proprie regioni non ſono nè leggeri, nè gravi, non poſſo intendere, come, dove quella porzione d'aria, che parve peſaſſe, v. gr. quattro dramme di rena, debba poi realmente aver tal gravità nell'aria, nella quale ben la ritiene la rena, che la contrappesò; e però mi pare, che l'eſperienza doveſſe eſſer praticata non nell'elemento dell'aria, ma in un mezzo, dove l'aria ſteſſa poteſſe eſercitare il ſuo talento del peſo, ſe ella veramente ne poſſiede.

530

Salv. Acuta certo è l'oppoſizione del Signor Simp. e però è neceſſario, o che ella ſia inſolubile, o che la ſoluzione ſia non men ſottile. Che quell'aria, la quale compreſſa moſtrò peſare quanto quella rena, poſta in libertà nel ſuo elemento, non ſia più per peſare, ma ſibben la rena, è coſa chiariſſima: e però per far tale eſperienza conveniva eleggere un luogo, e un mezzo, dove l'aria non men che la rena poteſſe gravitare; perchè, come più volte ſi è detto, il mezzo detrae dal peſo d'ogni materia, che vi s'immerge, tanto quanto è il peſo d'altrettanta parte dell'iſteſſo mezzo, quanto è la mole immerſa; ſicchè l'aria all'aria leva tutta la gravità: l'operazione dunque acciò fuſſe fatta eſattamente, converrebbe farla nel vacuo, dove ogni grave eſerciterebbe il ſuo momento ſenza diminuzione alcuna. Quando dunque Sig. Simp. noi peſaſſimo una porzione d'aria nel vacuo, reſterete allora ſincerato, e aſſicurato del fatto?

Simpl. Veramente sì; ma queſto è un deſiderare, o richiedere l'impoſſibile.

Salv. E però grandiſſimo converrà che ſia l'obbligo, che mi dovrete, qual volta per amor voſtro io effettui un impoſſibile; ma io non voglio vendervi quel che già vi ho donato, perchè di già nell'addotta eſperienza peſiamo noi l'aria nel vacuo, e non nell'aria, o in altro mezzo pieno. Che alla mole Sig. Simp. che nel mezzo fluido s'immerge, venga dall'iſteſſo mezzo detratto della gravità; ciò proviene, perchè ei reſiſte all'eſſere aperto, diſcacciato, e finalmente ſollevato; ſegno di che ne dà la prontezza ſua nel ricorrer ſubito a riempir lo ſpazio, che l'immerſa mole in lui occupava, qualunque volta eſſa ne parta: che quando di tale immerſione ei nulla ſentiſſe, niente opererebbe egli contro di quella. Ora ditemi, mentre che voi avete in aria il fiaſco di già pieno della medeſima aria naturalmente contenutavi, qual diviſione, ſcacciamento, o in ſomma qual mutazione riceva l'aria eſterna ambiente dalla ſeconda aria, che nuovamente s'infonde con forza nel vaſo. Forſe s'ingrandiſce il fiaſco, onde l'ambiente debba maggiormente ritirarſi per cedergli luogo? certo no; e però poſſiam dire, che la ſeconda aria non s'immerge nell'ambiente, non vi occupando ella ſpazio, ma è come ſe ſi metteſſe nel vacuo; anzi pur vi ſi mette ella realmente, e ſi trappone nei vacui non ben ripieni della prima aria non condenſata. E veramente non ſo conoſcere differenza neſſuna tra due coſtituzioni d'ambiente, mentre in queſta l'ambiente niente preme l'ambito, ed in quella l'ambi-

ambito punto non ispigne contro all' ambiente: e tali sono la locazione di qualche materia nel vacuo, e la seconda aria compressa nel fiasco. Il peso dunque, che si trova in tal' aria condensata, è quello, che ella avrebbe liberamente sparso nel vacuo. Ben' è vero che 'l peso della rena, che la contrappesò, come quella che era nell' aria libera, nel vacuo sarebbe stato un poco più del giusto; e però convien dire, che l' aria pesata sia veramente alquanto men grave della rena, che la contrappesò, cioè tanto quanto peserebbe altrettanta aria nel vacuo.

Simpl. Pur mi pareva, che nell' addotte esperienze vi fusse qualche cosa da desiderare; ma ora mi quieto interamente.

Salv. Le cose da me sin qui prodotte, ed in particolare questa, che la differenza di gravità, benchè grandissima, non abbia parte veruna nel diversificare le velocità dei mobili, sicchè per quanto da quella dipende, tutti si movereb- 531 bero con egual celerità, è tanto nuova, e nella prima apprensione remota dal verisimile, che quando non si avesse modo di dilucidarla, e renderla più chiara, che 'l Sole, meglio sarebbe il tacerla, che 'l pronunciarla; però già che me la sono lasciata scappar di bocca, convien che io non lasci indietro esperienza, o ragione, che possa corroborarla.

Sagr. Non questa sola, ma molte altre insieme delle vostre proposizioni son così remote dalle opinioni, e dottrine comunemente ricevute, che spargendosi in pubblico vi conciterebbero numero grande di contradditori, essendo che l' innata condizione degli uomini non vede con buon occhio, che altri nel loro esercizio scuopra verità, o falsità non scoperte da loro; e col dar titolo di innovatori di dottrine, poco grato agli orecchi di molti, s' ingegnano di tagliar quei nodi, che non possono sciorre, e con mine sotterranee dissipar quelli edifizj, che sono stati con gli strumenti consueti da pazienti artefici costrutti: ma con esso noi lontani da simili pretensioni l' esperienze vostre, e le ragioni bastano a quietarci; tuttavia quando abbiate altre più palpabili esperienze, e ragioni più efficaci, le sentiremo molto volentieri.

Salv. L' esperienza fatta con due mobili quanto più si possa differenti di peso col fargli scendere da un' altezza per osservare, se la velocità loro sia eguale, patisce qualche difficoltà, imperocchè se l' altezza sarà grande, il mezzo, che dall' impeto del cadente dee essere aperto, e lateralmente spinto, di molto maggior pregiudizio sarà al piccol momento del mobile leggerissimo, che alla violenza del gravissimo, per lo che per lungo spazio il leggero rimarrà indietro, e nell' altezza piccola si potrebbe dubitare, se veramente non vi fusse differenza, o pur se ve ne fusse, ma inosservabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole altezze, ed accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere tra l' arrivo al termine del grave, e l' arrivo del leggero, che così congiunte facessero un tempo non solo osservabile, ma grandemente osservabile. In oltre per potermi prevalere di moti quanto si possa tardi, nei quali manco lavora la resistenza del mezzo in alterar l' effetto, che dipende dalla semplice gravità, sono andato pensando di fare scendere i mobili sopra un piano declive non molto elevato sopra l' orizzontale, che sopra questo non meno che nel perpendicolo potrà scorgersi quello, che facciano i gravi differenti di peso, e passando più avanti ho anco voluto liberarmi da qualche impedimento, che potesse nascer dal contatto di essi mobili sul detto piano declive; e finalmente ho preso due palle, una di piombo, e una di sughero, quella ben più di cento volte più grave di questa, e ciascheduna di loro ho attaccata a due sottili spaghetti eguali, lunghi quattro, o cinque braccia legati ad alto, allontanata poi l' una, e l' altra palla dallo stato perpendicolare gli ho dato l' andare nell' istesso momento, ed esse scendendo

 per

per le circonferenze di cerchi descritti dagli spaghi eguali lor semidiametri, e passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro, e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate, e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la grave va talmente sotto il tempo della leggera, che nè in ben cento vibrazioni, nè in mille anticipa il tempo d' un minimo momento; ma camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l' operazione del mezzo, il quale arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero, che quelle del piombo, ma non però che 532 le renda più, o meno frequenti, anzi quando gli archi passati dal sughero non fussero più che di cinque, o sei gradi, e quei del piombo cinquanta, o sessanta, son eglino passati sotto i medesimi tempi.

Simpl. Se questo è, come dunque non sarà la velocità del piombo maggiore della velocità del sughero? facendo quello sessanta gradi di viaggio nel tempo, che questo ne passa appena sei.

Salv. Ma che direste, Sig. Simp. quando amendue spedissero nell' istesso tempo i loro viaggi, mentre il sughero allontanato dal perpendicolo trenta gradi avesse a passar l' arco di sessanta, e il piombo slargato dal medesimo punto di mezzo due soli gradi scorresse l'arco di quattro? non sarebbe allora altrettanto più veloce il sughero? e pur l' esperienza mostra ciò avvenire; però notate. Slargato il pendolo del piombo, v. g. cinquanta gradi dal perpendicolo, e di lì lasciato in libertà scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta, descrive l' arco di quasi cento gradi, e ritornando per se stesso indietro descrive un altro minore arco, e continuando le sue vibrazioni dopo gran numero di quelle si riduce finalmente alla quiete. Ciascheduna di tali vibrazioni si fa sotto tempi eguali, tanto quella di novanta gradi, quanto quella di cinquanta, o di venti, di dieci, di quattro: sicchè in conseguenza la velocità del mobile vien sempre languendo, poichè sotto tempi eguali va passando successivamente archi sempre minori, e minori. Un simile, anzi l'istesso effetto fa il sughero pendente da un filo altrettanto lungo, salvo che in minor numero di vibrazioni si conduce alla quiete, come meno atto mediante la sua leggerezza a superar l' ostacolo dell' aria: con tutto ciò tutte le vibrazioni grandi, e piccole si fanno sotto tempi eguali tra di loro, ed eguali ancora a i tempi delle vibrazioni del piombo. Onde è vero, che se mentre il piombo passa un arco di cinquanta gradi, il sughero ne passa uno di dieci, il sughero allora è più tardo del piombo; ma accaderà ancora all' incontro che 'l sughero passi l' arco di cinquanta, quando il piombo passi quel di dieci, o di sei, e così in diversi tempi or sarà più veloce il piombo, ed ora il sughero; ma se gli stessi mobili passeranno ancora sotto i medesimi tempi eguali archi eguali, ben sicuramente si potrà dire allora essere le velocità loro eguali.

Simp. Mi pare, e non mi pare, che questo discorso sia concludente, e mi sento nella mente una tal qual confusione, che mi nasce dal muoversi e l' uno, e l' altro mobile or veloce, or tardo, ed or tardissimo, che non mi lascia ridurre in chiaro, come vero sia, che le velocità loro sian sempre eguali.

Sagr. Concedami in grazia Sig. Salv. che io dica due parole. E ditemi, Sig. Simp. se voi ammettete, che dir si possa con assoluta verità, le velocità del sughero, e del piombo essere eguali, ogni volta che partendosi amendue nell' istesso momento dalla quiete, e movendosi per le medesime inclinazioni passassero sempre spazj eguali in tempi eguali?

Simp. In questo non si può dubitare, nè se gli può contraddire.

Sagr. Accade ora nei pendoli, che ciaschedun di loro passi or sessanta gradi, or cinquanta, or trenta, or dieci, or otto, quattro, due, e quando amendue passano l' arco di sessanta gradi, lo passano nell' istesso tempo: nell' arco di cin-

cinquanta metton l' istesso tempo l' uno, che l' altro mobile: così nell' arco di trenta, di dieci, e degli altri; e però si conclude, che la velocità del piombo nell' arco di sessanta gradi è eguale alla velocità del sughero nell' arco medesimo di sessanta: e che le velocità nell' arco di cinquanta son pur tra loro eguali, e così negli altri. Ma non si dice già, che la velocità, che si esercita nell' arco di sessanta, sia eguale alla velocità, che si esercita nell' arco di cinquanta, nè questa a quella dell' arco di trenta, ma son sempre minori le velocità negli archi minori: il che si raccoglie dal veder noi sensatamente il medesimo mobile metter tanto tempo nel passar l' arco grande dei sessanta gradi, quanto nel passare il minor di cinquanta, o il minimo di dieci, ed in somma nell' esser passati tutti sempre sotto tempi eguali. E' vero dunque, che ben vanno e il piombo, e il sughero ritardando il moto secondo la diminuzione degli archi, ma non però alterano la concordia loro nel mantener l' egualità della velocità in tutti i medesimi archi da loro passati. Ho voluto dir questo più per sentire, se ho ben capito il concetto del Sig. Salv. che per bisogno, che io credessi che avesse il Sig. Simpl. di più chiara esplicazione di quella del Sig. Salv. che è, come in tutte le sue cose, lucidissima, e tale che, sciogliendo egli il più delle volte questioni non solo in apparenza oscure, ma repugnanti alla natura, ed al vero, con ragioni, o osservazioni, o esperienze tritissime, e familiari ad ogni uno, ha (come da diversi ho inteso) dato occasione a tale uno dei professori più stimati di far minor conto delle sue novità, tenendole come a vile, per dipendere da troppo bassi, e popolari fondamenti, quasi che la più ammirabile, e più da stimarsi condizione delle scienze dimostrative non sia lo scaturire e pullulare da principj notissimi, intesi, e conceduti da tutti. Ma seguitiamo pur noi di andarci pascendo di questi cibi leggeri; e posto, che il Sig. Simp. sia restato appagato nell' intender, ed ammettere, come l' interna gravità dei diversi mobili non abbia parte alcuna nel diversificar le velocità loro, sicchè tutti, per quanto da quella dipende, si moverebber coll' istesse velocitadi; diteci Sig. Salv. in quello, che voi riponete le sensate, ed apparenti disegualità di moto; e rispondete a quell' instanza, che oppone il Sig. Simp. e che io parimente confermo, dico del vedersi non solamente una palla di artiglieria muoversi più velocemente di una migliarola di piombo, che poca sarà la differenza di velocità rispetto a quella, che vi oppongo io di mobili dell' istessa materia, dei quali alcuni dei maggiori scenderanno in meno di una battuta di polso in un mezzo quello spazio, che altri minori non lo passeranno in un' ora, nè in quattro, nè in venti, quali sono le pietre, e la minuta rena, e massime quella sottilissima, che intorbida l' acqua, nel qual mezzo in molte ore non iscende per due braccia, che pietruzze non molto grandi passano in una battuta di polso.

533

Salv. Quel che operi il mezzo nel ritardar più i mobili, secondo che tra di loro sono in ispecie men gravi, già si è dichiarato, mostrando ciò accadere dalla suttrazione di peso. Ma come il medesimo mezzo possa con sì gran differenza scemar la velocità ne i mobili differenti solo in grandezza, ancorchè sieno della medesima materia, e dell' istessa figura, ricerca per sua dichiarazione discorso più sottile di quello, che basta per intender, come la figura del mobile più dilatata, o il moto del mezzo, che sia fatto contro al mobile, ritarda la velocità di quello. Io del presente problema riduco la cagione alla scabrosità, e porosità, che comunemente, e per lo più necessariamente si ritrova nelle superficie de i corpi solidi, le quali scabrosità nel moto di essi vanno urtando nell' aria, o altro mezzo ambiente; di che segno evidente ce ne porge il sentir noi ronzare i corpi, ancorchè quanto più si possa rotondati, mentre velocissimamente scorrono per l' aria, e non solo ronzare, ma sibilare, e fischiar si sentono, se qualche 534

più notabil cavità, o prominenza ſarà in eſſi. Vedeſi anco nel girar ſopra il torno ogni ſolido rotondo fare un poco di vento. Ma che più? non ſentiam noi notabil ronzìo, ed in tuono molto acuto farſi dalla trottola, mentre per terra con ſomma celerità va girando? l' acutezza del qual ſibilo ſi va ingravendo, ſecondo che la velocità della vertigine va di grado in grado languendo: argomento parimente neceſſario degl' intoppi nell' aria delle ſcabroſità benchè minime delle ſuperficie loro. Queſte non ſi può dubitare, che nello ſcendere i mobili, ſoffregandoſi coll' ambiente fluido, apporteranno ritardamento alla velocità, e tanto maggiore, quanto la ſuperficie ſarà più grande, quale è quella de i ſolidi minori paragonati a i maggiori.

Simpl. Fermate in grazia, perchè qui comincio a confondermi: imperocchè ſebbene io intendo, ed ammetto, che la confricazione del mezzo colla ſuperficie del mobile ritardi il moto, e che più lo ritardi, dove ceteris paribus la ſuperficie ſia maggiore, non capiſco però con qual fondamento voi chiamate maggiore la ſuperficie de i ſolidi minori: ed oltre a ciò, ſe, come voi affermate, la maggior ſuperficie dee arrecar maggior ritardamento, i ſolidi maggiori devriano eſſer più tardi, il che non è: ma queſta inſtanza facilmente ſi toglie con dire, che ſebbene il maggiore ha maggior ſuperficie, ha anco maggior gravità, contro la quale l' impedimento della maggior ſuperficie non ha a prevalere all' impedimento della ſuperficie minore contro alla minor gravità, ſicchè la velocità del ſolido maggiore ne divenga minore. E però non vedo ragione, per la quale ſi debba alterare l' egualità delle velocità, mentre che quanto ſi diminuiſce la gravità movente, altrettanto ſi diminuiſce la facoltà della ſuperficie ritardante.

Salv. Riſolverò congiuntamente tutto quello, che opponete. Per tanto voi Sig. Simpl. ſenza controverſia ammettete, che quando di due mobili eguali della ſteſſa materia, e ſimili di figura (i quali indubitabilmente ſi moverebber egualmente veloci) all' uno di loro ſi diminuiſſe tanto la gravità, quanto la ſuperficie (ritenendo però la ſimilitudine della figura) non perciò ſi ſcemerebbe la velocità nel rimpiccolito.

Simpl. Veramente parmi, che così dovrebbe ſeguire, ſtando però nella noſtra dottrina, che vuol, che la maggior, o minor gravità non abbia azione nell' accelerare, o ritardare il moto.

Salv. E queſto confermo io, e vi ammetto anco il voſtro detto, dal qual mi par, che in conſeguenza ſi ritragga, che quando la gravità ſi diminuiſſe più, che la ſuperficie, nel mobile in tal maniera diminuito ſi introdurrebbe qualche ritardamento di moto, e maggiore, e maggiore, quanto a proporzione maggior fuſſe la diminuzion del peſo, che la diminuzion della ſuperficie.

Simp. In ciò non ho io repugnanza veruna.

Salv. Or ſappiate, Sig. Simplicio, che non ſi può ne i ſolidi diminuir tanto la ſuperficie, quanto il peſo, mantenendo la ſimilitudine delle figure. Imperocchè eſſendo manifeſto, che nel diminuir un ſolido grave tanto ſcema il ſuo peſo, quanto la mole, ogni volta che la mole veniſſe ſempre diminuita più, che la ſuperficie (nel conſervarſi maſſime la ſimilitudine di figura) la gravità ancora più, che la ſuperficie verrebbe diminuita. Ma la Geometria c' inſegna, che molto maggior proporzione è tra la mole, e la mole ne i ſolidi ſimili, che tra le loro ſuperficie. Il che per voſtra maggior intelligenza vi eſplicherò in qualche caſo particolare. Però figuratevi per eſempio un dado, un lato del quale

535 ſia v. gr. lungo due dita, ſicchè una delle ſue faccie ſarà quattro dita quadre, e tutte e ſei, cioè tutta la ſua ſuperficie, ventiquattro dita quadre. Intendete poi il medeſimo dado eſſer con tre tagli ſegato in otto piccoli dadi, il lato di ciaſcun de' quali ſarà un dito, e una ſua faccia un dito quadro, e tutta la ſua ſu-

ſuperficie ſei dita quadre, delle quali l' intero dado ne conteneva ventiquattro in ſuperficie. Or vedete come la ſuperficie del piccol dado è la quarta parte della ſuperficie del grande (che tanto è ſei di ventiquattro) ma l' iſteſſo dado ſolido è ſolamente l' ottava; molto più dunque cala la mole, ed in conſeguenza il peſo, che la ſuperficie. E ſe voi ſuddividerete il piccol dado in altri otto, avremo per l' intera ſuperficie di un di queſti un dito e mezzo quadro, che è la ſediceſima parte della ſuperficie del primo dado; ma la ſua mole è ſolamente la ſeſſantaquattreſima. Vedete per tanto, come in queſte ſole due diviſioni le moli ſcemano quattro volte più, che le loro ſuperficie, e ſe noi andremo ſeguitando la ſuddiviſione, ſino che ſi riduca il primo ſolido in una minuta polvere, troveremo la gravità de i minimi atomi diminuita centinaja, e centinaja di volte più, che le loro ſuperficie. E queſto, che vi ho eſemplificato ne i cubi, accade in tutti i ſolidi ſimili, le moli de i quali ſono in ſeſquialtera proporzione delle lor ſuperficie. Vedete dunque con quanta maggior proporzione creſce l' impedimento del contatto della ſuperficie del mobile col mezzo de i mobili piccoli, che ne i maggiori; e ſe noi aggiugneremo, che le ſcabroſità nelle ſuperficie piccoliſſime delle polveri ſottili non ſon forſe minori di quelle delle ſuperficie de i ſolidi maggiori, che ſieno con diligenza puliti, guardate quanto biſognerà, che il mezzo ſia fluido, e privo onninamente di reſiſtenza all' eſſere aperto per dover cedere il paſſo a così debil virtù. E in tanto notate, Sig. Simpl. che io non equivocai, quando poco fa diſſi, la ſuperficie de' ſolidi minori eſſer grande in comparazione di quella de i maggiori.

Simp. Io reſto interamente appagato; e mi credano certo, che ſe io aveſſi a ricominciare i miei ſtudj, vorrei ſeguire il conſiglio di Platone, e comincierei dalle Matematiche, le quali vedo, che procedono molto ſcrupoloſamente, nè vogliono ammetter per ſicuro fuor che quello, che concludentemente dimoſtrano.

Sagr. Ho avuto guſto grande in queſto diſcorſo; ma prima che paſſiamo più avanti, avrei caro di reſtar capace di un termine, che mi giunſe nuovo, quando pure ora diceſte, che i ſolidi ſimili ſon tra di loro in ſeſquialtera proporzione delle lor ſuperficie, perchè ho ben veduto, e inteſo la propoſizione colla ſua dimoſtrazione, nella quale ſi prova le ſuperficie de' ſolidi ſimili eſſere in duplicata proporzione de i loro lati, e l' altra, che prova i medeſimi ſolidi eſſere in tripla proporzione de i medeſimi lati, ma la proporzione de i ſolidi colle lor ſuperficie non mi ſovvien nè anco di averla ſentita nominare.

Salv. V. S. medeſima da per ſe ſi riſponde, e dichiara il dubbio. Imperocchè quello, che è triplo di una coſa, della quale un altro è doppio, non viene egli ad eſſer ſeſquialtero di queſto doppio? certo sì. Or ſe le ſuperficie ſono in doppia proporzione delle linee, delle quali i ſolidi ſono in proporzione tripla, non poſſiam noi dire i ſolidi eſſere in ſeſquialtera proporzion delle ſuperficie?

Sagr. Ho inteſo beniſſimo. E ſebbene alcuni altri particolari attenenti alla materia, di cui ſi tratta, mi reſterebbero da domandare, tuttavia quando ce ne andaſſimo così di digreſſione in digreſſione, tardi verremmo alle quiſtioni principalmente inteſe, che appartengono alle diverſità degli accidenti delle reſiſtenze de i ſolidi all' eſſer ſpezzati; e però quando così piaccia loro, potremo ritornare ſul primo filo, che ſi propoſe da principio. 536

Salv. V. S. dice molto bene, ma le coſe tante, e tanto varie, che ſi ſono eſaminate, ci han rubato tanto tempo, che poco ce ne avanzerà per queſto giorno da ſpendere nell' altro noſtro principale argomento, che è pieno di dimoſtrazioni Geometriche da eſſer con attenzione conſiderate; onde ſtimerei, che fuſſe meglio differire il congreſſo a dimane, sì per queſto, che ho detto, come ancora perchè potrei portar meco alcuni fogli, dove ho per ordine notati i Teore-

mi,

mi, e Problemi, ne i quali si propongono, e dimostrano le diverse passioni di tal soggetto, che forse alla memoria col necessario metodo non mi sovverrebbero.

Sagr. Io molto bene mi accomodo a questo consiglio, e tanto più volentieri, quanto che per finire la sessione odierna avrò tempo di sentir la dichiarazione di alcuni dubbj, che mi restavano nella materia, che ultimamente trattavamo. De i quali uno è, se si dee stimare, che l' impedimento del mezzo possa esser bastante a por termine all' accelerazione a' corpi di materia gravissima, grandissimi di mole, e di figura sferica; e dico sferica, per pigliar quella, che è contenuta sotto la minima superficie, e però meno soggetta al ritardamento. Un altro sarà circa le vibrazioni de i pendoli, e questo ha più capi: l' uno sarà se tutte, e grandi, e mediocri, e minime si fanno veramente, e precisamente sotto tempi eguali: ed un altro, qual sia la proporzione de i tempi de i mobili appesi a fili diseguali, de i tempi, dico, delle lor vibrazioni.

Salv. I quesiti son belli, e siccome avviene di tutti i veri, dubito, che trattandosi di qualsisia di loro si tirerà dietro tante altre vere, e curiose conseguenze, che non so, se l'avanzo di questo giorno ci basterà per discuterle tutte.

Sagr. Se elle saranno del sapore della passate, più grato mi sarebbe l' impiegarmi tanti giorni, non che tante ore, quante restano fino a notte, e credo, che il Sig. Simp. non si ristuccherà di tali ragionamenti.

Simpl. Sicuramente no, e massime quando si trattano quistioni naturali, intorno alle quali non si leggono opinioni, o discorsi di altri Filosofi.

Salv. Vengo dunque alla prima, affermando senza veruna dubitazione, non essere sfera sì grande, nè di materia sì grave, che la renitenza del mezzo, ancorchè tenuissimo, non raffreni la sua accelerazione, e che nella continuazion del moto non lo riduca all' equabilità, di che possiamo ritrar molto chiaro argomento dall' esperienza stessa. Imperocchè se alcun mobile cadente fusse abile nella sua continuazion di moto ad acquistar qualsivoglia grado di velocità, nessuna velocità, che da motore esterno gli fusse conferita, potrebbe esser così grande, che egli la ricusasse, e se ne spogliasse mercè dell' impedimento del mezzo. E così una palla di artiglieria, che fusse scesa per aria, v. gr. quattro braccia, ed avesse per esempio acquistato dieci gradi di velocità, e che con questi entrasse nell' acqua, quando l' impedimento dell' acqua non fusse potente a vietare alla palla un tale impeto, ella l' accrescerebbe, o almeno lo continuerebbe fino al fondo, il che non si vede seguire, anzi l' acqua, benchè non fusse più che poche braccia profonda, l'impedisce, e debilita in modo, che leggerissima percossa farà nel letto del fiume, o del lago. E' dunque manifesto, che quella velocità, 537 della quale l' acqua l' ha potuta spogliare in un brevissimo viaggio, non glie lo lascerebbe giammai acquistare anco nella profondità di mille braccia. E perchè permettergli il guadagnarsela in mille, per levargliela poi in quattro braccia? Ma che più? non si vede egli l' immenso impeto della palla cacciata dall' istessa artiglieria esser talmente rintuzzato dall' interposizione di pochissime braccia di acqua, che senza veruna offesa della nave appena si conduce a percuoterla? L' aria ancora, benchè cedentissima, pur reprime la velocità del mobile cadente ancor molto grave, come possiamo con simili esperienze comprendere; perchè se dalla cima di una torre molto alta tireremo una archibusata in giù, questa farà minor botta in terra, che se scaricheremo l' archibuso alto dal piano solamente quattro, o sei braccia, segno evidente, che l' impeto, con che la palla uscì della canna scaricata nella sommità della torre, andò diminuendosi nello scender per aria; adunque lo scender da qualunque grandissima altezza non basterà per fargli acquistare quell' impeto, del quale la resistenza dell' aria la priva, quando già in qualsivoglia modo gli sia stato conferito. La rovina parimente,

che

che farà in una muraglia un colpo di una palla cacciata da una colubrina dalla lontananza di venti braccia, non credo io, che la facesse venendo a perpendicolo da qualsivoglia altezza immensa. Stimo per tanto esser termine all' accelerazione di qualsivoglia mobile naturale, che dalla quiete si parta, e che l' impedimento del mezzo finalmente lo riduca all' egualità, nella quale ben poi sempre si mantenga.

Sagr. L' esperienze veramente mi par, che sieno molto a proposito; nè ci è altro, se non che l' avversario potrebbe farsi forte col negar, che si debbono verificar nelle moli grandissime, e gravissime, e che una palla di artiglieria venendo dal concavo della Luna, o anco dalla suprema region dell' aria farebbe percossa maggiore, che uscita dal cannone.

Salv. Non è dubbio, che molte cose si possono opporre, e che non tutte si possono con esperienza redarguire, tuttavia in questa contraddizione alcuna cosa par, che si possa mettere in considerazione; cioè, che molto ha del verisimile, che il grave cadente da un' altezza acquisti tanto d' impeto nell' arrivare in terra, quanto fusse bastante a tirarlo a quell' altezza, come chiaramente si vede in un pendolo assai grave, che slargato cinquanta, o sessanta gradi dal perpendicolo guadagna quella velocità, e virtù, che basta precisamente a sospignerlo ad altrettanta elevazione, trattone però quel poco, che gli vien tolto dall' impedimento dell' aria. Per costituir dunque la palla dell' artiglieria in tanta altezza, che bastasse per l' acquisto di tanto impeto, quanto è quello, che gli dà il fuoco nell' uscir del Pezzo, dovrebbe bastare il tirarla in su a perpendicolo coll' istessa artiglieria, osservando poi se nella ricaduta ella facesse colpo eguale a quello della percossa fatta da vicino nell' uscire; che credo veramente che non sarebbe a gran segno tanto gagliardo. E però stimo, che la velocità, che ha la palla vicino all' uscita del Pezzo, sarebbe di quelle, che l' impedimento dell' aria non gli lascerebbe conseguire giammai, mentre con moto naturale scendesse partendosi dalla quiete da qualsivoglia grand' altezza. Vengo ora a gli altri quesiti attenenti a i pendoli, materia che a molti parrebbe assai arida, e massime a quei Filosofi, che stanno continuamente occupati nelle più profonde questioni delle cose naturali, tuttavia non gli voglio disprezzare, inanimito dall' esempio d' Aristotile medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non aver egli lasciato, si può dir, materia alcuna degna in qualche modo di considerazione, che e' non abbia toccata: ed ora da i quesiti di V. S. penso, che potrò dirvi qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla musica, materia nobilissima, della quale hanno scritto tanti grand' uomini, e l' istesso Aristotile, e circa di essa considera molti problemi curiosi, talchè se io ancora da così facili, e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti maravigliosi in materia de i suoni, posso sperare, che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi. 538

Sagr. Non solamente graditi, ma da me in particolare sommamente desiderati, come quello che sendomi dilettato di tutti gli strumenti musici, ed assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace, e perplesso, onde avvenga, che più mi piaccia, e diletti questa, che quella, e che alcuna non solo non mi diletti, ma sommamente mi offenda. Il problema poi trito delle due corde tese all' unisono, che al suono dell' una l' altra si muova, e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto, come anco non ben chiare le forme delle consonanze, ed altre particolarità.

Salv. Vedremo, se da questi nostri pendoli si possa cavare qualche soddisfazione a tutte queste difficoltà. E quanto al primo dubbio, che è, se veramente, e puntualissimamente l' istesso pendolo fa tutte le sue vibrazioni massime, mediocri, e minime sotto tempi precisamente eguali, io mi rimetto a quello, che

che intesi già dal nostro Accademico, il quale dimostra bene, che il mobile, che discendesse per le corde suttese a qualsivoglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali tanto la suttesa sotto cent' ottanta gradi (cioè tutto il diametro) quanto le suttese di cento, di sessanta, di due, di mezzo, e di quattro minuti: intendendo che tutte vadano a terminar nell' infimo punto toccante il piano orizzontale. Circa poi i discendenti per gli archi delle medesime corde elevati sopra l' orizzonte, e che non sieno maggiori d' una quarta, cioè, di novanta gradi, mostra parimente l' esperienza passarsi tutti in tempi eguali, ma però più brevi dei tempi de' passaggi per le corde; effetto che in tanto ha del maraviglioso, in quanto nella prima apprensione par che dovrebbe seguire il contrario. Imperocchè sendo comuni i termini del principio, e del fine del moto, ed essendo la linea retta la brevissima, che tra i medesimi termini si comprende, par ragionevole, che il moto fatto per lei s' avesse a spedire nel più breve tempo, il che poi non è: ma il tempo brevissimo, ed in conseguenza il moto velocissimo è quello, che si fa per l' arco, del quale essa linea retta è corda. Quanto poi alla proporzione dei tempi delle vibrazioni di mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione sudduplа delle lunghezze delle fila, o vogliamo dire le lunghezze essere in duplicata proporzion dei tempi, cioè, son come i quadrati dei tempi: sicchè volendo v. gr. che 'l tempo d' una vibrazione d' un pendolo sia doppio del tempo d' una vibrazione d' un' altro, bisogna, che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo. Ed allora nel tempo d' una vibrazione di quello, un altro ne farà tre, quando la corda di quello sarà nove volte più lunga dell' altra. Dal che ne seguita, che le lunghezze delle corde hanno fra di loro la proporzione, che hanno i quadrati de' numeri delle vibrazioni, che si fanno nel medesimo tempo.

Sagr. Adunque se io ho bene inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza d' una corda pendente da qualsivoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell' attaccatura mi fusse invisibile, e solo si vedesse l' altro estremo basso. Imperocchè se io attaccherò qui da basso uno assai grave peso a detta corda, e farò che si vadia vibrando in qua, e in là, e che un amico vadia numerando alcune delle sue vibrazioni, e che io nell' istesso tempo vadia parimente contando le vibrazioni, che farà un' altro mobile appeso a un filo di lunghezza precisamente d' un braccio, dai numeri delle vibrazioni di questi pendoli, fatte nell' istesso tempo, troverò la lunghezza della corda, come per esempio ponghiamo, che nel tempo, che l' amico mio abbia contate venti vibrazioni della corda lunga, io ne abbia contate dugenquaranta del mio filo, che è lungo un braccio, fatto i quadrati delli due numeri venti, e dugenquaranta, che sono 400. 57600. dirò la lunga corda contener 57600 misure di quelle, che il mio filo ne contien 400. e perchè il filo è un sol braccio, partirò 57600. per 400. che ne viene 144. e 144 braccia dirò esser lunga quella corda.

Salv. Nè v' ingannerete d' un palmo, e massime se piglierete moltitudini grandi di vibrazioni.

Sag. V. S. mi dà pur frequentemente occasione d' ammirare la riccheza, ed insieme la somma liberalità della natura, mentre da cose tanto comuni, e direi anco in certo modo vili, ne andate traendo notizie molto curiose, e nuove, e bene spesso remote da ogni immaginazione. Io ho ben mille volte posto cura alle vibrazioni in particolare delle lampade pendenti in alcune Chiese da lunghissime corde, inavvertentemente state mosse da alcuno, ma il più che io cavassi da tale osservazione fu l' improbabilità dell' opinione di quelli, che vogliono, che simili moti vengano mantenuti, e continuati dal mezzo, cioè dall' aria; perchè mi parrebbe bene, che l' aria avesse un gran giudizio, ed insieme

una

una poca faccenda a consumar le ore, e le ore di tempo in sospignere con tanta regola in qua, e in là un peso pendente: ma che io fussi per apprenderne, che quel mobile medesimo appeso a una corda di cento braccia di lunghezza, slontanato dall' imo punto una volta novanta gradi, ed un' altra un grado solo, o mezzo, tanto tempo spendesse in passar questo minimo, quanto in passar quel massimo arco, certo non credo, che mai l' avrei incontrato, che ancora ancora mi par, che tenga dell' impossibile. Ora sto aspettando di sentire, che queste medesime semplicissime minuzie mi assegnino ragioni tali di quei problemi musici, che mi possano almeno in parte quietar la mente.

Salv. Prima d' ogni altra cosa bisogna avvertire, che ciaschedun pendolo ha il tempo delle sue vibrazioni talmente limitato, e prefisso, che impossibil cosa è il farlo muovere sotto altro periodo, che l' unico suo naturale. Prenda pur chi si voglia in mano la corda, ond' è attaccato il peso, e tenti quanto gli piace d' accrescergli, o scemargli la frequenza delle sue vibrazioni, sarà fatica buttata in vano; ma ben all' incontro ad un pendolo, ancorchè grave, e posto in quiete, col solo soffiarvi dentro conferiremo noi moto, e moto anche assai grande col reiterare i soffi, ma sotto il tempo, che è proprio quel delle sue vibrazioni; che se al primo soffio l' avremo rimosso dal perpendicolo mezzo dito, aggiugnendogli il secondo dopo che sendo ritornato verso noi comincerebbe la seconda vibrazione, gli conferiremo nuovo moto, e così successivamente con altri soffi, ma dati a tempo, e non quando il pendolo ci viene incontro (che così gl' impediremo, e non ajuteremo il moto) e seguendo con molti impulsi gli conferiremo impeto tale, che maggior forza assai, che quella d' un soffio ci bisognerà a cessarlo.

Sagr. Ho da fanciullo osservato con questi impulsi dati a tempo un uomo solo 540 far suonare una grossissima campana, e nel volerla poi fermare attaccarsi alla corda quattro, o sei altri, e tutti esser levati in alto, nè poter tanti insieme arrestar quell' impeto, che un solo con regolati tratti gli aveva conferito.

Salv. Esempio, che dichiara il mio intento non meno acconciamente di quel, che questa mia premessa si accomodi a render la ragione del maraviglioso problema della corda della Cetera, o del Cimbalo, che muove, e fa realmente suonare quella non solo, che all' unisono gli è concorde, ma anco all' ottava, e alla quinta. Toccata la corda comincia, e continua le sue vibrazioni per tutto il tempo, che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare, e tremare l' aria, che gli è appresso, i cui tremori, e increspamenti si distendono per grande spazio, e vanno a urtare in tutte le corde del medesimo strumento, ed anco di altri vicini: la corda, che è tesa all' unisono colla tocca, essendo disposta a far le sue vibrazioni sotto il medesimo tempo, comincia al primo impulso a muoversi un poco, e sopraggiugnendogli il secondo, il terzo, il ventesimo, e più altri, e tutti negli aggiustati, e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore, che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice. Quest' ondeggiamento, che si va distendendo per l' aria, muove e fa vibrare non solamente le corde, ma qualsivoglia altro corpo disposto a tremare, e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda: sicchè se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diversi pezzetti di setole, o di altre materie flessibili, si vedrà nel suonare il Cimbalo tremare or questo, or quel corpuscolo, secondo che verrà toccata quella corda, le cui vibrazioni van sotto 'l medesimo tempo: gli altri non si muoveranno al suono di questa corda, nè quello tremerà al suono d' altra corda. Se coll' archetto si toccherà gagliardamente una corda grossa d' una Viola, appressandogli un bicchiere di vetro sottile, e pulito, quando il tuono della corda sia all' unisono del tuono del bicchiere, questo tremerà,

merà, e ſenſatamente riſuonerà. Il diffonderſi poi amplamente l' increſpamento del mezzo intorno al corpo riſuonante, apertamente ſi vede nel far ſuonare il bicchiere, dentro il quale ſia dell' acqua, fregando il polpaſtrello del dito ſopra l'orlo; imperocchè l' acqua contenuta con regolatiſſimo ordine ſi vede andare ondeggiando, e meglio ancora ſi vedrà l' iſteſſo effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaſo aſſai largo, nel quale ſia dell' acqua ſin preſſo all' orlo del bicchiere, che parimente facendolo riſuonare colla confricazione del dito, ſi vedranno gl' increſpamenti nell' acqua regolatiſſimi, e con gran velocità ſpargerſi in gran diſtanza intorno al bicchiere, ed io più volte mi ſono incontrato, nel fare al modo detto ſuonare un bicchiere aſſai grande, e quaſi pieno d' acqua, a veder prima le onde nell' acqua con eſtrema egualità formate; ed accadendo talvolta, che il tuono del bicchiere ſalti un' ottava più alto, nell' iſteſſo momento ho viſto ciaſcheduna delle dette onde dividerſi in due: accidente che molto chiaramente conclude la forma dell' ottava eſſer la dupla.

Sagr. A me ancora è intervenuto l' iſteſſo più d' una volta con mio diletto, ed anco utile; imperocchè ſtetti lungo tempo perpleſſo intorno a queſte forme delle conſonanze, non mi parendo, che la ragione, che comunemente ſe n' adduce dagli autori, che ſin qui hanno ſcritto dottamente della muſica, fuſſe concludente a baſtanza. Dicono eſſi la Diapaſon, cioè l' ottava eſſer contenuta dalla dupla, la Diapente, che noi diciamo la quinta, dalla ſeſquialtera, perchè diſteſa ſopra il Monocordo una corda, ſonandola tutta, e poi ſonandone la metà col mettere un ponticello in mezzo, ſi ſente l' ottava, e ſe il ponticello ſi metterà al terzo di tutta la corda, toccando l' intera, e poi li due terzi ci rende la quinta, per lo che l' ottava dicono eſſer contenuta tra 'l due, e l' uno, e la quinta tra li tre, e 'l dua. Queſta ragione, dico, non mi pareva concludente per poter aſſegnare juridicamente la dupla, e la ſeſquialtera per forme naturali della Diapaſon, e della Diapente. E 'l mio motivo era tale. Tre ſono le maniere, colle quali noi poſſiamo inacutire il tuono a una corda, l' una è lo ſcorciarla, l' altra il tenderla più, o vogliam dir tirarla, il terzo è l' aſſottigliarla. Ritenendo la medeſima tiratezza, e groſſezza della corda, ſe vorremo ſentir l' ottava, biſogna ſcorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza. Ma ſe ritenendo la medeſima lunghezza, e groſſezza vorremo farla montare all' ottava col tirarla più, non baſta tirarla il doppio più, ma ci biſogna il quadruplo, ſicchè ſe prima era tirata dal peſo d' una libbra, converrà attaccarvene quattro per inacutirla all' ottava. E finalmente ſe ſtante la medeſima lunghezza, e tiratezza, vorremo una corda, che per eſſer più ſottile renda l' ottava, ſarà neceſſario, che ritenga ſolo la quarta parte della groſſezza dell' altra più grave. E queſto, che dico dell' ottava, cioè che la ſua forma preſa dalla tenſione, o dalla groſſezza della corda è in duplicata proporzione di quella, che ſi ha dalla lunghezza, intendaſi di tutti gli altri intervalli muſici, imperocchè quello, che ci dà la lunghezza colla proporzion ſeſquialtera, cioè col ſuonarla tutta, e poi li due terzi, volendolo cavar dalla tiratezza, o dalla ſottigliezza, biſogna duplicar la proporzione ſeſquialtera pigliando la dupla ſeſquiquarta, e ſe la corda grave era teſa da quattro libbre di peſo, attaccarne all' acuta non ſei, ma nove, e quanto alla groſſezza, far la corda grave più groſſa dell' acuta ſecondo la proporzione di nove a quattro per aver la quinta. Stante queſte veriſſime eſperienze, non mi pareva ſcorger ragione alcuna, per la quale aveſſero i ſagaci Filoſofi a ſtabilir la forma dell' ottava eſſer più la dupla, che la quadrupla, e della quinta più la ſeſquialtera, che la dupla ſeſquiquarta. Ma perchè il numerare le vibrazioni d' una corda, che nel render la voce le fa frequentiſſime, è del tutto impoſſibile, ſarei reſtato ſempre ambiguo, ſe vero fuſſe, che la corda

541

dell'

dell' ottava più acuta facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrazioni di quelle della più grave, se le onde permanenti, per quanto tempo ci piace, nel far suonare, e vibrare il bicchiere, non m' avessero sensatamente mostrato, come nell' istesso momento, che alcuna volta si sente il tuono saltare all' ottava, si vedono nascere altre onde più minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.

Salv. Bellissima osservazione per poter distinguere ad una ad una le onde nate dal tremore del corpo, che risuona, che son poi quelle, che diffuse per l' aria vanno a far la titillazione su'l timpano del nostro orecchio, la quale nell' anima ci diventa suono. Ma dove che il vederle, ed osservarle nell' acqua non dura, se non quanto si continua la confricazion del dito, ed anco in questo tempo non sono permanenti, ma continuamente si fanno, e si dissolvono, non sarebbe bella cosa, quando se ne potesse far con grand' esquisitezza di quelle, che restassero lungo tempo, dico mesi, ed anni, sicchè desse comodità di poterle misurare, ed agiatamente numerare?

542

Sagr. Veramente io stimerei sommamente una tale invenzione.

Salv. L' invenzione fu del caso, e mia fu solamente l' osservazione, e il far di essa capitale, e stima, come di riprova di nobil contemplazione, ancorchè fattura in se stessa assai vile. Raschiando con uno scarpello di ferro tagliente una piastra di ottone per levarle alcune macchie, nel muovervi sopra lo scarpello con velocità sentii una volta, e due, tra molte strisciate, fischiare, e uscirne un sibilo molto gagliardo, e chiaro, e guardando sopra la piastra, vidi un lungo ordine di virgolette sottili tra di loro parallele, e per egualissimi intervalli l' una dall' altra distanti. Tornando a raschiar di nuovo più, e più volte mi accorsi, che solamente nelle raschiate, che fischiavano, lasciava lo scarpello le intaccature sopra la piastra, ma quando la strisciata passava senza sibilo, non restava pur minima ombra di tali virgolette. Replicando poi altre volte lo scherzo, strisciando ora con maggiore, ed ora con minore velocità, il sibilo riusciva di tuono or più acuto, ed or più grave, ed osservai i segni fatti nel suono più acuto esser più spessi, e quelli del più grave più radi, e talora ancora secondo che la strisciata medesima era fatta verso il fine con maggiore velocità, che nel principio, si sentiva il suono andarsi inacutendo, e le virgolette si vedeva essere andate inspessendosi, ma sempre con estrema lindura, e con assoluta equidistanza segnate; ed oltre a ciò nelle strisciate sibilanti sentiva tremarmi il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore. Ed in somma si vede, e sente fare al ferro quello per appunto, che facciamo noi nel parlar sotto voce, e nell' intonar poi il suono gagliardo, che mandando fuora il fiato senza formare il suono non sentiamo nella gola, e nella bocca farsi movimento alcuno, rispetto però, ed in comparazione del tremor grande, che sentiamo farsi nella laringe, ed in tutte le fauci nel mandar fuora la voce, e massime in tuono grave, e gagliardo. Ho anco tal volta tra le corde del Cimbalo notatone due unisone alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e di più differenti di tuono, de i quali due precisamente distavano per una quinta perfetta, e misurando poi gl' intervalli delle virgolette dell' una, e dell' altra strisciata si vedeva la distanza, che conteneva quarantacinque spazj dell' una, contenere trenta dell' altra; quale veramente è la forma, che si attribuisce alla Diapente. Ma qui prima che passare più avanti, voglio avvertirvi, che delle tre maniere d' inacutire il suono, quella, che voi riferite alla sottigliezza della corda, con più verità dee attribuirsi al peso. Imperocchè l' alterazione presa dalla grossezza risponde, quando le corde sieno della medesima materia, e così una minugia per far l' ottava dee esser più grossa quattro volte dell' altra pur di minugia; ed una di ottone più grossa quattro volte di un' altra di ottone. Ma se io vorrò far l' ottava con una di ottone ed una

di minugia, non si ha da ingrossar quattro volte, ma sibben farla quattro volte più grave, sicchè quanto alla grossezza questa di metallo non sarà altrimente quattro volte più grossa, ma ben quadrupla in gravità, che talvolta sarà più sottile, che la sua rispondente all' ottava più acuta, che sia di minugia. Onde accade, che incordandosi un Cimbalo di corde di oro, ed un altro di ottone, se saranno della medesima lunghezza, grossezza, e tensione, per esser l' oro quasi il doppio più grave, riuscirà l' accordatura circa una quinta più grave. E qui notisi, come alla velocità del moto più resiste la gravità del mobile, che la grossezza, contro a quello, che a prima fronte altri giudicherebbe; che ben pa- 543 re, che ragionevolmente più dovesse esser ritardata la velocità dalla resistenza del mezzo all' esser aperto in un mobile grosso, e leggero, che in uno grave, e sottile; tuttavia in questo caso accade tutto l' opposito. Ma seguitando il primo proposito, dico, che non è la ragion prossima, ed immediata delle forme degl' intervalli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, ma sibben la proporzione de i numeri delle vibrazioni, e percosse dell' onde dell' aria, che vanno a ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare. Fermato questo punto potremo per avventura assegnare assai congrua ragione, onde avvenga che di essi suoni differenti di tuono alcune coppie sieno con gran diletto ricevute dal nostro sensorio, altre con minore, ed altre ci feriscano con grandissima molestia, che è il cercar la ragione delle consonanze più, o men perfette, e delle dissonanze. La molestia di queste nascerà, credo io, dalle discordi pulsazioni di due diversi tuoni, che sproporzionatamente colpeggiano sopra il nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze, quando i tempi delle vibrazioni fussero innumerabili, per una delle quali sarà quella, quando di due corde unisone se ne suoni una con tal parte dell' altra, quale è il lato del quadrato del suo diametro: dissonanza simile al tritono, o semidiapente. Consonanti, e con diletto ricevute saranno quelle coppie di suoni, che verranno a percuotere con qualche ordine sopra il timpano; il quale ordine ricerca prima, che le percosse fatte dentro all' istesso tempo sieno commensurabili di numero, acciocchè la cartilagine del timpano non abbia a stare in un perpetuo tormento d' inflettersi in due diverse maniere per acconsentire, e ubbidire alle sempre discordi battiture. Sarà dunque la prima, e più grata consonanza l' ottava, essendo che per ogni percossa, che dia la corda grave su il timpano, l' acuta ne dà due; talchè amendue vanno a ferire unitamente in una sì, e nell' altra no delle vibrazioni della corda acuta; sicchè di tutto il numero delle percosse la metà si accordano a battere unitamente, ma i colpi delle corde unisone giungon sempre tutti insieme, e però son come di una corda sola, nè fanno consonanza. La quinta diletta ancora, attesochè per ogni due pulsazioni della corda grave l' acuta ne dà tre, dal che ne seguita, che numerando le vibrazioni della corda acuta, la terza parte di tutte si accordano a battere insieme; cioè due solitarie s' interpongono tra ogni coppia delle concordi; e nella Diatessaron se n' interpongon tre. Nella seconda, cioè nel tuono sesquiottavo per ogni nove pulsazioni una sola arriva concordemente a percuotere coll' altra della corda più grave, tutte l' altre sono discordi, e con molestia ricevute su il timpano, e giudicate dissonanti dall' udito.

Simp. Vorrei con maggior chiarezza spiegato questo discorso.

Salv. Sia questa linea A B lo spazio, e la dilatazione di una vibrazione della corda grave: e la linea C D quella della corda acuta, la quale coll' altra renda l' ottava, e dividasi la A B in mezzo in E. E' manifesto, che cominciando a muoversi le corde ne i termini A, C, quando la vibrazione acuta sarà pervenuta al termine D, l' altra si sarà distesa solamente fino al mezzo E, il quale non sendo termine del moto, non percuote: ma bensì fa colpo in D.

Ri-

Ritornando poi la vibrazione dal D in C, l'altra passa da E in B, onde le due percosse di B, e di C battono unitamente su il timpano: e tornando a reiterarsi le simili seguenti vibrazioni, si concluderà alternatamente in una sì, e nell' altra no delle vibrazioni C D accadere l' unione delle percosse con quelle di A B: ma le pulsazioni de i termini hanno sempre per compagne una delle C, D, e sempre la medesima; il che è manifesto, perchè posto, che A, C battano insieme, nel passar A in B, C va in D, e torna in C, sicchè i colpi A, C si fanno insieme. Ma sieno ora le due vibrazioni A B, C D quelle, che producono la Diapente, i tempi delle quali sono in proporzion sesquialtera, e dividasi la A B della corda grave in tre parti eguali in E, O. E intendasi le vibrazioni cominciare nell' istesso momento da i termini A, C; è manifesto, che nella percossa, che si farà nel termine D, la vibrazione di A B sarà giunta solamente in O, il timpano dunque riceve la percossa D sola: nel ritorno poi da D in C, l' altra vibrazione passa da O in B, e ritorna in O, facendo la pulsazione in B, che pure è sola, e dicontrattempo (accidente da considerarsi) perchè avendo noi posto le prime pulsazioni fatte nell' istesso momento ne i termini A, C, la seconda, che fu sola del termine D si fece dopo, quanto importa il tempo del transito C D, cioè A O, ma la seguente, che si fa in B dista dall' altra solo, quanto è il tempo di O B, che è la metà; continuando poi il ritorno da O in A, mentre da C si va in D, si viene a far le due pulsazioni unitamente in A, e D. Seguono poi altri periodi simili a questi, cioè coll' interposizione di due pulsazioni della corda acuta scompagnate, e solitarie, e una della corda grave pur solitaria, e interposta tra le due solitarie dell' acuta. Sicchè se noi figureremo il tempo diviso in momenti, cioè in minime particole eguali; posto che ne i due primi, dalle concordi pulsazioni fatte in A, C si passi in O, D, e in D si batta: che nel terzo, e quarto momento ritorni da D in C battendo in C, e che da O si passi per B, e si torni in O battendosi in B, e che finalmente nel quinto, e sesto momento da O, e C, si passi in A, e D battendo in amendue, avremo sopra il timpano le pulsazioni distribuite con tale ordine, che poste le pulsazioni delle due corde nel medesimo instante, due momenti dopo riceverà una percossa solitaria, nel terzo momento un' altra pur solitaria, nel quarto un' altra sola, e due momenti dopo, cioè nel sesto due congiunte insieme: e qui finisce il periodo, e per dir così, l' anomalia, il qual periodo si va poi più volte replicando.

544

Sagr. Io non posso più tacere, è forza, che io esclami il gusto, che sento nel vedermi tanto adequatamente rendute ragioni di effetti, che tanto tempo mi hanno tenuto in tenebre, e cecità. Ora intendo, perchè l' unisono non differisce punto da una voce sola: intendo perchè l' ottava è la principal consonanza, ma tanto simile all' unisono, che come unisono si perde, e si accompagna colle altre: simile è all' unisono, perchè dove le pulsazioni delle corde unisone vanno a ferire tutte insieme sempre, queste della corda grave dell' ottava vanno tutte accompagnate da quelle dell' acuta, e di queste una s' interpone solitaria, ed in distanze eguali, ed in certo modo senza fare scherzo alcuno, onde tale consonanza ne diviene sdolcinata troppo, e senza brio. Ma la quinta con quei suoi contrattempi, e coll' interpor tra le coppie delle due pulsazioni congiunte, due solitarie della corda acuta, ed una pur solitaria della grave, e queste tre con tanto intervallo di tempo, quanto è la metà di quello, che è tra ciascuna coppia, e le solitarie dell' acuta, fa una titillazione, ed un solletico tale sopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con uno spruz-

zo di acrimonia par che insieme soavemente baci, e morda.

545 *Salv.* E' forza, poichè vedo, che V. S. gusta tanto di queste novellizie, che io gli mostri il modo, col quale l'occhio ancora, non pur l'udito possa ricrearsi nel vedere i medesimi scherzi, che sente l'udito. Sospendete palle di piombo, o altri simili gravi da tre fili di lunghezze diverse, ma tali, che nel tempo, che il più lungo fa due vibrazioni il più corto ne faccia quattro, e il mezzano tre, il che accaderà quando il più lungo contenga sedici palmi, o altre misure, delle quali il mezzano ne contenga nove, ed il minore quattro; e rimossi tutti insieme dal perpendicolo, e poi lasciatigli andare si vedrà un intrecciamento vago di essi fili con incontri vari, ma tali, che ad ogni quarta vibrazione del più lungo tutti tre arriveranno al medesimo termine unitamente, e da quello poi si partiranno reiterando di nuovo l'istesso periodo: la qual mistione di vibrazioni è quella, che fatta dalle corde rende all'udito l'ottava colla quinta in mezzo. E se con simile disposizione si andranno temperando le lunghezze di altri fili, sicchè le vibrazioni loro rispondano a quelle di altri intervalli musici, ma consonanti, si vedranno altri, ed altri intrecciamenti, e sempre tali, che in determinati tempi, e dopo determinati numeri di vibrazioni tutti i fili (sieno tre, o sieno quattro) si accordano a giugner nell'istesso momento al termine di loro vibrazioni, e di lì a cominciare un altro simil periodo. Ma quando le vibrazioni di due, o più fili sieno, o incommensurabili, sicchè mai non ritornino a terminar concordemente determinati numeri di vibrazioni, o se pur non essendo incommensurabili, vi ritornano dopo lungo tempo, e dopo gran numero di vibrazioni, allora la vista si confonde nell'ordine disordinato di sregolata intrecciatura, e l'udito con noja riceve gli appulsi intemperati de' tremori dell'aria, che senza ordine, o regola vanno a ferire sul timpano.

Ma dove, Signori miei, ci siamo lasciati trasportare per tante ore da i vari Problemi, ed inopinati discorsi? Siamo giunti a sera, e della proposta materia abbiamo trattato pochissimo, o niente, anzi ce ne siamo in modo disviati, che appena mi sovviene della prima introduzione, e di quel poco ingresso, che facemmo come ipotesi, e principio delle future dimostrazioni.

Sagr. Sarà dunque bene, che ponghiamo per oggi fine a i nostri ragionamenti, dando comodo alla mente di andarsi nel riposo della notte tranquillando, per tornar poi domani (quando piaccia a V. S. di favorirci) a i discorsi desiderati, e principalmente intesi.

Salv. Non mancherò d'esser qua all'istessa ora di oggi a servirle, e goderle.

Finisce la prima Giornata.

GIOR-

GIORNATA SECONDA.

Sagr.

Tavamo il Sig. Simplicio, ed io aſpettando la venuta di V. S. e nel medeſimo tempo ci andavamo riducendo a memoria l'ultima conſiderazione, che quaſi come principio, e ſuppoſizione delle concluſioni, che V. S. intendeva di dimoſtrarci, fu circa quella reſiſtenza, che hanno tutti i corpi ſolidi all'eſſer rotti, dipendente da quel glutine, che tiene le parti attaccate e congiunte, ſicchè non ſenza una potente attrazione cedono, e ſi ſeparano. Si andò poi cercando, qual poteſſe eſſer la cauſa di tal coerenza, che in alcuni ſolidi è gagliardiſſima, proponendoſi principalmente quella del vacuo, che fu poi cagione di tante digreſſioni, che ci tennero tutta la giornata occupati, e lontani dalla materia primieramente inteſa, che era la contemplazione delle reſiſtenze de i ſolidi all'eſſere ſpezzati. 546

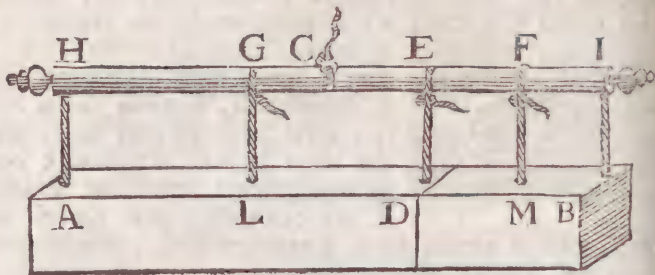
Salv. Ben mi ſovviene del tutto, e ritornando ſul filo incominciato: Poſta qualunque ella ſia la reſiſtenza de i corpi ſolidi all'eſſere ſpezzati per una violenta attrazione, baſta che indubitabilmente ella in loro ſi trova, la quale, benchè grandiſſima contro alla forza di chi per diritto gli tira, minore per lo più ſi oſſerva nel violentargli per traverſo, e così vediamo una verga, per eſempio, d'acciajo, o di vetro, reggere per lo lungo il peſo di mille libbre, che fitta a ſquadra in un muro ſi ſpezzerà coll'attaccargliene cinquanta ſolamente. E di queſta ſeconda reſiſtenza dobbiamo noi parlare, ricercando ſecondo quali proporzioni ella ſi ritrovi ne i priſmi, e cilindri ſimili, o diſſimili in figura, lunghezza, e groſſezza, eſſendo però dell'iſteſſa materia. Nella quale ſpecolazione io piglio come principio noto quello, che nelle meccaniche ſi dimoſtra tra le paſſioni del Vette, che noi chiamiamo Leva, cioè, che nell'uſo della Leva la forza alla reſiſtenza ha la proporzion contraria di quella, che hanno le diſtanze tra 'l ſoſtegno, e le medeſime forza, e reſiſtenza.

Simp. Queſto fu dimoſtrato da Ariſtotile nelle ſue meccaniche prima che da ogni altro.

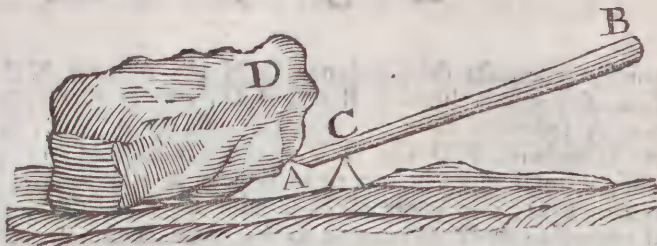
Salv. Voglio, che gli concediamo il primato nel tempo, ma nella fermezza della dimoſtrazione parmi, che ſe gli debba per grand'intervallo anteporre Archimede, da una ſola propoſizione del quale, dimoſtrata da eſſo negli Equiponderanti, dipendono le ragioni non ſolamente della Leva, ma della maggior parte degli altri ſtrumenti meccanici.

Sagr. Ma giacchè queſto principio è il fondamento di quello, che voi avete intenzione di volerci dimoſtrare, non ſarebbe ſe non molto a propoſito l'arrecarci anco la prova di tal ſuppoſizione, quando non ſia materia molto proliſſa, dandoci una intera, e compita inſtruzione.

Salv. Come queſto ſi abbia a fare, ſarà pur meglio, che io per altro ingreſſo alquanto diverſo da quello d'Archimede v'introduca nel campo di tutte le future ſpecolazioni, e che non ſupponendo altro, ſe non che peſi eguali poſti in bilancia di braccia eguali, facciano l'equilibrio, (principio ſuppoſto parimente dal medeſimo Archimede) io venga poi a dimoſtrarvi, come non ſolamente altrettanto ſia vero, che peſi diſeguali facciano l'equilibrio in ſtadera di braccia diſeguali ſecondo la proporzione di eſſi peſi permutatamente ſoſpeſi, ma che l'iſteſſa coſa fa colui, che colloca peſi eguali in diſtanze eguali, che quello che colloca peſi diſeguali in diſtanze, che abbiano permutatamente la medeſima proporzione, che i peſi. Or per chiara dimoſtrazione di quanto dico, ſegno un priſma, o cilindro ſolido A B, ſoſpeſo dall'eſtremità alla linea H I, e ſoſtenu- 547

ſtenuto da due fili H A, I B. E' manifeſto, che ſe io ſoſpenderò il tutto dal filo C poſto nel mezzo della bilancia H I, il priſma A B reſterà equilibrato, eſſendo la metà del ſuo peſo da una banda, e l'altra dall' altra del punto della ſoſpenſione C pel principio da noi ſuppoſto. Intendaſi ora il priſma eſſer diviſo in parti diſeguali dal piano per la linea D, e ſia la parte D A maggiore, e la D B minore, ed

acciocchè fatta tal diviſione le parti del priſma reſtino nel medeſimo ſito, e coſtituzione riſpetto alla linea H I ſoccorriamo con un filo E D, il quale fermato nel punto E ſoſtenga le parti del priſma A D, D B; non è da dubitarſi, che non ſi eſſendo fatta veruna local mutazione nel priſma riſpetto alla bilancia H I, ella reſterà nel medeſimo ſtato dell' equilibrio. Ma nella medeſima coſtituzione reſterà ancora, ſe la parte del priſma, che ora è ſoſpeſa dalle due eſtremità colli fili A H, D E, ſi appenda ad un ſol filo G L poſto nel mezzo, e parimente l' altra parte D B non muterà ſtato ſoſpeſa dal mezzo, e ſoſtenuta dal filo F M. Sciolti dunque i fili H A, E D, I B, e laſciati ſolo li due G L, F M, reſterà l' iſteſſo equilibrio, fatta pur ſempre la ſoſpenſione dal punto C. Or qui voltiamoci a conſiderare, come noi abbiamo due gravi A D, D B, pendenti dai termini G, F di una libra G F, nella quale ſi fa l'equilibrio dal punto C, in modo che la diſtanza della ſoſpenſione del grave A D dal punto C è la linea C G, e l' altra parte C F è la diſtanza, dalla qual pende l' altro grave D B. Reſta dunque ſolo da dimoſtrarſi, tali diſtanze aver la medeſima proporzione tra di loro, che hanno gli ſteſſi peſi, ma permutatamente preſi, cioè che la diſtanza G C alla C F ſia come il priſma D B al priſma D A, il che proveremo così. Eſſendo la linea G E la metà della E H, e la E F metà della E I, ſarà tutta la G F metà di tutta la H I, e però eguale alla C I, e trattane la parte comune C F, ſarà la rimanente G C eguale alla rimanente F I, cioè alla F E, e preſa comunemente la C E saranno le due G E, C F eguali, e però come G E ad E F, così F C a C G, ma come G E ad E F, così la doppia alla doppia, cioè H E ad E I, cioè il priſma A D al priſma D B. Adunque per l' egual proporzione, e convertendo, come la diſtanza G C alla diſtanza C F, così il peſo B D al peſo D A, che è quello, che io voleva provarvi. Inteſo ſin qui non credo, che voi porrete difficoltà in ammettere, che i due priſmi A D, D B facciano l' equilibrio dal punto C, perchè la metà di tutto il ſolido A B è alla deſtra della ſoſpenſione C, e l' altra metà dalla ſiniſtra, e che così ſi vengono a rappreſentar due peſi eguali diſpoſti, e diſteſi in due diſtanze eguali. Che poi li due priſmi A D, D B ridotti in due dadi, o in due palle, o in due qual' altre ſi ſiano figure; (purchè ſi conſervino le ſoſpenſioni medeſime G, F) ſeguitino di far l' equilibrio dal punto C, non credo, che ſia alcuno, che ne poſſa dubitare, perchè troppo manifeſta coſa è, che le figure non mutano peſo, dove ſi ritenga la medeſima quantità di materia. Dal che poſſiamo raccor la general concluſione, che due peſi qualunque ſi ſiano fanno l' equilibrio da diſtanze permutatamente riſpondenti alle lor gravità. Stabilito dunque tal principio avanti che

548

che paſſiamo più oltre, debbono mettere in conſiderazione, come queſte forze, reſiſtenze, momenti, figure, ſi poſſon conſiderare in aſtratto, e ſeparate dalla materia, ed anco in concreto, e congiunte colla materia; ed in queſto modo quelli accidenti, che converranno alle figure conſiderate come immateriali, riceveranno alcune modificazioni, mentre li aggiugneremo la materia, ed in conſeguenza la gravità. Come per eſempio, ſe noi intenderemo una leva, qual ſarebbe queſta B A, la quale poſando ſu 'l ſoſtegno C ſia applicata per ſollevare il grave ſaſſo D, è manifeſto pel dimoſtrato principio, che la forza poſta nell' eſtremità B baſterà per adequare la reſiſtenza del grave D, ſe il ſuo momento al momento di eſſo D abbia la medeſima proporzione, che ha la diſtanza A C alla diſtanza C B,

e queſto è vero non mettendo in conſiderazione altri momenti, che quelli della ſemplice forza in B, e della reſiſtenza in D, quaſi che l'iſteſſa Leva fuſſe immateriale, e ſenza gravità. Ma ſe noi metteremo in conto la gravità ancora dello ſtrumento ſteſſo della Leva, la quale ſarà talor di legno, e talvolta anco di ferro, è manifeſto, che alla forza in B aggiunto il peſo della Leva altererà la proporzione, la quale converrà pronunziare ſotto altri termini. E però prima che paſſar più oltre è neceſſario, che noi convenghiamo in por diſtinzione tra queſte due maniere di conſiderare; chiamando un prendere aſſolutamente quello, quando intenderemo lo ſtrumento preſo in aſtratto, cioè ſeparato dalla gravità della propria materia: ma congiugnendo colle figure ſemplici ed aſſolute la materia colla gravità ancora, nomineremo le figure congiunte colla materia momento, o forza compoſta.

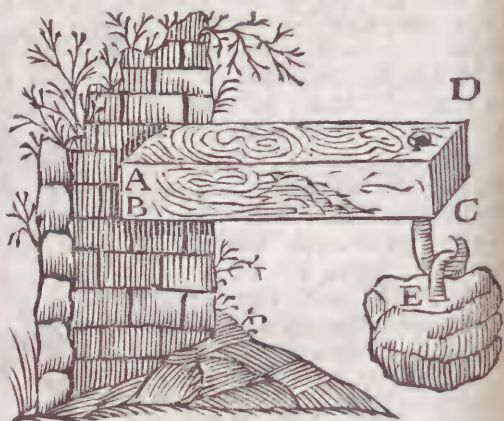
Sagr. E' forza, ch' io rompa il propoſito, che aveva di non dar occaſione di digredire, ma non potrei con attenzione applicarmi al rimanente, ſe non mi fuſſe rimoſſo certo ſcrupolo, che mi naſce; ed è queſto, che mi pare, che V. S. faccia comparazione della forza poſta in B colla total gravità del ſaſſo D, della qual gravità mi pare, che una parte, e forſe forſe la maggiore ſi appoggi ſopra il piano dell'Orizzonte; ſicchè..... 549

Salv. Ho inteſo beniſſimo. V. S. non ſoggiunga altro; ma ſolamente avverta, che io non ho nominata la gravità totale del ſaſſo, ma ho parlato del momento, che egli tiene, ed eſercita ſopra il punto A eſtremo termine della Leva B A, il quale è ſempre minore dell' intero peſo del ſaſſo; ed è variabile ſecondo la figura della pietra, e ſecondo che ella vien più, o meno ſollevata.

Sagr. Reſto appagato, ma mi naſce un altro deſiderio, che è, che per intera cognizione mi fuſſe dimoſtrato il modo, ſe vi è, di potere inveſtigare qual parte ſia del peſo totale quella, che vien ſoſtenuta dal ſoggetto piano, e quale quella, che grava ſul Vette nell' eſtremità A.

Salv. Perchè poſſo con poche parole dargli ſoddisfazione, non voglio laſciar di ſervirla; però facendone un poco di figura, intenda V. S. il peſo, il cui centro di gravità ſia A appoggiato ſopra l' Orizzonte col termine B, e nell' altro ſia ſoſtenuto col Vette C G, ſopra 'l ſoſtegno N da una potenza poſta in G, e dal centro A, e dal termine C caſchino perpendicolari all' Orizzonte A O, C F. Dico il momento di tutto il peſo al momento della potenza in G aver la pro-

porzion composta della distanza G N alla distanza N C, e della F B alla B O. Facciasi come la linea F B alla B O, così la N C alla X, ed essendo tutto il peso A sostenuto dalle due potenze poste in B, e C, la potenza B alla C è come la distanza F O alla O B, e componendo le due potenze B, C insieme, cioè, il total momento di tutto il peso A alla potenza in C è come la linea F B alla B O, cioè come la N C alla X; ma il momento della potenza in C al momento della potenza in G è, come la distanza G N alla N G; adunque per la perturbata il total peso A al momento della potenza in G, è come la G N alla X; ma la proporzione di G N alla X è composta della proporzione G N ad N C, e di quella di N C ad X, cioè di F B a B O, adunque il peso A alla potenza che lo sostiene in G, ha la proporzione composta delle G N ad N C, e di quella di F B a B O, ch' è quello, che si doveva dimostrare. Or ritornando al nostro primo poposito, intese tutte le cose sin qui dichiarate, non sarà difficile l' intender la ragione, onde avvenga, che un prisma, o cilindro solido di vetro, acciajo, legno, o altra materia frangibile, che sospeso per lo lungo sosterrà gravissimo peso, che gli sia attaccato, ma in traverso (come poco fa dicevamo) da minor peso assai potrà tal volta essere spezzato, secondo che la sua lunghezza eccederà la sua grossezza. Imperocchè figuriamoci il prisma solido A B C D fitto in un muro dalla parte A B, e nell' altra estremità s' intenda la forza del peso E, (intendendo sempre il muro esser eretto all' Orizzonte, ed il prisma, o cilindro fitto nel muro ad angoli retti) è manifesto, che dovendosi spezzare si romperà nel luogo B, dove il taglio del muro serve per sostegno, e la B C per la parte della Leva, dove si pone la forza; e la grossezza del solido B A è l' altra parte della Leva, nella quale è posta la resistenza, che consiste nello staccamento, che s' ha da fare della parte del solido B D, che è fuor del muro, da quella che è dentro: E per le cose dichiarate il momento della forza posta in C al momento della resistenza, che sta nella grossezza del prisma, cioè nell' attaccamento della base B A colla sua contigua, ha la medesima proporzione, che la lunghezza C B alla metà della B A, e però l' assoluta resistenza all' esser rotto, che è nel prisma B D (la quale assoluta resistenza è quella, che si fa col tirarlo per diritto, perchè allora tanto è il

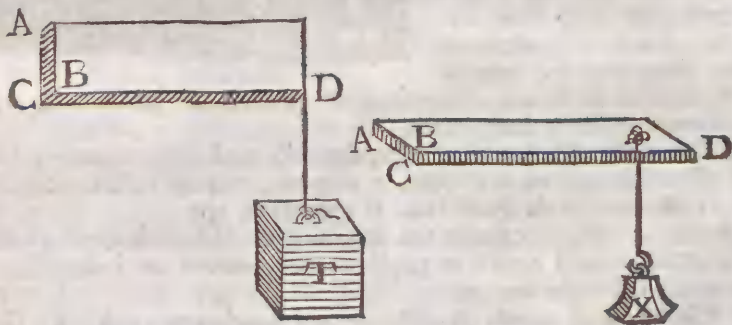
550

moto

moto del movente, quanto quello del moſſo) alla reſiſtenza reſpettiva, che ha all' eſſer rotto con l'ajuto della Leva B C, ha la medeſima proporzione, che la lunghezza B C alla metà di A B nel priſma, che nel cilindro è il ſemidiametro della ſua baſe. E queſta ſia la noſtra prima propoſizione. E notate che queſto, che dico ſi debbe intendere rimoſſa la conſiderazione del peſo proprio del ſolido B D, il qual ſolido ho preſo, come nulla peſante. Ma quando vorremo mettere in conto la ſua gravità congiugnendola col peſo E, dobbiamo al peſo E aggiugnere la metà del peſo del ſolido B C, ſicchè eſſendo v. g. il peſo di B D due libbre, e 'l peſo di E libbre dieci, ſi dee pigliare il peſo E come ſe fuſſe undici. 551

Simpl. E perchè non come ſe fuſſe dodici?

Salv. Il peſo E, Sig. Simp. mio, pendente dal termine C, preme in riſpetto alla Leva B C, con tutto il ſuo momento di libbre dieci, dove ſe fuſſe appeſo il ſolo B D, graviterebbe con tutto il momento di due libbre, ma come vedete, tal ſolido è diſtribuito per tutta la lunghezza B C uniformemente, onde le parti ſue vicine all' eſtremità B gravitano manco delle più remote; ſicchè in ſomma riſtorando quelle con queſte, il peſo di tutto il priſma ſi riduce a lavorare ſotto il centro della ſua gravità, che riſponde al mezzo della Leva B C; ma un peſo pendente dalla eſtremità C ha momento doppio di quello, che avrebbe pendendo dal mezzo; e però la metà del peſo del priſma ſi dee aggiugnere al peſo E, mentre ci ſerviamo del momento d' amendue, come locati nel termine C.

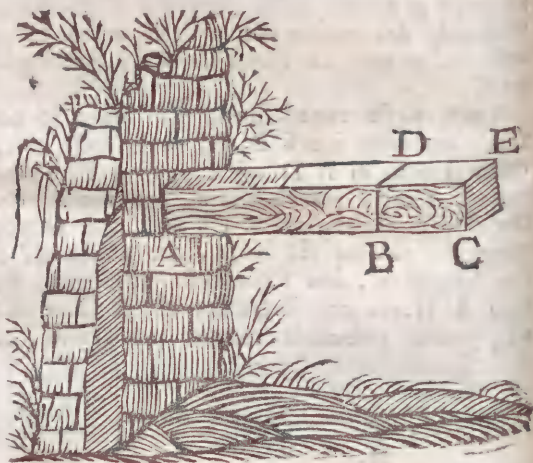
Simp. Reſto capaciſſimo, e di più s' io non m' inganno, parmi che la potenza di amendue i peſi B D, ed E poſti così, avrebbe l' iſteſſo momento, che ſe tutto il peſo di B D col doppio di E, fuſſe appeſo nel mezzo della Leva B C.

Salv. Così è preciſamente, e ſi dee tenere a memoria. Qui poſſiamo immediatamente intender, come, e con che proporzione reſiſta più una verga, o vogliam dir priſma più largo, che groſſo all' eſſer rotto, fattogli forza ſecondo la ſua larghezza, che ſecondo la groſſezza. Per intelligenza di che intendaſi una riga A D, la cui larghezza ſia A C, e la groſſezza aſſai minore C B; ſi cerca, perchè volendola romper per taglio, come nella prima figura reſiſterà al

gran peſo T, ma poſta per piatto, come nella ſeconda figura, non reſiſterà all' X minore del T; il che ſi fa manifeſto, mentre intendiamo il ſoſtegno eſſere una volta ſotto la linea B C, ed un'altra ſotto la C A, e le diſtanze delle forze eſſer nell' un caſo, e nell' altro eguali, cioè la lunghezza B D. Ma nel primo caſo la diſtanza della reſiſtenza dal ſoſtegno, che è la metà della linea C A,

è maggiore della distanza nell' altro caso, la quale è la metà della B C: però la forza del peso T, conviene, che sia maggiore della X, quanto la metà della larghezza C A è maggiore della metà della grossezza B C, servendoci quella per contralleva della C A, e questa della C B per superare la medesima resistenza, che è la quantità delle fibre di tutta la base A B. Concludesi per tanto la medesima riga, o prisma più largo, che grosso resister più all' esser rotto per taglio, che per piatto, secondo la proporzione della larghezza alla grossezza.

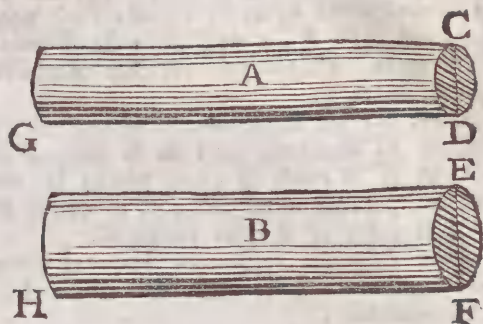
552

Conviene ora, che cominciamo a investigare, secondo qual proporzione vadi crescendo il momento della propria gravità in relazione alla propria resistenza all' essere spezzato in un prisma, o cilindro, mentre stando parallelo all' Orizzonte si va allungando; il qual momento trovo andar crescendo in duplicata proporzione di quella dell' allungamento. Per la cui dimostrazione intendasi il prisma, o cilindro A D fitto saldamente nel muro dall' estremità A, e sia equidistante all' Orizzonte; ed il medesimo intendasi allungato fino in E aggiugnendovi la parte B E. E' manifesto, che l' allungamento della Leva A B fino in C cresce per se solo, cioè assolutamente preso, il momento della forza premente contro alla resistenza dello staccamento, e rottura da farsi in A secondo la proporzione di C A a B A, ma oltre a questo il peso aggiunto del solido B E al peso del solido A B, cresce il momento della gravità premente secondo la proporzione del prisma A E al prisma A B, la qual proporzione è la medesima della lunghezza A C alla A B, adunque è manifesto, che congiunti i due accrescimenti delle lunghezze, e delle gravità, il momento composto di amendue è in doppia proporzione di qualunque di esse. Concludasi per tanto, i momenti delle forze de i prismi, e cilindri egualmente grossi, ma disegualmente lunghi esser tra di loro in duplicata proporzione di quella delle lor lunghezze, cioè esser come i quadrati delle lunghezze.

553

Mostreremo adesso nel secondo luogo, secondo qual proporzione cresca la resistenza all' essere spezzati ne i prismi, e cilindri, mentre restino della medesima lunghezza, e si accresca la grossezza. E qui dico, che

Ne i prismi, e cilindri egualmente lunghi, ma disegualmente grossi la resistenza all' esser rotti cresce in triplicata proporzione de i diametri delle lor grossezze, cioè delle lor basi.

I due cilindri sieno questi A, B, le cui lunghezze eguali D G, F H, le basi diseguali i cerchi, i cui diametri C D, E F. Dico, la resistenza del cilindro B alla resistenza del cilindro A ad esser rotti, aver triplicata proporzione di quella, che ha il diametro F E al diametro D C. Imperocchè se consideriamo l' assoluta, e semplice resistenza, che risiede nelle basi, cioè ne i cerchi E F, D C, all' essere strappati facendogli forza col tirargli per diritto, non è dubbio, che la resistenza del cilindro B è tanto maggiore, che quella del cilindro A, quanto il cerchio E F è maggiore del

del C D, perchè tante più sono le fibre, i filamenti, o le parti tenaci, che tengono unite le parti de i solidi. Ma se consideriamo, che nel far forza per traverso ci serviamo di due Leve, delle quali le parti, o distanze, dove si applicano le forze, sono le linee D G, F H, i sostegni sono ne' punti D, F, ma le altre parti, o distanze, dove son poste le resistenze, sono i semidiametri dei cerchi D C, E F, perchè i filamenti sparsi per tutte le superficie de i cerchi, è, come se tutti si riducessero ne i centri: considerando, dico, tali Leve, intenderemo la resistenza nel centro della base E F contro alla forza di H, esser tanto maggiore della resistenza della base C D contro alla forza posta in G, (e sono le forze in G, ed H, di Leve eguali D G, F H,) quanto il semidiametro F E è maggiore del semidiametro D C; cresce dunque la resistenza all' esser rotta nel cilindro B sopra la resistenza del cilindro A, secondo amendue le proporzioni de i cerchi E F, D C, e dei lor semidiametri, o vogliam dir diametri: ma la proporzione de i cerchi è doppia di quella de i diametri: adunque la proporzione delle resistenze, che di quelle si compone, è triplicata della proporzione de i medesimi diametri, che è quello, che doveva provare. Ma perchè anco i cubi sono in tripla proporzione de i loro lati, possiamo similmente concludere, le resistenze de i cilindri egualmente lunghi esser tra di loro come i cubi de i lor diametri.

Da questo, che si è dimostrato, possiamo concludere ancora, le resistenze de i prismi, e cilindri egualmente lunghi aver sesquialtera proporzione di quella degli stessi cilindri. Il che è manifesto, perchè i prismi, e cilindri egualmente alti hanno fra di loro la medesima proporzione, che le lor basi, cioè, doppia de i lati, o diametri di esse basi: ma le resistenze (come si è dimostrato) hanno triplicata proporzione de i medesimi lati, o diametri: adunque la proporzione delle resistenze è sesquialtera della proporzione degli stessi solidi, ed in conseguenza de i pesi de i medesimi solidi. 554

Simp. Egli è forza, che avanti che si proceda più oltre, io resti sincerato di certa mia difficultà, e questa è, che sin qui non ho sentito mettere in considerazione certa altra sorta di resistenza, la quale mi par, che venga diminuita ne i solidi, secondo che si vanno più e più allungando, e non solo nell' uso trasversale, ma ancora per lo lungo, in quel modo appunto, che vediamo una corda lunghissima esser molto meno atta a reggere un gran peso, che se fusse corta: onde io credo, che una verga di legno, o di ferro più peso assai potrà reggere, se sarà corta, che se sarà molto lunga; intendendo sempre usata per lo lungo, e non in traverso; ed anco messo in conto il suo proprio peso, che nella più lunga è maggiore.

Salv. Dubito, Sig. Simpl. che in questo punto voi con molti altri v' inganniate, se però ho ben compreso il vostro concetto, sicchè voi vogliate dire, che una corda lunga, v. gr. quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fusse un braccio, o due della medesima corda.

Simpl. Cotesto ho voluto dire, e sin qui mi par proposizione assai probabile.

Salv. Ma io l' ho per falsa, non che per impossibile; e credo di potervi assai agevolmente cavar di errore. Però ponghiamo questa corda A B fermata di sopra dal capo A, e dall' altro sia il peso C, dalla cui forza debba essa corda essere rotta. Assegnatemi voi Sig. Simplicio il luogo particolare dove debba seguir la rottura.

Simp. Sia nel luogo D.

Salv. Vi domando qual sia la cagione dello strapparsi in D.

Simp. E' la causa di ciò, perchè la corda in quella parte non era potente a reggere, v. g. cento libbre di peso, quanto è la parte D B colla pietra C.

Salv. Adunque tuttavolta che tal corda nella parte D venisse violentata dalle medesime cento libbre di peso, ella lì si strapperebbe.

Simp. Così credo.

Salv. Ma ditemi ora, chi attaccasse il medesimo peso non al fine della corda B, ma vicino al punto D, come sarebbe in E, ovvero legasse la corda non nella altezza A, ma più vicino, e sopra al punto medesimo D come sarebbe in F, ditemi, dico, se il punto D sentirebbe il medesimo peso delle centro libbre.

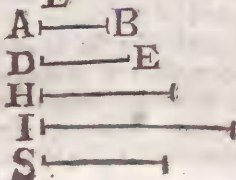
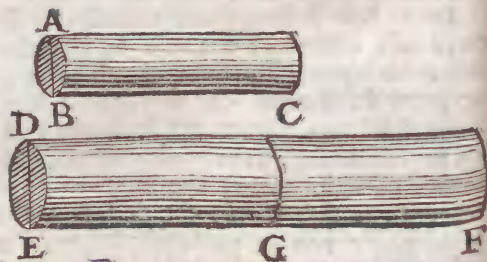
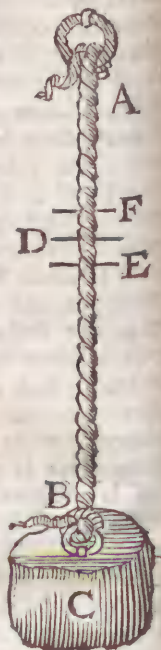
Simp. Sentirebbelo, accompagnando però il pezzo di corda E B colla pietra C.

Salv. Se dunque la corda nel punto D vien tirata dalle medesime cento libbre di peso, si romperà per la vostra concessione; e pure la F E è un piccol pezzo della lunga A B, come dunque volete più dire, che la corda lunga sia più debole della corta? Contentatevi dunque di esser cavato di un errore, nel quale avete avuto molti compagni, ed anco per altro molto intelligenti. E seguitiamo innanzi: ed avendo dimostrato i prismi, e cilindri crescere il lor momento sopra le proprie resistenze secondo i quadrati delle lunghezze loro (mantenendo però sempre la medesima grossezza) e parimente gli egualmente lunghi, ma differenti in grossezza crescer le lor resistenze secondo la proporzione dei cubi dei lati, o diametri delle lor basi, passiamo a investigare quello, che accaggia a tali solidi differenti in lunghezza, e grossezza, nei quali io osservo, che

555

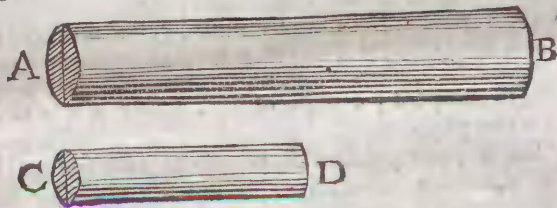
I prismi e cilindri di diversa lunghezza, e grossezza hanno le lor resistenze all' esser rotti di proporzione composta della proporzione dei cubi de' diametri delle lor basi, e della proporzione delle lor lunghezze permutatamente prese.

Siano tali due cilindri questi A B C, D E F. Dico, la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D F, aver la proporzione composta della proporzione del cubo del diametro A B al cubo del diametro D E, e della proporzione della lunghezza E F alla lunghez-

za

za B C. Pongasi la E G eguale alla B C, e delle linee A B, D E sia terza proporzionale la H, e quarta la I, e come la E F alla B C, così sia la I alla S. E perchè la resistenza del cilindto A C alla resistenza del cilindro D G è, come il cubo A B al cubo D E, cioè come la linea A B alla linea I, e la resistenza del cilindro G D alla resistenza del cilindro D F, come la lunghezza F E alla E G, cioè come la linea I alla S adunque per l'egual proporzione, come la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D F, così la linea A B alla S, ma la linea A B alla S ha la proporzion composta della A B alla I, e della I alla S, adunque la resistenza del cilindro A C alla resistenza del cilindro D F ha la proporzion composta della A B alla I, cioè del cubo di A B al cubo di D E, e della proporzione della linea I alla S, cioè della lunghezza E F alla lunghezza B C, che è quello, che io intendeva di dimostrare.

Dopo la dimostrata Proposizione voglio, che consideriamo quello, che accaggia tra i cilindri, e prismi simili, dei quali dimostreremo, come

De i cilindri, e prismi simili i momenti composti, cioè risultanti dalle lor gravità, e dalle loro lunghezze, che sono come Leve, hanno tra di loro proporzione sesquialtera di quella, che hanno le resistenze delle medesime lor basi.

Per lo che dimostrare segniamo i due cilindri simili A B, C D. Dico, il momento del cilindro A B per superare la resistenza della sua base B, al momento di C D per superare la resistenza della sua D, aver sesquialtera proporzione di quella, che ha la medesima resistenza della base B alla resistenza della base D; e perchè i momenti dei solidi A B, C D per superar le resistenze delle lor basi B, D son composti delle lor gravità, e delle forze delle lor Leve, e la forza della Leva A B è eguale alla forza della Leva C D, e questo perchè la lunghezza A B al semidiametro della base B ha la medesima proporzione (per la similitudine de' cilindri) che la lunghezza C D al semidiametro della base D, resta, che il momento totale del cilindro A B al momento totale di C D sia, come la sola gravità del cilindro A B alla sola gravità del cilindro C D, cioè come l'istesso cilindro A B all'istesso C D: ma questi sono in triplicata proporzione de i diametri delle basi loro B, D, e le resistenze delle medesime basi, essendo tra di loro come l'istesse basi, sono in conseguenza in duplicata proporzione de i medesimi loro diametri; adunque i momenti de i cilindri son in sesquialtera proporzione delle resistenze delle basi loro.

556

Simpl. Questa Proposizione mi è veramente giunta non solamente nuova, ma inaspettata, e nel primo aspetto assai remota dal giudizio, che io ne averei conghietturalmente fatto: imperocchè essendo tali figure in tutto il restante simili, avrei tenuto per fermo, che anco i momenti loro verso le proprie resistenze avessero ritenuta la medesima proporzione.

Sagr. Questa è la dimostrazione di quella proposizione, che nel principio de' nostri ragionamenti dissi parermi di scorger per ombra.

Salv. Quello, che ora accade al Sig. Simp. avvenne per alcun tempo a me, credendo, che le resistenze di solidi simili fusser simili, sin che certa, nè anche molto fissa, o accurata osservazione mi pareva rappresentarmi, ne i solidi simili non mantenersi un tenore eguale nelle loro robustezze, ma i maggiori esser

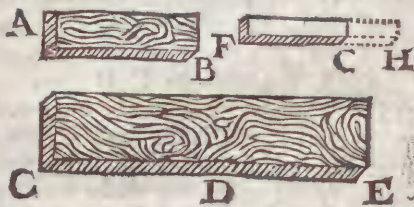
meno

meno atti a patire gli eventi violenti, come rimaner più offesi dalle cadute gli uomini grandi, che i piccoli fanciulli, e come da principio dicevamo, cadendo dalla medesima altezza vedesi andare in pezzi una gran trave, o una colonna, ma non così un piccolo corrente, o un piccolo cilindro di marmo. Questa tal quale osservazione mi destò la mente all' investigazione di quello, che ora son per dimostrarvi: proprietà veramente ammirabile, poichè tra le infinite figure solide simili tra di loro pur due non ve ne sono, i momenti delle quali verso le proprie resistenze ritengano la medesima proporzione.

Simp. Ora mi fate sovvenire non so che posto da Aristotile tra le sue Questioni Meccaniche, mentre vuol render la ragione, onde avvenga che i legni quanto più son lunghi, tanto più son deboli, e più e più si piegano, benchè i più corti sieno più sottili, e i lunghi più grossi, e se io ben mi ricordo, ne riduce la ragione alla semplice Leva.

Salv. E' verissimo; e perchè la soluzione non par, che tolga interamente la ragion del dubitare, Monf. di Guevara, il quale veramente con i suoi dottissimi Comentari ha altamente nobilitata, e illustrata quell' Opera, si estende con altre più acute speculazioni per isciorre tutte le difficoltà, restando però esso ancora perplesso in questo punto, se crescendosi colla medesima proporzione le lunghezze, e le grossezze di tali solide figure, si debba mantenere l' istesso tenore nelle loro robustezze, e resistenze nell' esser rotti, ed anco nel piegarsi. Io dopo un lungo pensarvi ho in questa maniera ritrovato quello, che seguentemente son per apportarvi. E prima dimostrerò, che

De i prismi, o cilindri simili gravi un solo e unico è quello, che si riduce (gravato dal proprio peso) all' ultimo stato tra lo spezzarsi, e il sostenersi intero: sicchè ogni maggiore, come impotente a resistere al proprio peso, si romperà, e ogni minore resiste a qualche forza, che gli venga fatta per romperlo.

557 Sia il prisma grave A B ridotto alla somma lunghezza di sua consistenza, sicchè allungato un minimo di più si rompesse. Dico questo essere unico tra tutti i suoi simili (che pur sono infiniti) atto ad esser ridotto in tale stato ancipite, sicchè ogni maggiore oppresso dal proprio peso si spezzerà, ed ogni minore no, anzi potrà resistere a qualche aggravio di nuova violenza, oltre a quella del proprio peso. Sia il prisma C E simile, e maggiore di A B. Dico questo non poter consistere, ma rompersi superato dalla propria gravità. Pongasi la parte C D lunga quanto A B. E perchè la resistenza di C D a quella di A B è, come il cubo della grossezza di C D al cubo della grossezza di A B, cioè come il prisma C E al prisma A B, (essendo simili) adunque il peso di C E è il sommo, che possa esser sostenuto nella lunghezza del prisma C D; ma la lunghezza C E è maggiore; adunque il prisma C E si romperà. Ma sia F G minore: si dimostrerà similmente (posta F H eguale alla B A) la resistenza di F G a quella di A B esser, come il prisma F G al prisma A B, quando la distanza A B, cioè F H fusse eguale alla F G; ma è maggiore; adunque il momento del prisma F G posto in G non basta per rompere il prisma F G.

Sagr. Chiarissima, e breve dimostrazione concludente la verità, e necessità di una Proposizione, che nel primo aspetto sembra assai remota dal verisimile. Bisognerebbe dunque alterare assai la proporzione tra la lunghezza, e la grossezza del

del prisma maggiore coll' ingrossarlo, o scorciarlo, acciò si riducesse allo stato ancipite tra il reggersi, e lo spezzarsi, e l' investigazione di tale stato penso, che potesse essere altrettanto ingegnosa.

Salv. Anzi più presto d' avvantaggio, come anco più laboriosa, ed io lo so, che vi spesi non piccol tempo per ritrovarla, ed ora voglio participarvela.

Dato dunque un cilindro, o prisma di massima lunghezza da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data una lunghezza maggiore, trovar la grossezza d' un altro cilindro, o prisma, che sotto la data lunghezza sia l' unico, e massimo resistente al proprio peso.

Sia il cilindro B C massimo resistente al proprio peso, e sia la D E lunghezza maggiore della A C, bisogna trovare la grossezza del cilindro, che sotto la lunghezza D E sia il massimo resistente al proprio peso. Sia delle lunghezze D E, A C terza proporzionale I, e come D E ad I, così sia il diametro F D al diametro B A, e facciasi il cilindro F E. Dico, questo essere il massimo, ed unico tra tutti i suoi simili resistente al proprio peso. Delle linee D E, I sia terza proporzionale M, e quarta O. E pongasi F G eguale alla A C. E perchè il diametro F D al diametro A B è, come la linea D E alla I, e delle D E, I la O, è quarta proporzionale, il cubo di F D al cubo di B A sarà, come la D E alla O; ma come il cubo di F D al cubo di B A, così è la resistenza del cilindro D G alla resistenza del cilindro B C; adunque la resistenza del cilindro D G a quella del cilindro B C è, come la linea D E alla O. E perchè il momento del cilindro B C è eguale alla sua resistenza, se si mostrerà il momento del cilindro F E al momento del cilindro B C esser, come la resistenza D F alla resistenza B A, cioè come il cubo di F D al cubo di B A, cioè come la linea D E alla O, avremo l' intento, cioè il momento del cilindro F E esser eguale alla resistenza posta in F D. Il momento del cilindro F E al momento del cilindro D G è, come il quadrato della D E al quadrato delle A C, cioè come la linea D E alla I; ma il momento del cilindro D G al momento del cilindro B C è, come il quadrato D F al quadrato B A, cioè come il quadrato di D E al quadrato della I, cioè come il quadrato della I al quadrato della M, cioè come la I alla O; adunque per l' egual proporzione, come il momento del cilindro F E al momento del cilindro B C, così è la linea D E alla O, cioè il cubo D F al cubo B A, cioè la resistenza della base D F alla resistenza della base B A, che è quello che si cercava. 558

Sagr. Questa, Sig. Salviati, è una lunga dimostrazione, e molto difficile a ritenersi a memoria per sentirla una sola volta; onde io vorrei, che V. S. si contentasse di replicarla di nuovo.

Salv. Farò quanto V. S. comanda, ma forse sarebbe meglio arrecarne una più speditiva, e breve: ma converrà fare una figura alquanto diversa.

Sagr. Maggiore sarà il favore, e la già dichiarata mi farà grazia darmela scritta, acciò a mio bell' agio possa ristudiarla.

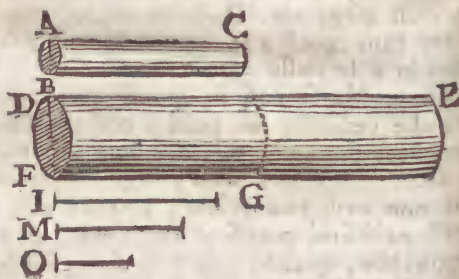
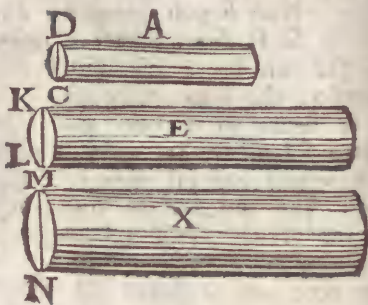
Salv. Non mancherò di servirla. Ora intendiamo un cilindro A, il diametro della cui base sia la linea D C, e sia questo A il massimo, che possa sostenersi, del quale vogliamo trovare un maggiore, che pur sia il massimo esso ancora, ed unico, che si sostenga. Intendiamone un simile ad esso A, e lungo quanto la linea assegnata, e questo sia, v. gr. E, il diametro della cui base sia la

la K L, e delle due linee D C, K L sia terza proporzionale la M N, che sia diametro della base del cilindro X, di lunghezza eguale all' E. Dico, questo X esser quello, che cerchiamo. E perchè la resistenza D C alla resistenza K L è, come il quadrato D C al quadrato K L, cioè come il quadrato K L al quadrato M N, cioè come il cilindro E al cilindro X, cioè come il momento E al momento X; ma la resistenza K L alla M N è, come il cubo di K L al cubo di M N, cioè come il cubo D C al cubo K L, cioè come il cilindro A al cilindro E, cioè come il momento A al momento E; adunque per l'analogia perturbata come la resistenza D C alla M N, così il momento A al momento X; adunque il prisma X è nella medesima costituzione di momento, e resistenza, che il prisma A.

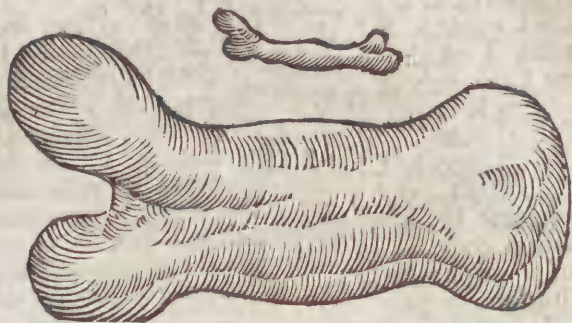
Ma voglio che facciamo il Problema più generale, e la proposizione sia questa.

559 Dato il cilindro A C, qualunque si sia il suo momento verso la sua resistenza, e data qualsisia lunghezza D E, trovar la grossezza del cilindro, la cui lunghezza sia D E, e il suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proporzione, che il momento del cilindro A C alla sua.

Ripresa l'istessa figura di sopra, e quasi l' istesso progresso diremo. Perchè il momento del cilindro F E al momento della parte D G, ha la medesima proporzione, che il quadrato E D al quadrato F G, cioè che la linea D E alla I, ed il momento del cilindro D G al momento del cilindro A C è, come il quadrato F D al quadrato A B, cioè come il quadrato D E al quadrato I, cioè come il quadrato I al quadrato M, cioè come la linea I alla O; adunque ex æquali il momento del cilindro F E al momento del cilindro A C ha la medesima proporzione della linea D E alla O, cioè del cubo D E al cubo I, cioè del cubo di F D al cubo di A B, cioè della resistenza della base F D alla resistenza della base A B, ch' è quello che si doveva fare.

Or vedano come dalle cose sin qui dimostrate apertamente si raccoglie l' impossibilità del poter non solamente l' arte, ma la natura stessa crescer le sue macchine a vastità immensa, sicchè impossibil sarebbe fabbricar Navilii, Palazzi, o Templi vastissimi, li cui remi, antenne, travamenti, catene di ferro, ed in somma le altre lor parti consistessero: come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poichè i rami loro gravati dal proprio peso finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per uomini, cavalli, o altri animali, che potessero sussistere, e far proporzionatamente gli uffizi loro, mentre tali animali si dovessero augumentare ad altezze immense, se già non si togliesse materia molto più dura, e resistente della consueta, o non si deformassero tali ossi sproporzionatamente ingrossandogli, onde poi la figura, ed aspetto dell' animale ne riuscisse mostruosamente grosso:

grosso: il che forse fu avvertito dal mio accortissimo Poeta, mentre descrivendo un grandissimo Gigante disse:

Non si può compartir quanto sia lungo,
Sì smisuratamente è tutto grosso.

E per un breve esempio di questo, che dico, disegnai già la figura di un osso allungato solamente tre volte, ed ingrossato con tal proporzione, che potesse nel suo animale grande far l' uffizio proporzionato a quel dell' osso minore nell' animal più piccolo, e le figure son queste: dove vedete sproporzionata figura, che diviene quella dell' osso ingrandito. Dal che è manifesto, che chi volesse mantenere in un vastissimo Gigante le proporzioni, che hanno le membra in un uomo ordinario, bisognerebbe o trovar materia molto più dura, e resistente per formarne l'ossa, ovvero ammettere, che la robustezza sua fusse a proporzione assai più fiacca, che negli uomini di statura mediocre, altrimente crescendogli a smisurata altezza, si vedrebbono dal proprio peso opprimere, e cadere. Dove che all' incontro si vede nel diminuire i corpi non si diminuir colla medesima proporzione le forze, anzi nei minori crescer la gagliardia con proporzion maggiore. Onde io credo, che un piccolo cane porterebbe addosso due, o tre cani eguali a se, ma non penso già, che un cavallo portasse nè anco un solo cavallo a se stesso eguale.

560

Simp. Ma se così è, grand' occasione mi danno da dubitare le moli immense, che vediamo nei pesci, che tal Balena, per quanto intendo, sarà grande per dieci Elefanti, e pur si sostengono.

Salv. Il vostro dubbio, Sig. Simplicio, mi fa accorgere d' una condizione da me non avvertita prima, potente essa ancora a far, che Giganti, ed altri animali vastissimi potessero consistere, e agitarsi non meno che i minori, e ciò seguirebbe, quando non solo si aggiugnesse gagliardia all' ossa, ed all' altre parti, officio delle quali è il sostener il proprio, e 'l sopravvegnente peso; ma lasciata la struttura delle ossa colle medesime poporzioni pur nell' istesso modo: anzi più agevolmente consisterebbono le medesime fabbriche, quando con tal proporzione si diminuisse la gravità della materia delle medesime ossa, e quella della carne, o di altro, che sopra l' ossa si abbia ad appoggiare; e di questo secondo artifizio si è prevalsa la natura nella fabbrica dei pesci, facendogli le ossa, e le polpe non solamente assai leggere, ma senza veruna gravità.

Simp. Vedo ben, Signor Salviati, dove tende il vostro discorso: voi volete dire, che per essere l' abitazione dei pesci l' elemento dell' acqua, la quale per la sua corpulenza, o come altri vogliono, per la sua gravità scema il peso ai corpi, che in quella si demergono, per tal ragione la materia dei pesci non pesando può senza aggravio dell' ossa loro esser sostenuta; ma questo non basta, perchè quando bene il resto della sustanza del pesce non graviti, gravita però senza dubbio la materia dell' ossa loro. E chi dirà, che una costola di Balena grande quanto una trave, non pesi assaissimo, e nell' acqua non dia al fondo? queste dunque non doveriano poter sussistere in sì vasta mole.

 Salv.

Salv. Voi acutamente opponete, e per risposta al vostro dubbio ditemi, se avete osservato stare i pesci quando piace loro sott' acqua immobili, e non discendere verso il fondo, o sollevarsi alla superficie senza far qualche forza col nuoto?

Simpl. Questa è chiarissima osservazione.

Salv. Questo dunque potersi i pesci fermare come immobili a mezz' acqua è concludentissimo argomento, il composto della lor mole corporea agguagliar la gravità in ispezie dell' acqua, sicchè se in esso si trovano alcune parti più gravi dell' acqua, necessariamente bisogna, che ve ne sieno altre altrettanto men gravi, acciò si possa pareggiar l' equilibrio. Se dunque le ossa son più gravi, è necessario, che le polpe, o altre materie, che vi siano, sien più leggere, e queste si opporranno colla lor leggerezza al peso dell' ossa; talchè negli acquatici 561 avverrà l' opposito di quel, che accade negli animali terrestri, cioè che in questi tocchi all' ossa a sostenere il peso proprio, e quel della carne, e in quelli la carne regga la gravezza propria, e quella dell' ossa. E però dee cessar la maraviglia, come nell' acqua possano essere animali vastissimi, ma non sopra la terra, cioè nell' aria.

Simp. Resto appagato, e di più noto, che questi, che noi addimandiamo animali terrestri, più ragionevolmente si dovrebbero dimandare aerei, perchè nell' aria veramente vivono, e dall' aria son circondati, e dell' aria respirano.

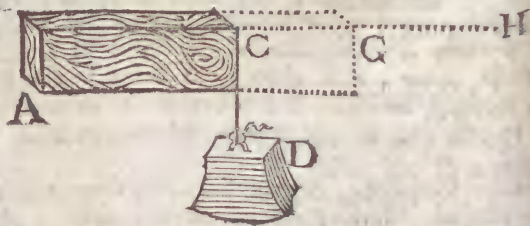
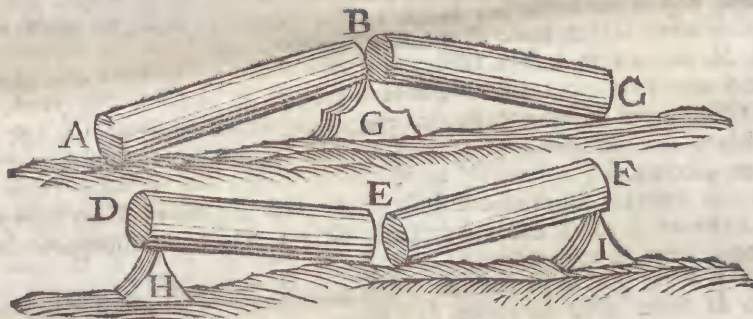
Sagr. Piacemi il discorso del Sig. Simp. col suo dubbio, e colla soluzione. E di più comprendo assai facilmente, che uno di questi smisurati pesci tirato in terra forse non si potrebbe per lungo tempo sostenere, ma che relassate le attaccature dell' ossa, la sua mole si ammaccherebbe.

Salv. Io per ora inclino a creder l' istesso; nè son lontano a credere, che il medesimo avverrebbe a quel vastissimo navilio, il quale galleggiando in mare non si dissolve pel peso, e carico di tante merci, ed armamenti, che in secco, e circondato dall' aria forse si aprirebbe. Ma seguitiamo la nostra materia, e dimostriamo, come

Dato un prisma, o cilindro col suo peso, ed il peso massimo sostenuto da esso, trovare la massima lunghezza, oltre alla quale prolungato dal solo suo proprio peso si romperebbe.

Sia dato il prisma A C col suo proprio peso, e dato parimente il peso D massimo da poter esser sostenuto dall' estremità C, bisogna trovare la lunghezza massima, fino alla quale si possa allungare il detto prisma senza rompersi. Facciasi come il peso del prisma A C al composto de i pesi A C col doppio del peso di D, così la lunghezza C A alla A H, tra le quali sia media proporzionale la A G. Dico A G esser la lunghezza cercata; imperocchè il momento gravante del peso D in C è eguale

al momento del peso doppio di D, che fusse posto nel mezzo di A C, dove è anco il centro del momento del prisma A C, il momento dunque della resistenza del prisma A C, che sta in A, equivale al gravante del doppio del peso D col peso A C, attaccati però nel mezzo di A C. E perchè viene ad essersi fatto come il momento di detti pesi così situati, cioè del doppio D con A C al momento di A C, così la H A alla A C, tra le quali è media la A G; adun-

dunque il momento del doppio D col momento A C al momento A C è, come il quadrato G A al quadrato A C: ma il momento premente del prisma G A al momento di A C è, come il quadrato G A al quadrato A C: adunque la lunghezza A G è la massima, che si cercava, cioè quella, fino alla quale allungandosi il prisma A C si sosterrebbe, ma più oltre si spezzerebbe.

Sin quì si son considerati i momenti, e le resistenze de i prismi, e cilindri solidi, l'una estremità de i quali sia posta immobile, e solo nell'altra sia applicata la forza di un peso premente, considerandolo esso solo, ovver congiunto colla gravità del medesimo solido, o veramente la sola gravità dell' istesso solido. Ora voglio, che discorriamo alquanto dei medesimi prismi, e cilindri, quando fussero sostenuti da amendue l'estremità, ovvero che sopra un sol punto preso tra le estremità fusser posati. E prima dico, che il cilindro, che gravato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterrebbe, o sia retto nel mezzo da un solo sostegno, ovvero da due nell' estremità, potrà esser lungo il doppio di quello, che sarebbe fitto nel muro, cioè sostenuto in un sol termine. Il che per se stesso è assai manifesto, perchè se intenderemo del cilindro, che io segno A B C, la sua metà A B esser la somma lunghezza potente a sostenersi stando fissa nel termine B, nell' istesso modo si sosterrà, se posata sopra il sostegno G sarà contrappesata dall' altra sua metà 562

B C. E similmente se del cilindro D E F la lunghezza sarà tale, che solamente la sua metà potesse sostenersi fissa nel termine D, ed in conseguenza l' altra E F, fissa nel termine F, è manifesto, che posti i sostegni H, I sotto l'estremità D, F, ogni momento che si aggiunga di forza, o di peso in E, quivi si farà la rottura.

Quello che ricerca più sottile specolazione è, quando astraendo dalla gravità propria di tali solidi, ci fusse proposto di dovere investigare, se quella forza, o peso, che applicato al mezzo d' un cilindro sostenuto nelle estremità basterebbe a romperlo, potrebbe far l' istesso effetto applicato in qualsivoglia altro luogo più vicino all'una, che all'altra estremità. Come per esempio, se volendo noi rompere una mazza presala colle mani nell'estremità, ed appuntato il ginocchio in mezzo, l'istessa forza, che basterebbe usare per romperla in tal modo, basterebbe ancora, quando il ginocchio si puntasse non nel mezzo, ma più vicino all' un de gli estremi.

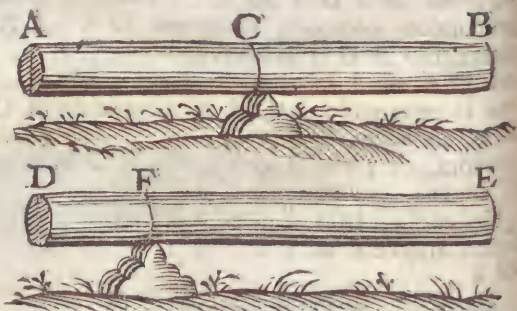
Sagr. Parmi che il Problema sia toccato da Aristotile nelle sue questioni meccaniche.

Salv.

Salv. Il quesito d'Aristotile non è precisamente l' istesso, perchè ei non cerca altro, se non di render la ragione, perchè manco fatica si ricerchi a romperlo, tenendo le mani nell' estremità del legno, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tenessimo vicine, e ne rende una ragione generale, riducendo la causa alle Leve più lunghe, quando s' allargano le braccia afferrando l' estremità. Il nostro quesito aggiugne qualche cosa di più, ricercando, se posto il ginocchio nel mezzo, o in altro luogo, tenendo pur le mani sempre nell' estremità, la medesima forza serva in tutti i siti.

Sagr. Nella prima apprensione parrebbe di sì, attesochè le due Leve mantengono in certo modo il medesimo momento, mentre quanto si scorcia l' una, tanto s' allunga l' altra.

563 *Salv.* Or vedete, quanto sono in pronto l' equivocazioni, e con quanta cautela, e circospezione convien andar per non v' incorrere. Cotesto che voi dite, e che veramente nel primo aspetto ha tanto del verisimile, in ristretto poi è tanto falso, che quando il ginocchio, che è il fulcimento delle due Leve, sia posto, o non posto nel mezzo, fa tal diversità, che di quella forza, che basterebbe per far la frazione nel mezzo, dovendola fare in qualche altro luogo, tal volta non basterà l' applicarvene quattro volte tanto, nè dieci, nè cento, nè mille. Faremo sopra ciò una tal quale considerazion generale, e poi verremo alla specifica determinazione della proposizione, secondo la quale si vanno variando le forze per far la frazione più in un punto, che in un altro.

Segniamo prima questo legno A B da rompersi nel mezzo sopra il sostegno C, ed appresso segniamo l' istesso, ma sotto i caratteri D E da rompersi sopra il sostegno F remoto dal mezzo. Prima è manifesto, che sendo le distanze A C, C B eguali, la forza sarà compartita egualmente nelle estremità B, A. Secondo poichè la distanza D F diminuisce dalla distanza A C, il momento della forza posta in D scema dal momento in A, cioè posto nella distanza C A, e scema secondo la proporzione della linea D F alla A C, ed in conseguenza bisogna crescerlo per pareggiare, o superar la resistenza di F; ma la distanza D F si può diminuire in infinito in relazione alla distanza A C; adunque bisogna poter crescere in infinito la forza da applicarsi in D per pareggjar la resistenza in F. Ma all' incontro secondo che cresce la distanza F E sopra la C B, convien diminuire la forza in E per pareggiare la resistenza in F; ma la distanza F E in relazione alla C B non si può crescere in infinito col ritirare il sostegno F verso il termine D, anzi nè anco il doppio; adunque la forza in E per pareggiare la resistenza in F sarà sempre più che la metà della forza in B. Comprendesi dunque la necessità del doversi augumentare i momenti del congiunto delle forze in E, D infinitamente, per pareggiare, o superar la resistenza posta in F, secondo che il sostegno F s' andrà approssimando verso l' estremità D.

Sag. Che diremo, S. Simplicio? non convien egli confessare, la virtù della Geometria essere il più potente strumento d' ogni altro per acutir l' ingegno, e disporlo al perfettamente discorrere, e specolare? e che con gran ragione voleva Platone i suoi scolari prima ben fondati nelle Matematiche? Io benissimo aveva compreso la facultà della Leva, e come crescendo, o scemando la sua lunghez-

ghezza cresceva, o calava il momento della forza, e della resistenza: contuttociò nella determinazione del presente Problema m' ingannava, e non di poco, ma d' infinito.

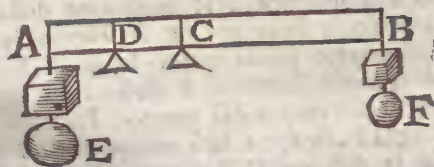
Simp. Veramente comincio a comprendere, che la Logica, benchè strumento prestantissimo per regolare il nostro discorso, non arriva, quanto al destar la mente, all' invenzione, e all' acutezza della Geometria.

564

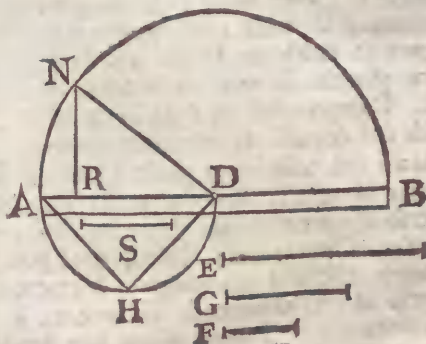
Sagr. A me pare, che la Logica insegni a conoscere, se i discorsi, e le dimostrazioni già fatte, e trovate procedono concludentemente, ma che ella insegni a trovare i discorsi, e le dimostrazioni concludenti, ciò veramente non credo io. Ma sarà meglio, che il Sig. Salv. ci mostri, secondo qual proporzione vadian crescendo i momenti delle forze per superar la resistenza del medesimo legno, secondo i luoghi diversi della rottura.

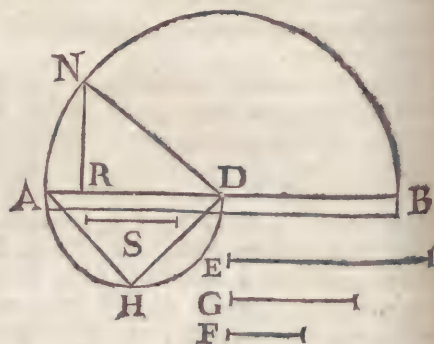
Salv. La proporzione, che ricercate, procede in cotal forma, che

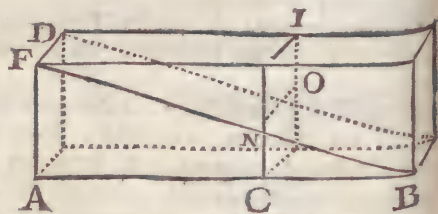
Se nella lunghezza d' un cilindro si noteranno due luoghi, sopra i quali si voglia far la frazione di esso cilindro, le resistenze di detti due luoghi hanno fra di loro la medesima proporzione, che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi.

Sieno le forze A, B minime per rompere in C, e le E, F parimente le minime per rompere in D. Dico le forze A, B alle forze E, F aver la proporzion medesima, che ha il rettangolo A D B al rettangolo A C B. Imperocchè le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle forze A, B alla forza B, della B alla F, e della F alle F, E. Ma come le forze A, B alla forza B, così sta la lunghezza B A ad A C, e come la forza B alla F, così sta la linea D B alla B C, e come la forza F alle F, E, così sta la linea D A alla A B, adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle tre, cioè della retta B A ad A C, della D B a B C, e della D A ad A B; ma delle due D A ad A B, ed A B ad A C, si compone la proporzione della D A ad A C; adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta di questa D A ad A C, e dell' altra D B a B C; ma il rettangolo A D B al rettangolo A C B ha la proporzion composta delle medesime D A ad A C, e D B a B C; adunque le forze A, B alle E, F stanno, come il rettangolo A D B al rettangolo A C B, che è quanto a dire la resistenza in C ad essere spezzato alla resistenza ad esser rotto in D aver la medesima proporzione, che il rettangolo A D B al rettangolo A C B, che è quello, che si doveva provare.

In conseguenza di questo Teorema possiamo risolvere un problema assai curioso; ed è,

Dato il peso massimo, retto dal mezzo di un cilindro, o prisma, dove la resistenza è minima; e dato un peso maggior di quello, trovare nel detto cilindro il punto, nel quale il dato peso maggiore sia retto, come peso massimo.

Abbia il dato peso, maggiore del peso massimo, retto dal mezzo del cilindro A B, ad esso massimo la proporzione della linea E alla F, bisogna trovare il punto nel cilindro,

lindro, dal quale il dato peſo venga ſoſtenuto come maſſimo. Tra le due E, F ſia media proporzionale la G, e come la E alla G, così ſi faccia la A D alla S, ſarà la S minore della A D. Sia A D diametro del mezzo cerchio A H D, nel quale pongaſi la A H eguale alla S, 565 e congiungaſi H D, e ad eſſa ſi tagli eguale la D R. Dico il punto R eſſere il cercato, dal quale il dato peſo maggiore del maſſimo retto dal mezzo del cilindro D verrebbe come maſſimo retto. Sopra la lunghezza B A facciaſi il mezzo cerchio A N B, e ſi alzi la perpendicolare R N, e congiungaſi N D.

E perchè i due quadrati N R, R D ſono eguali al quadrato N D, cioè al quadrato A D, cioè alli due A H, H D, e l'H D è eguale al quadrato D R, adunque il quadrato N R, cioè il rettangolo A R B ſarà eguale al quadrato A H, cioè al quadrato S; ma il quadrato S al quadrato A D è, come la F alla E, cioè come il peſo maſſimo retto in D al dato peſo maggiore; adunque queſto maggiore ſarà retto in R come il maſſimo, che vi poſſa eſſer ſoſtenuto; che è quello che ſi cercava.

Sagr. Intendo beniſſimo, e vo conſiderando, che eſſendo il priſma A B ſempre più gagliardo, e reſiſtente alla preſſione nelle parti, che più e più ſi allontanano dal mezzo, nelle travi grandiſſime, e gravi ſe ne potrebbe levar non piccola parte verſo l' eſtremità con notabile alleggerimento di peſo, che nei travamenti di grandi ſtanze ſarebbe di comodo, ed utile non piccolo. E bella coſa ſarebbe il ritrovar quale figura dovrebbe aver quel tal ſolido, che in tutte le ſue parti fuſſe egualmente reſiſtente, tal che non più facile fuſſe ad eſſer rotto da un peſo, che lo premeſſe nel mezzo, che in qualſivoglia altro luogo.

Salv. Già era in procinto di dirvi coſa aſſai notabile, e vaga in queſto propoſito. Fo un poco di figura per meglio dichiararmi. Queſto D B è un priſma, la cui reſiſtenza ad eſſere ſpezzato nell' eſtremità A D da una forza premente nel termine B è tanto minore della reſiſtenza, che ſi troverebbe nel luogo C I, quanto la lunghezza C B è minore della B A, come già ſi è dimoſtrato; intendaſi adeſſo il medeſimo priſma ſegato diagonalmente ſecondo la linea F B, ſicchè le faccie oppoſte ſieno due triangoli, uno de i quali verſo noi è queſto F A B. Ottiene tal ſolido contraria natura del priſma, cioè che meno reſiſte all' eſſere ſpezzato ſopra il termine C, che ſopra l' A dalla forza poſta in B, quanto la lunghezza C B è minore della B A, il che facilmente proveremo, perchè intendendo il taglio C N O parallelo all' altro A F D, la linea F A alla C N nel triangolo F A B avrà la medeſima proporzione, che la linea A B alla B C, e però ſe noi intenderemo nei punti A, C eſſere i ſoſtegni di due Leve, le cui diſtanze B A, A F, B C, C N, queſte ſaranno ſimili, e però quel momento, che ha la forza poſta in B colla diſtanza B A ſopra la reſiſtenza poſta nella diſtanza A F, l'avrà la medeſima forza in B colla diſtanza B C ſopra la medeſima reſiſtenza, che fuſſe poſta nella diſtanza C N:

N: ma la resistenza da superarsi nel sostegno C, posta nella distanza C N dalla forza in B, è minore della resistenza in A, tanto quanto il rettangolo C O è minore del rettangolo A D, cioè quanto la linea C N è minore della A F, cioè la C B della B A; adunque la resistenza della parte O C B ad esser rotto in C è tanto minore della resistenza dell' intero D A O ad esser rotto in A, quanto la lunghezza C B è minore della A B. Aviamo dunque nel trave, o prisma D B, levatone una parte, cioè la metà, segandolo diagonalmente, e lasciato il cuneo, o prisma triangolare F B A, e sono due solidi di condizioni contrarie, cioè quello tanto più resiste, quanto più si scorcia, e questo nello scorciarsi perde altrettanto di robustezza. Ora stante questo, par ben ragionevole, anzi pur necessario, che se gli possa dare un taglio, per lo quale, togliendo via il superfluo, rimanga un solido di figura tale, che in tutte le sue parti sia egualmente resistente. 566

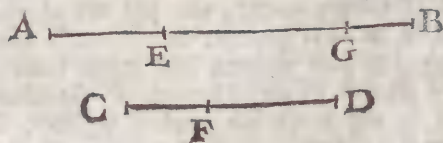
Simp. E' ben necessario, che dove si passa dal maggiore al minore, s' incontri ancora l' eguale.

Sagr. Ma il punto sta ora a trovar, come si ha da guidar la sega per far questo taglio.

Simpl. Questo mi si rappresenta, che dovrebbe esser opera assai facile, perchè se col segar il prisma diagonalmente levandone la metà, la figura, che resta, ritien contraria natura a quella del prisma intero, sicchè in tutti i luoghi, nei quali questo acquistava robustezza, quella altrettanto la perdeva, parmi che tenendo la via del mezzo, cioè levando solamente la metà di quella metà, che è la quarta parte del tutto, la rimanente figura non guadagnerà, nè perderà robustezza in tutti quei medesimi luoghi, nei quali la perdita, e il guadagno dell' altre due figure erano sempre eguali.

Salv. Voi, Sig. Simp. non avete dato nel segno: e siccome io vi mostrerò, vedrete veramente, che quello, che si può segar del prisma, e levar via senza indebolirlo, non è la sua quarta parte, ma la terza. Ora resta (che è quello, che accennava il Sig. Sagr.) il ritrovar secondo che linea si dee far camminar la sega; la quale proverò, che dee esser linea Parabolica. Ma prima è necessario dimostrare certo Lemma, che è tale:

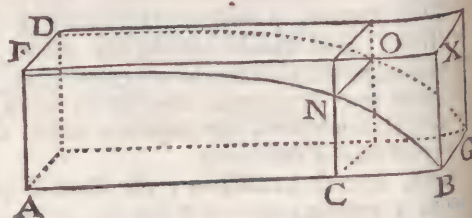
Se saranno due Libre, o Leve divise dai loro sostegni in modo, che le due distanze, dove si hanno a costituire le potenze, abbiano tra di loro doppia proporzione delle distanze, dove saranno le resistenze, le quali resistenze siano tra loro, come le lor distanze, le potenze sostenenti saranno eguali.

Siano due Leve A B, C D divise sopra i lor sostegni E, F, talmente che la distanza E B alla F D abbia doppia proporzione di quella, che ha la distanza E A alla F C. Dico le potenze, che in B, D sosterranno le resistenze di A, C, esser tra loro eguali. Pongasi la E G media proporzionale tra E B, e F D: sarà dunque come B E ad E G, così G E ad F D, ed A E a C F, e così si è posto esser la resistenza di A alla resistenza di C. E perchè come E G ad F D, così A E a C F, sarà permutando come G E ad E A, così D F ad F C, e però (per esser le due Leve D C, G A divise proporzionalmente nei punti F, E) quando la potenza, che posta in D pareggia la resistenza C, fusse in G, pareggerebbe la medesima resistenza di C posta in A; ma per lo dato la resistenza di A alla resistenza di C ha la medesima proporzione, che la A E alla C F, cioè che la B E alla E G, adunque la potenza G, o vogliam dire

dire D posta in B, sosterrà la resistenza posta in A. Che è quello, che si doveva provare.

Inteso questo: nella faccia F B del prisma D B sia segnata la linea Parabolica F N B, il cui vertice B, secondo la quale sia segnato esso prisma, restando il solido compreso dalla base A D dal piano rettangolo A G dalla linea retta 567 B G, e dalla superficie D G B F incurvata secondo la curvità della linea Parabolica F N B. Dico tal solido esser per tutto egualmente resistente. Sia segato dal piano C O parallelo all' A D, e intendansi due Leve divise, e posate sopra i sostegni A, C, e siano dell' una le distanze B A, A F, e dell' altra le B C, C N. E perchè nella Parabola F B A, la A B alla B C sta, come il quadrato della F A al quadrato di C N, è manifesto la distanza B A, dell' una Leva alla distanza B C dell' altra aver doppia proporzione di quella, che ha l' altra distanza A F all' altra C N. E perchè la resistenza da pareggiarsi colla Leva B A alla resistenza da pareggiarsi colla Leva B C ha la medesima proporzione, che il rettangolo D A al rettangolo O C, la quale è la medesima, che ha la linea A F alla N C, che sono l' altre due distanze delle Leve, è manifesto per lo Lemma passato, che la medesima forza, che sendo applicata alla linea B G pareggerà la resistenza D A, pareggerà ancora la resistenza C O. Ed il medesimo si dimostrerà, segandosi il solido in qualsisia altro luogo: adunque tal solido Parabolico è per tutto egualmente resistente. Che poi segandosi il prisma secondo la linea Parabolica F N B, se ne levi la terza parte, si fa manifesto; perchè la semiparabola F N B A, e il rettangolo F B son basi di due solidi compresi tra due piani paralleli, cioè tra i rettangoli F B, D G, perlochè ritengono tra di loro la medesima proporzione, che esse lor basi; ma il rettangolo F B è sesquialtero della semiparabola F N B A; adunque segando il prisma secondo la linea Parabolica, se ne leva la terza parte. Di qui si vede, come con diminuzion di peso di più di trentatrè per cento si posson far i travamenti senza diminuir punto la loro gagliardia, il che ne i Navilii grandi in particolare per regger le coverte può esser di utile non piccolo; attesochè in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente.

Sagr. Le utilità son tante, che lungo, o impossibile sarebbe il registrarle tutte. Ma io lasciate queste da banda, avrei più gusto d' intender, che l' alleggerimento si faccia secondo le proporzioni assegnate. Che il taglio secondo la diagonale levi la metà del peso, l' intendo benissimo: ma che l' altro secondo la Parabolica porti via la terza parte del prisma, posso crederlo al Sig. Salv. sempre veridico, ma in ciò più della fede mi sarebbe grata la scienza.

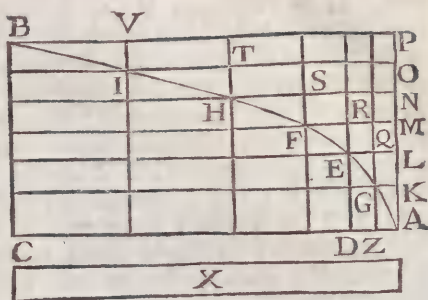
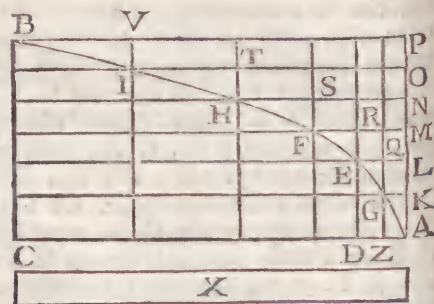
Salv. Vorreste dunque aver la dimostrazione come sia vero, che l' eccesso del prisma sopra questo, che per ora chiamiamo solido Parabolico, sia la terza parte di tutto il prisma. So di averlo altra volta dimostrato; tenterò ora, se potrò rimettere insieme la dimostrazione, per la quale intanto mi sovviene, che mi serviva di certo Lemma di Archimede, posto da esso nel libro delle spirali; ed è, che se quante linee si vogliono si eccederanno egualmente, e l' eccesso sia eguale alla minima di quelle, ed altrettante sieno, ciascheduna eguale alla massima; i quadrati di tutte queste saranno meno, che tripli de i quadrati di quelle, che si eccedono; ma i medesimi saranno ben più che tripli di quelli altri, che restano, trattone il quadrato della massima. Posto questo: Sia in questo rettan-

tangolo A C B P inscritta la linea Parabolica A B; dobbiamo provare il tri- 568 angolo misto B A P, i cui lati sono B P, P A, e base la linea Parabolica B A, esser la terza parte di tutto il rettangolo C P. Imperocchè se non è tale, sarà o più che la terza parte, o meno. Sia, se esser può, meno, ed a quello, che gli manca intendasi essere eguale lo spazio X. Dividendo poi il rettangolo C P continuatamente in parti eguali con linee parallele a i lati B P, C A, arriveremo finalmente a parti tali, che una di loro sarà minore dello spazio X. Or sia una di quelle il rettangolo O B, e per i punti, dove l' altre parallele segano la linea Parabolica, facciansi passare le parallele alla A P, e qui intenderò circoscritta intorno al nostro triangolo misto una figura composta di rettangoli, che sono B O, I N, H M, F L, E K, G A, la qual figura sarà pur ancora meno, che la terza parte del rettangolo C P, essendo che l' eccesso di essa figura sopra il triangolo misto è manco assai del rettangolo B O, il quale è ancor minore dello spazio X.

Sagr. Piano di grazia, che io non vedo, come l' eccesso di questa figura circoscritta sopra il triangolo misto sia manco assai del rettangolo B O.

Salv. Il rettangolo B O non è egli eguale a tutti questi rettangoletti, per i quali passa la nostra linea Parabolica: dico, di questi B I, I H, H F, F E, E G, G A? de i quali una parte sola resta fuori del triangolo misto; ed il rettangolo B O, non si è egli posto ancor minore dello spazio X? adunque se il triangolo insieme coll' X pareggiava per l' avversario la terza parte del rettangolo C P, la figura circoscritta, che al triangolo aggiugne tanto meno, che lo spazio X, resterà pur ancora minore della terza parte del rettangolo medesimo C P; ma questo non può essere, perchè ella è più della terza parte; adunque non è vero, che il nostro triangolo misto sia manco del terzo del rettangolo.

Sagr. Ho intesa la soluzione del mio dubbio. Ma bisogna ora provarci, che la figura circoscritta sia più della terza parte del rettangolo G P, dove credo, che avremo assai più da fare.

Salv. Eh non ci è gran difficoltà. Imperocchè nella Parabola il quadrato della linea D E al quadrato della Z G ha la medesima proporzione, che la linea D A alla A Z, che è quella, che ha il rettangolo K E al rettangolo A G, (per esser l' altezze A K, K L eguali;) adunque la proporzione, che ha il quadrato E D al quadrato Z G, cioè il quadrato L A al quadrato A K, l' ha ancora il rettangolo K E al rettangolo K Z. E nel medesimo modo appunto si proverà degli altri rettangoli L F, M H, N I, O B, star tra di loro come i quadrati delle linee M A, N A, O A, P A. Consideriamo adesso come la figura circoscritta è composta di alcuni spazi, che tra di loro stanno come i quadrati di linee, che si eccedono con eccessi eguali alla minima, e come il rettangolo C P è composto di altrettanti spazi, ciascuno eguale al massimo, che sono tutti i rettangoli eguali all' O B. Adunque pel Lemma di Archimede la figura circoscritta è più della terza parte del rettangolo C P; ma era anche minore, il che è impossibile; adunque il triangolo misto non è manco del terzo del rettangolo C P. Dico parimente, che non è più, imperocchè se è più del 569 terzo del rettangolo C P, intendasi lo spazio X eguale all' eccesso del triangolo sopra la terza parte di esso rettangolo C P, e fatta la divisione, e suddivisione del rettangolo in rettangoli sempre eguali, si arriverà a tale, che uno di quelli

 sia

ſia minore dello ſpazio X. Sia fatta; e ſia il rettangolo B O minore dell' X, e deſcritta come ſopra la figura, avremo nel triangolo miſto inſcritta una figura compoſta di rettangoli V O, T N, S M, R L, Q K, la quale non ſarà ancora minore della terza parte del gran rettangolo C P. Imperocchè il triangolo miſto ſupera di manco aſſai la figura inſcritta di quello, che egli ſuperi la terza parte di eſſo rettangolo C P, atteſochè l'eceſſo del triangolo ſopra la terza parte del rettangolo C P è eguale allo ſpazio X, il quale è minore del rettangolo B O, e queſto è anco minore aſſai dell' ecceſſo del triangolo ſopra la figura inſcrittagli; imperocchè ad eſſo rettangolo B O ſono eguali tutti i rettangoletti A G, G E, E F, F H, H I, I B, dei quali ſon ancora manco, che la metà, gli avanzi del triangolo ſopra la figura inſcritto. E però avanzando il triangolo la terza parte del rettangolo C P di più aſſai (avanzandolo dello ſpazio X,) che ei non avanza la ſua figura inſcritta, ſarà tal figura ancora maggiore della terza parte del rettangolo C P; ma ella è minore pel Lemma ſuppoſto: imperocchè il rettangolo C P, come aggregato di tutti i rettangoli maſſimi, a i rettangoli componenti la figura inſcritta ha la medeſima proporzione, che l' aggregato di tutti i quadrati delle linee eguali alla maſſima a i quadrati delle linee, che ſi eccedono egualmente, trattone il quadrato della maſſima; e però (come de i quadrati accade) tutto l' aggregato de i maſſimi (che è il rettangolo C P) è più che triplo dell' aggregato degli eccedentiſi, trattone il maſſimo, che compongono la figura inſcritta. Adunque il triangolo miſto non è nè maggiore, nè minore della terza parte del rettangolo C P; è dunque eguale.

Sagr. Bella, e ingegnoſa dimoſtrazione, e tanto più, quanto ella ci dà la quadratura della Parabola, moſtrandola eſſere ſeſquiterza del triangolo iſcrittogli, provando quello, che Archimede con due tra di loro diverſiſſimi, ma amendue ammirabili progreſſi di molte Propoſizioni dimoſtrò. Come anco fu dimoſtrata ultimamente da Luca Valerio, altro Archimede ſecondo dell' età noſtra, la qual dimoſtrazione è regiſtrata nel libro, che egli ſcriſſe del centro della gravità de i ſolidi.

Salv. Libro veramente da non eſſer poſpoſto a qualſiſia ſcritto dai più famoſi Geometri del preſente, e di tutti i ſecoli paſſati: il quale quando fu veduto dall' Accademico noſtro, lo fece deſiſtere dal proſeguire i ſuoi trovati, che egli andava continuando di ſcrivere ſopra il medeſimo ſuggetto: giacchè vide il tutto tanto felicemente ritrovato, e dimoſtrato dal detto Sig. Valerio.

Sagr. Io era informato di tutto queſto accidente dall' iſteſſo Accademico; e l' aveva anco ricercato, che mi laſciaſſe una volta vedere le ſue Dimoſtrazioni ſin allora ritrovate, quando ei s' incontrò nel libro del Sig. Valerio; ma non mi ſucceſſe poi il vederle.

Salv. Io ne ho copia, e le moſtrerò a V. S. che averà guſto di vedere la diverſità de i Metodi, con i quali camminano queſti due Autori per l' inveſtigazione delle medeſime concluſioni, e loro dimoſtrazioni; dove anco alcune delle concluſioni hanno differente eſplicazione, benchè in effetto egualmente vere.

Sagr. Mi ſarà molto caro il vederle, e V. S. quando ritorni a i ſoliti congreſſi, mi farà grazia di portarle ſeco. Ma intanto eſſendo queſta della reſiſtenza del ſolido cavato dal priſma col taglio Parabolico operazione non men bella, 570

che

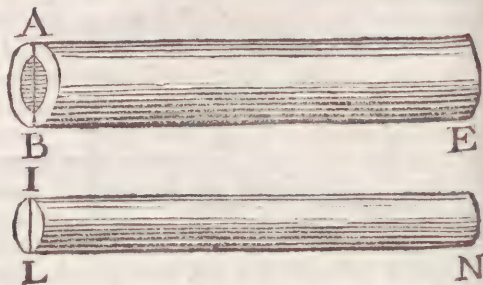
che utile in molte opere Meccaniche, buona cosa sarebbe per gli Artefici l' aver qualche regola facile, e spedita per potere sopra il piano del prisma segnare essa linea Parabolica.

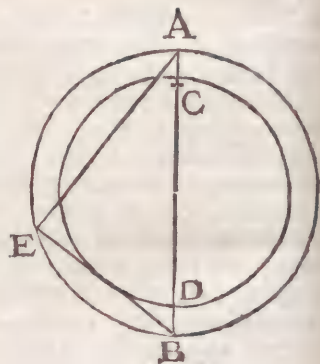
Salv. Modi di disegnar tali linee ve ne son molti, ma due sopra tutti gli altri speditissimi glie ne dirò io. Uno de i quali è veramente maraviglioso, poichè con esso in manco tempo, che col Compasso altri disegnerà sottilmente sopra una carta quattro, o sei cerchi di differenti grandezze, io posso disegnare trenta, e quaranta linee Paraboliche non men giuste, sottili, e pulite delle circonferenze di essi cerchi. Io ho una palla di bronzo esquisitamente rotonda non più grande di una noce; questa tirata sopra uno specchio di metallo tenuto non eretto all' Orizzonte, ma alquanto inchinato, sicchè la palla nel moto vi possa camminar sopra calcandolo leggermente nel muoversi, lascia una linea Parabolica sottilissimamente, e pulitissimamente descritta, e più larga, e più stretta, secondo che la projezione si farà più, o meno elevata. Dove anco abbiamo chiara, e sensata esperienza, il moto de i projetti farsi per linee Paraboliche: effetto non osservato prima, che dal nostro Amico, il quale ne arreca anco la dimostrazione nel suo libro del moto, che vedremo insieme nel primo congresso. La palla poi per descrivere al modo detto le Parabole, bisogna con maneggiarla alquanto colla mano scaldarla, ed alquanto inumidirla, che così lascerà più apparenti sopra lo specchio i suoi vestigj. L' altro modo per disegnar la linea, che cerchiamo, sopra il prisma, procede così. Ferminsi ad alto due chiodi in una parete equidistanti all' Orizzonte, e tra di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo, su il quale vogliamo notare la semiparabola, e da questi due chiodi penda una catenella sottile, e tanto lunga, che la sua sacca si stenda, quanta è la lunghezza del prisma: questa catenella si piega in figura Parabolica, sicchè andando punteggiando sopra il muro la strada, che vi fa essa catenella, avremo descritta un' intera Parabola: la quale con un perpendicolo, che penda dal mezzo di quei due chiodi, si dividerà in parti eguali. Il trasferir poi tal linea sopra le faccie opposte del prisma non ha difficoltà nessuna; sicchè ogni mediocre artefice lo saprà fare. Potrebbesi anco coll' ajuto delle linee geometriche segnate sul Compasso del nostro Amico senz' altra fattura andar su l' istessa faccia del prisma punteggiando la linea medesima:

Abbiamo sin qui dimostrate tante conclusioni attenenti alla contemplazione di queste resistenze de i solidi all' essere spezzati, coll' aver prima aperto l' ingresso a tale scienza col suppor come nota la resistenza per diritto, che si potrà conseguentemente camminar avanti ritrovandone altre, ed altre conclusioni, e loro dimostrazioni di quelle, che in natura sono infinite. Solo per ora per ultimo termine degli odierni ragionamenti voglio aggiugnere la speculazione delle resistenze de i solidi vacui, de i quali l' arte, e più la natura si serve in mille operazioni; dove senza crescer peso si cresce grandemente la robustezza: come si vede nell' ossa degli uccelli, ed in moltissime canne, che son leggere, e molto resistenti al piegarsi, e rompersi: che se un fil di paglia, che sostien una spiga più grave di tutto il gambo, fusse fatto della medesima quantità di materia, ma fusse massiccio, sarebbe assai meno resistente al piegarsi, ed al rompersi. E con tal ragione ha osservato l' arte, e confermato l' esperienza, che una asta vota, o una canna di legno, o di metallo è molto più salda, che se fusse di altrettanto peso, e della medesima lunghezza massiccia, che in conseguenza sarebbe più sottile, e però l' arte ha trovato di far vote dentro le lance, quando si desideri averle gagliarde, e leggere. Mostreremo per tanto, come 571

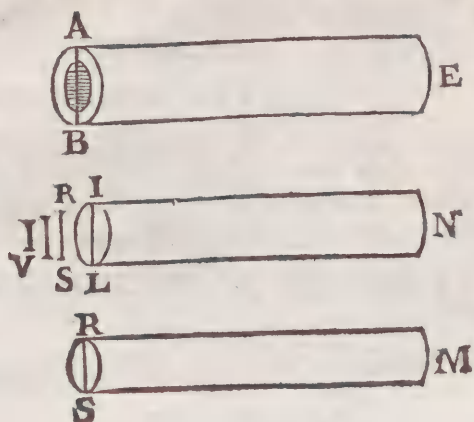
Le resistenze di due cilindri eguali, ed egualmente lunghi, l' uno de i quali sia voto, e l' altro massiccio, hanno tra di loro la medesima proporzione, che i lor diametri.

Sieno la canna, o cilindro voto A E, ed il cilindro I N massiccio eguali in peso,

ſo, ed egualmente lunghi. Dico, la reſiſtenza della canna A E all' eſſer rotta alla reſiſtenza del cilindro ſolido I N aver la medeſima proporzione, che il diametro A B al diametro I L. Il che è aſſai manifeſto, perchè eſſendo la canna, e il cilindro I N eguali, ed egualmente lunghi, il cerchio I L, baſe del cilindro, ſarà eguale alla ciambella A B baſe della canna A E, (chiamo ciambella la ſuperficie, che reſta, tratto un cerchio minore dal ſuo concentrico maggiore) e però le loro reſiſtenze aſſolute ſaranno eguali: ma perchè nel romper in traverſo ci ſerviamo nel cilindro I N della lunghezza L N per Leva, e per ſoſtegno del punto L, e del ſemidiametro, o diametro L I per contralleva; e nella canna la parte della Leva, cioè la linea B E è eguale alla L N, ma la contralleva oltre al ſoſtegno B è il diametro, o ſemidiametro A B; reſta manifeſto la reſiſtenza della canna ſuperar quella del cilindro ſolido ſecondo l'eceſſo del diametro A B ſopra il diametro I L, che è quello, che cercavamo. S' acquiſta dunque di robuſtezza nella canna vota ſopra la robuſtezza del cilindro ſolido ſecondo la proporzione de i diametri, tuttavolta però che amendue ſiano dell' iſteſſa materia, peſo, e lunghezza. Sarà bene, che conſeguentemente andiamo inveſtigando quello, che accaggia negli altri caſi indifferentemente tra tutte le canne, e cilindri ſolidi egualmente lunghi; benchè in quantità di peſo diſeguali, e più, e meno evacuati. E prima dimoſtreremo, come,

Data una canna vota, ſi poſſa trovare un cilindro pieno eguale ad eſſa.

Faciliſſima è tale operazione. Imperocchè ſia la linea A B diametro della canna, e C D diametro del voto. Applichiſi nel cerchio maggiore la linea A E eguale al diametro C D, e congiungaſi la E B. E perchè nel mezzo cerchio A E B l'angolo E è retto, il cerchio, il cui diametro è A B, ſarà eguale alli due cerchi de i diametri A E, E B; ma A E è il diametro del voto della canna; adunque il cerchio, il cui diametro ſia E B, ſarà eguale alla ciambella A C B D: e però il cilindro ſolido, il cerchio della cui baſe abbia il diametro E B, ſarà eguale alla canna, eſſendo egualmente lungo. Dimoſtrato queſto, potremo ſpeditamente

572 Trovare qual proporzione abbiano le reſiſtenze di una canna, e di un cilindro, qualunque ſieno, pur che egualmente lunghi.

Sia la canna A B E, ed il cilindro R S M egualmente lungo, biſogna trovare qual proporzione abbiano tra di loro le lor reſiſtenze. Troviſi per la precedente il cilindro I L N eguale alla canna, ed egualmente lungo, e delle linee I L, R S (diametri delle baſi de i cilindri I N, R M) ſia quarta proporzionale la linea V. Dico la reſiſtenza della canna A E a quella del cilindro R M, eſſer come la linea A B alla V. Imperocchè eſſendo la canna A E eguale, ed egualmente lunga al cilindro I N, la reſiſtenza della canna alla reſiſtenza del cilindro ſtarà, come la linea A B alla I L; ma la reſiſtenza del cilindro I N alla reſiſtenza del cilindro R M ſta, come il cubo I L al cubo R S, cioè come la linea I L alla V; adun-

dunque *ex æquali* la resistenza della canna A E alla resistenza del cilindro R M ha la medesima proporzione, che la linea A B alla V, che è quello, che si cercava.

GIORNATA TERZA.

573

DE MOTU LOCALI.

E subjecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam. MOTU nil forte antiquius in Natura, & circa eum volumina nec pauca, nec parva a Philosophis conscripta reperiuntur. Symptomatum tamen, quæ complura & scitu digna insunt in eo, adhuc inobservata, necdum demonstrata comperio. Leviora quædam adnotantur: ut gratia exempli, naturalem motum gravium descendentium continue accelerari. Verum juxta quam proportionem ejus fiat acceleratio, proditum hucusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia a mobili descendente ex quiete peracta in temporibus æqualibus, eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitate consequentes. Observatum est, missilia, seu projecta lineam qualitercunque curvam designare; veruntamen eam esse Parabolam nemo prodidit. Hæc ita esse, & alia non pauca, nec minus scitu digna, a me demonstrabuntur, & quod pluris faciendum censeo, aditus, & accessus ad amplissimam, præstantissimamque scientiam, cujus hi nostri labores erunt elementa, recludetur: in qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito dividimus hanc tractationem. In prima parte consideramus ea, quæ spectant ad Motum æquabilem, seu uniformem. In secunda de Motu naturaliter accelerato scribimus. In tertia de Motu violento, seu de projectis.

DE MOTU ÆQUABILI.

Circa Motum æquabilem, seu uniformem unica opus habemus definitione, quam ejusmodi profero.

DE-

DEFINITIO.

Æqualem, ſeu uniformem motum intelligo eum, cujus partes quibuſcunque temporibus æqualibus a mobili peractæ, ſunt inter ſe æquales.

ADMONITIO.

Viſum eſt addere veteri definitioni (quæ ſimpliciter appellat motum æquabilem, dum temporibus æqualibus æqualia tranſiguntur ſpatia) particulam, quibuſcunque, hoc eſt omnibus temporibus æqualibus: fieri enim poteſt, ut temporibus aliquibus æqualibus mobile pertranſeat ſpatia æqualia, dum tamen ſpatia tranſacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet æqualibus, æqualia non ſint. Ex allata definitione quatuor pendent Axiomata: ſcilicet

AXIOMA I.

Spatium tranſactum tempore longiori in eodem Motu æquabili majus eſſe ſpatio tranſacto tempore breviori.

AXIOMA II.

574 *Tempus, quo majus ſpatium conficitur in eodem motu æquabili, longius eſt tempore, quo conficitur ſpatium minus.*

AXIOMA III.

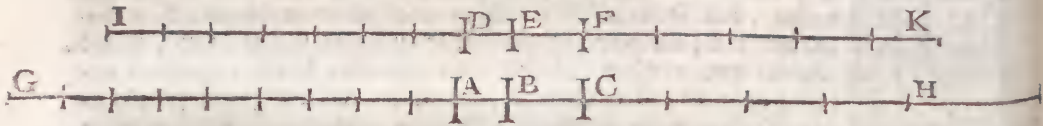
Spatium a majori velocitate confectum tempore eodem majus eſt ſpatio confecto a minori velocitate.

AXIOMA IV.

Velocitas, qua tempore eodem conficitur majus ſpatium, major eſt velocitate, qua conficitur ſpatium minus.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si Mobile æquabiliter latum, eademque cum velocitate duo pertranſeat ſpatia, tempora lationum erunt inter ſe ut ſpatia peracta.

Pertranſeat enim Mobile æquabiliter latum eadem cum velocitate duo ſpatia A B, B C, & ſit tempus motus per A B, D E; tempus vero motus per B C eſto E F. Dico, ut ſpatium A B ad ſpatium B C, ita eſſe tempus D E ad tempus E F. Protrahantur utrinque ſpatia, & tempora verſus G, H, & I, K,

& in A G ſumantur quotcunque ſpatia ipſi A B æqualia, & totidem tempora in D I tempori D E ſimiliter æqualia; & rurſus in C H ſumantur ſecundum quamcunque multitudinem ſpatia ipſi C B æqualia, & totidem tempora in F K tempori E F æqualia. Erunt jam ſpatium B G, & tempus E I æque multiplicia ſpatii B A, & temporis E D, juxta quamcunque multiplicationem accepta, & ſimiliter ſpatium H B, & tempus K E, ſpatii C B, temporiſque F E æque multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia D E eſt tempus lationis per A B, erit totum E I tempus totius B G, cum motus ponatur æquabilis, ſintque in E I tot tempora ipſi D E æqualia, quot ſunt in B G ſpatia æqualia B A, & ſimiliter concludetur K E eſſe tempus lationis per H B. Cum autem motus ponatur æquabilis, ſi ſpatium G B eſſet æquale ipſi B H, tempus quoque I E tempori E K foret æquale, & ſi G B majus ſit quam B H, etiam I E quam E K majus erit, & ſi minus, minus. Sunt itaque quatuor magnitudines: A B prima, B C ſecunda, D E tertia, E F quarta; & primæ, & tertiæ, nempe ſpatii A B, & temporis D E, ſumpta ſunt æque multiplicia juxta quamcunque multiplicationem tempus I E, & ſpatium G B, ac demonſtratum eſt hæc vel

una

una æquari, vel una deficere, vel una excedere tempus E K, & ſpatium B H, æque multiplicia ſcilicet ſecundæ, & quartæ. Ergo prima ad ſecundam, nempe ſpatium A B ad ſpatium B C, eandem habet rationem, quam tertia & quarta, nempe tempus D E ad tempus E F, quod erat demonſtrandum.

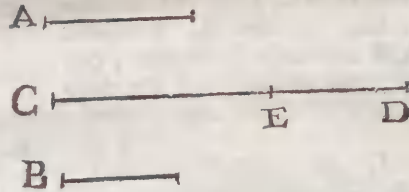
THEOR. II. PROP. II.

Si Mobile temporibus æqualibus duo pertranſeat ſpatia, erunt ipſa ſpatia inter ſe ut velocitates. Et ſi ſpatia ſint ut velocitates, tempora erunt æqualia.

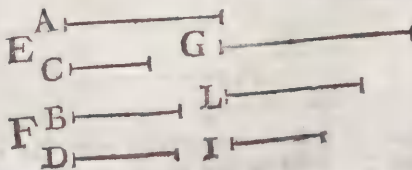
Aſſumpta enim ſuperiori figura ſint duo ſpatia A B, B C tranſacta æqualibus temporibus, ſpatium quidem A B cum velocitate D E, & ſpatium B C cum velocitate E F. Dico, ſpatium A B ad ſpatium B C eſſe, ut D E velocitas ad velocitatem E F; ſumptis enim utrinque ut ſupra, & ſpatiorum, & velocitatum æque multiplicibus ſecundum quamcunque multiplicationem ſcilicet G B, & I E ipſorum A B, & D E, pariterque H B, K E ipſorum B C, E F, concludetur eodem modo ut ſupra, multiplicia G B, I E vel una deficere, vel æquari, vel excedere æque multiplicia B H, E K; igitur & manifeſtum eſt propoſitum. 575

THEOR. III. PROP. III

Inæqualibus velocitatibus per idem ſpatium latorum tempora velocitatibus e contrario reſpondent.

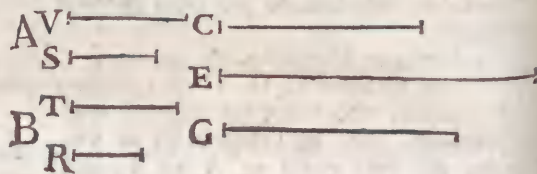
Sint velocitates inæquales A major, B minor, & ſecundum utranque fiat motus per idem ſpatium C D. Dico tempus, quo A velocitas permeat ſpatium C D, ad tempus, quo velocitas B idem ſpatium permeat, eſſe, ut velocitas B ad velocitatem A. Fiat enim ut A ad B, ita C D ad C E; erit igitur ex præcedenti tempus, quo A velocitas conficit C D, idem cum tempore, quo B conficit C E; ſed tempus, quo velocitas B conficit C E, ad tempus quo eadem conficit C D, eſt ut C E ad C D; ergo tempus, quo velocitas A conficit C D, ad tempus, quo velocitas B idem C D conficit, eſt ut C E ad C D, hoc eſt ut velocitas B ad velocitatem A, quod erat intentum.

THEOR. IV. PROP. IV.

Si duo mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen velocitate; ſpatia, temporibus inæqualibus ab ipſis peracta, habebunt rationem compoſitam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum.

Mota ſint duo mobilia E, F motu æquabili, & ratio velocitatis mobilis E ad velocitatem mobilis F ſit, ut A ad B; temporis vero, quo movetur E, ad tempus, quo movetur F, ratio ſit, ut C ad D. Dico ſpatium peractum ab E cum velocitate A in tempore C, ad ſpatium peractum ab F cum velocitate B in tempore D, habere rationem compoſitam ex ratione velocitatis A ad velocitatem B, & ex ratione temporis C ad tempus D. Sit ſpatium ab E cum velocitate A in tempore C peractum G, & ut velocitas A ad velocitatem B, ita fiat G ad I, ut autem tempus C ad tempus D, ita ſit I ad L: conſtat I eſſe ſpatium, quo movetur F in tempore eodem, in quo E motum eſt per G, cum ſpatia G, I ſint ut velocitates A, B; & cum ſit ut tempus C ad tempus D, ita I ad L: ſit autem I ſpatium, quod

quod conficitur a mobili F in tempore C, erit L ſpatium, quod conficitur ab F in tempore D cum velocitate B: ratio autem G ad L componitur ex rationibus G ad I, & I ad L, nempe ex rationibus velocitatis A ad velocitatem B, & temporis C ad tempus D; ergo patet propoſitum.

THEOR. V. PROP. V.

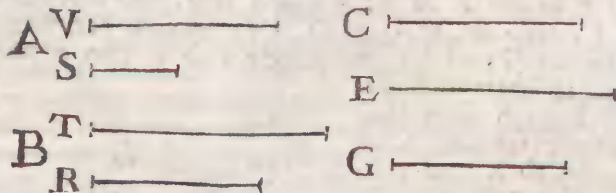
Si duo mobilia æquabili motu ferantur, ſint tamen velocitates inæquales, & inæqualia ſpatia peracta, ratio temporum compoſita erit ex ratione ſpatiorum, & ex ratione velocitatum contrarie ſumptarum.

Sint duo Mobilia A, B, ſitque velocitas ipſius A ad velocitatem ipſius B ut V ad T, ſpatia autem peracta ſint ut S ad R. Dico rationem temporis, quo 576 motum eſt A, ad tempus, quo motum eſt B, compoſitam eſſe ex ratione velocitatis T ad velocitatem V, & ex ratione ſpatii S ad ſpatium R. Sit ipſius motus A tempus C, & ut velocitas T ad velocitatem V, ita ſit tempus C ad tempus E. Et cum C ſit tempus, in quo A cum velocitate V conficit ſpatium S, ſitque ut velocitas T mobilis B ad velocitatem V, ita tempus C ad tempus E, erit tempus E illud, in quo mobile B conficeret idem ſpatium S. Fiat tertio, ut ſpatium S ad ſpatium R, ita tempus E ad tempus G; conſtat G eſſe tempus, quo B conficeret ſpatium R. Et quia ratio C ad G componitur ex rationibus C ad E, & E ad G; eſt autem ratio C ad E eadem cum ratione velocitatum mobilium A, B contrarie ſumptarum, hoc eſt, cum ratione T ad V; ratio vero E ad G eſt eadem cum ratione ſpatiorum S, R; ergo patet propoſitum.

THEOR. VI. PROP. VI.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, ratio velocitatum ipſorum compoſita erit ex ratione ſpatiorum peractorum & ex ratione temporum contrarie ſumptorum.

Sint duo Mobilia A, B æquabili motu lata: ſint autem ſpatia ab illis peracta in ratione V ad T, tempora vero ſint ut S ad R. Dico velocitatem mobilis A ad velocitatem ipſius B habere rationem compoſitam ex ratione ſpatii V ad ſpatium T, & temporis R ad tempus S.

Sit velocitas C ea, cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & quam rationem habet ſpatium V ad ſpatium T, hanc habeat velocitas C ad a-

liam E; erit E velocitas, cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore eodem S: quod ſi fiat ut tempus R ad tempus S, ita velocitas E ad aliam G; erit velocitas G illa, ſecundum quam mobile B conficit ſpatium T in tempore R. Habemus itaque velocitatem C, cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & velocitatem G, cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore R,

re R, & est ratio C ad G composita ex rationibus C ad E, & E ad G; ratio autem C ad E posita est eadem cum ratione spatii V ad spatium T; ratio vero E ad G, est eadem cum ratione R ad S; ergo patet propositum.

Salv. Questo, che abbiamo veduto, è quanto il nostro Autore ha scritto del moto equabile. Passeremo dunque a più sottile, e nuova contemplazione intorno al moto naturalmente accelerato, quale è quello, che generalmente è esercitato dai mobili gravi discendenti, ed ecco il titolo, e l' introduzione.

DE MOTU NATURALITER ACCELERATO.

QUÆ in motu æquabili contingunt accidentia, in præcedenti libro considerata sunt: modo de motu accelerato pertractandum. Et primo definitionem ei, quo utitur natura, apprime congruentem investigare, atque explicare convenit. Quamvis enim aliquam lationis speciem ex arbitrio confingere, & consequentes ejus passiones contemplari non sit inconveniens, (ita enim qui Helicas, aut Conchoides lineas ex motibus quibusdam exortas, licet talibus non utatur natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude) tamen quandoquidem quadam accelerationis specie gravium descendentium utitur natura, eorundem speculari passiones decrevimus, si eam, quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem post diuturnas mentis agitationes reperisse confidimus ea potissimum ducti ratione, quia symptomatis deinceps a nobis demonstratis apprime respondere, atque congruere videntur ea, quæ naturalia experimenta sensui repræsentant. Postremo ad investigationem motus naturaliter accelerati nos quasi manu duxit animadversio consuetudinis, atque instituti ipsiusmet naturæ in ceteris suis operibus omnibus, in quibus exerendis uti consuevit mediis primis, simplicissimis, facillimis: neminem enim esse arbitror, qui credat natatum, aut volatum simpliciori, aut faciliori modo exerceri posse, quam eo ipso, quo pisces, & aves instinctu naturali utuntur. Dum igitur lapidem ex sublimi a quiete descendentem nova deinceps velocitatis acquirere incrementa animadverto, cur talia additamenta simplicissima, atque omnibus magis obvia ratione fieri non credam? Quod si attente inspiciamus, nullum additamentum, nullum incrementum magis simplex inveniemus, quam illud, quod semper eodem modo superaddit. Quod facile intelligemus maximam temporis, atque motus affinitatem inspicientes: sicut enim motus æquabilitas, & uniformitas per temporum, spatiorumque æqualitates definitur, atque concipitur (lationem enim tunc æquabilem appellamus, cum temporibus æqualibus æqualia conficiuntur spatia) ita per easdem æqualitates partium temporis, incrementa celeritatis simpliciter facta percipere possumus: mente concipientes motum illum uniformiter, eodemque modo continue acceleratum esse, dum temporibus quibuscunque æqualibus æqualia ei superaddantur celeritatis additamenta. Adeo ut sumptis quotcunque temporis particulis æqualibus a primo instanti, in quo mobile recedit a quiete, & descensum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum secunda temporis particula acquisitus duplus sit gradus, quem acquisivit mobile in prima particula: gradus vero, quem obtinet in tribus particulis, triplus, quem in quatuor, quadruplus ejusdem gradus primi temporis. Ita ut (clarioris intelligentiæ causa) si mobile lationem suam continuaret juxta gradum, seu momentum velocitatis in prima temporis particula acquisitæ, motumque suum deinceps æquabiliter cum tali gradu extenderet, latio hæc duplo esset tardior ea, quam juxta gradum velocitatis in duabus temporis particulis acquisitæ obtineret; & sic a recta ratione absonum nequaquam esse videtur, si accipiamus intentionem velo-

577

578 locitatis fieri juxta temporis extenſionem: ex quo definitio Motus, de quo acturi ſumus, talis accipi poteſt. Motum æquabiliter, ſeu uniformiter acceleratum dico illum, qui a quiete recedens temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta ſibi ſuperaddit.

Sagr. Io, ſiccome fuor di ragione mi opporrei a queſta, o ad altra definizione, che da qualſivoglia Autore fuſſe aſſegnata, eſſendo tutte arbitrarie, così ben poſſo ſenza offeſa dubitare, ſe tal definizione concepita, ed ammeſſa in aſtratto, ſi adatti, convenga, e ſi verifichi in quella ſorta di moto accelerato, che i gravi naturalmente diſcendenti vanno eſercitando. E perchè pare, che l' Autore ci prometta, che tale, quale egli ha definito, ſia il moto naturale de i gravi, volentieri mi ſentirei rimuover certi ſcrupoli, che mi perturbano la mente, acciò poi con maggiore attenzione poteſſi applicarmi alle proporzioni, e lor dimoſtrazioni, che ſi attendono.

Salv. E' bene, che V. S. ed il Sig. Simplicio vadano proponendo le difficoltà: le quali mi vo immaginando, che ſieno per eſſere quelle ſteſſe, che a me ancora ſovvennero, quando primieramente vidi queſto trattato, e che o dall' Autor medeſimo ragionandone ſeco mi ſaran ſopite, o taluna ancora da me ſteſſo col penſarvi rimoſſa.

Sagr. Mentre io mi vo figurando un mobile grave diſcendente partirſi dalla quiete, cioè dalla privazione di ogni velocità, ed entrare nel moto, ed in quello andarſi velocitando ſecondo la proporzione, che creſce il tempo dal primo inſtante del moto; ed avere v. gr. in otto battute di polſo acquiſtato otto gradi di velocità, della quale nella quarta battuta ne aveva guadagnati quattro, nella ſeconda due, nella prima uno, eſſendo il tempo ſuddiviſibile in infinito, ne ſeguita, che diminuendoſi ſempre con tal ragione l' antecedente velocità, grado alcuno non ſia di velocità così piccolo, o vogliamo dir di tardità così grande, nel quale non ſi ſia trovato coſtituito l' iſteſſo mobile dopo la partita dall' infinita tardità, cioè dalla quiete. Talchè ſe quel grado di velocità, che egli ebbe alle quattro battute di tempo, era tale, che mantenendola equabile avrebbe corſo due miglia in un' ora, e col grado di velocità, che ebbe nella ſeconda battuta, avrebbe fatto un miglio per ora, convien dire, che negl' inſtanti del tempo più e più vicini al primo della ſua moſſa dalla quiete, ſi trovaſſe così tardo, che non avrebbe (feguitando di muoverſi con tal tardità) paſſato un miglio in un' ora, nè in un giorno, nè in un anno, nè in mille, nè paſſato anco un ſol palmo in tempo maggiore: accidente, al quale pare, che aſſai male agevolmente ſi accomodi l' immaginazione, mentre che il ſenſo ci moſtra un grave cadente venir ſubito con gran velocità.

Salv. Queſta è una delle difficoltà, che a me ancora ſu il principio dette che penſare, ma non molto dopo la rimoſſi; ed il rimuoverla fu effetto della medeſima eſperienza, che di preſente a voi la ſuſcita. Voi dite parervi, che l' eſperienza moſtri, che appena partitoſi il grave dalla quiete, entri in una molto notabile velocità; ed io dico, che queſta medeſima eſperienza ci chiariſce i primi impeti del cadente, benchè graviſſimo, eſſer lentiſſimi e tardiſſimi. Poſate un grave ſopra una materia cedente, laſciandovelo fin che prema, quanto egli può colla ſua ſemplice gravità: è manifeſto, che alzandolo un braccio, o due, laſciandolo poi cadere ſopra la medeſima materia, farà colla percoſſa nuova preſſione, e maggiore, che la fatta prima col ſolo peſo; e l' effetto ſarà cagionato dal mobile cadente congiunto colla velocità guadagnata nella caduta, il

579 quale effetto ſarà più e più grande, ſecondo che da maggiore altezza verrà la percoſſa, cioè ſecondo che la velocità del percuziente ſarà maggiore. Quanta dunque ſia la velocità di un grave cadente, lo potremo noi ſenza errore conghietturare dalla qualità, e quantità della percoſſa. Ma ditemi, Signori, quel mazzo, che

che laſciato cadere ſopra un palo dall' altezza di quattro braccia lo ficca in terra, v. gr. quattro dita, venendo dall' altezza di due braccia lo caccerà aſſai manco, e meno dall' altezza di uno, e manco da un palmo; e finalmente ſollevandolo un dito, che farà di più, che ſe ſenza percoſſa vi fuſſe poſto ſopra? certo pochiſſimo, ed operazione del tutto impercettibile ſarebbe, ſe ſi elevaſſe, quanto è groſſo un foglio. E perchè l' effetto della percoſſa ſi regola dalla velocità del medeſimo percuziente, chi vorrà dubitare, che lentiſſimo ſia il moto, e più che minima la velocità, dove l'operazione ſua ſia impercettibile? Vedano ora quanta ſia la forza della verità, mentre l' iſteſſa eſperienza, che pareva nel primo aſpetto moſtrare una coſa, meglio conſiderata ci aſſicura del contrario. Ma ſenza ridurſi a tale eſperienza, (che ſenza dubbio è concludentiſſima) mi pare, che non ſia difficile col ſemplice diſcorſo penetrare una tal verità. Noi abbiamo un ſaſſo grave ſoſtenuto nell'aria in quiete; ſi libera dal ſoſtegno, e ſi pone in libertà; e come più grave dell' aria, vien diſcendendo al baſſo, e non con moto equabile, ma lento nel principio, e continuamente dopo accelerato; ed eſſendo che la velocità è augumentabile, e menomabile in infinito, qual ragione mi perſuaderà, che tal mobile partendoſi da una tardità infinita (che tale è la quiete) entri immediatamente in dieci gradi di velocità più, che in una di quattro, o in queſta prima, che in una di due, di uno, di un mezzo, di un centeſimo? ed in ſomma in tutte le minori in infinito? Sentite in grazia. Io non credo, che voi fuſte renitenti a concedermi, che l' acquiſto dei gradi di velocità del ſaſſo cadente dallo ſtato di quiete poſſa farſi col medeſimo ordine, che la diminuzione, e perdita dei medeſimi gradi, mentre da virtù impellente fuſſe ricacciato in ſu alla medeſima altezza: ma quando ciò ſia, non vedo, che ſi poſſa dubitare, che nel diminuirſi la velocità del ſaſſo aſcendente conſumandola tutta poſſa pervenire allo ſtato di quiete prima, che paſſar per tutti i gradi di tardità.

Simp. Ma ſe i gradi di tardità maggiore e maggiore ſono infiniti, giammai non ſi conſumeranno tutti; onde tal grave aſcendente non ſi condurrà mai alla quiete, ma infinitamente ſi moverà, ritardandoſi ſempre: coſa che non ſi vede accadere.

Salv. Accaderebbe coteſto, Sig. Simp. quando il mobile andaſſe per qualche tempo trattenendoſi in ciaſchedun grado; ma egli vi paſſa ſolamente ſenza dimorarvi oltre a un inſtante, e perchè in ogni tempo quanto, ancorchè piccoliſſimo, ſono infiniti inſtanti, però ſon baſtanti a riſpondere agli infiniti gradi di velocità diminuita. Che poi tal grave aſcendente non perſiſta per verun tempo quanto in alcun medeſimo grado di velocità, ſi fa manifeſto così: perchè ſe aſſegnato qualche tempo quanto, nel primo inſtante di tal tempo, ed anco nell' ultimo il mobile ſi trovaſſe avere il medeſimo grado di velocità, potrebbe da queſto ſecondo grado eſſer parimente ſoſpinto in ſu per altrettanto ſpazio, ſiccome dal primo fu portato al ſecondo, e per l' iſteſſa ragione paſſerebbe dal ſecondo al terzo, e finalmente continuerebbe il ſuo moto uniforme in infinito.

Sagr. Da queſto diſcorſo mi par, che ſi potrebbe cavare una aſſai congrua ragione della quiſtione agitata tra i Filoſofi, qual ſia la cauſa dell' accelerazione del moto naturale dei gravi. Imperocchè mentre io conſidero, nel grave cacciato in ſu andarſi continuamente diminuendo quella virtù impreſſagli dal proiciente, la quale, finchè fu ſuperiore all' altra contraria della gravità, lo ſoſpinſe in alto, giunte che ſieno queſta, e quella all' equilibrio, reſta il mobile di più ſalire, e paſſa per lo ſtato della quiete, nel quale l' impeto impreſſo non è altrimente annichilato, ma ſolo conſumatoſi quell' ecceſſo, che pur dianzi aveva ſopra la gravità del mobile, per lo quale prevalendogli lo ſpigneva in ſu. Continuandoſi poi la diminuzione di queſto impeto ſtraniero, e in conſeguenza comin-

580

minciando il vantaggio ad esser dalla parte della gravità, comincia altresì la scesa, ma lenta per lo contrasto della virtù impressa, buona parte della quale rimane ancora nel mobile: ma perchè ella pur va continuamente diminuendosi, venendo sempre con maggior proporzione superata dalla gravità, quindi nasce la continua accelerazione del moto.

Simp. Il pensiero è arguto: ma più sottile, che saldo. Imperocchè quando pur sia concludente, non soddisfà se non a quei moti naturali, ai quali sia preceduto un moto violento, nel quale resti ancora vivace parte della virtù esterna: ma dove non sia tal residuo, ma si parta il mobile da una antiquata quiete, cessa la forza di tutto il discorso.

Sagr. Credo, che voi siate in errore, e che questa distinzione di casi, che fate, sia superflua, o per dir meglio nulla. Però ditemi, se nel projetto può esser talvolta impressa dal proiciente molta, e talora poca virtù; sicchè possa essere scagliato in alto cento braccia, ed anco venti, o quattro, o uno?

Simpl. Non è dubbio, che sì.

Sagr. E non meno potrà cotal virtù impressa di così poco superar la resistenza della gravità, che non l'alzi più di un dito; e finalmente può la virtù del proiciente esser solamente tanta, che pareggi per l'appunto la resistenza della gravità, sicchè il mobile sia non cacciato in alto, ma solamente sostenuto. Quando dunque voi reggete in mano una pietra, che altro gli fate voi, che l'imprimerli tanta virtù impellente all'in su, quanta è la facoltà della sua gravità traente in giù? E questa vostra virtù non continuate voi di conservargliela impressa per tutto il tempo, che voi la sostenete in mano? Si diminuisce ella forse per la lunga dimora, che voi la reggete? E questo sostentamento, che vieta la scesa al sasso, che importa, che sia fatto più dalla vostra mano, che da una tavola, o da una corda, dalla quale ei sia sospeso? Certo niente. Concludete per tanto, Sig. Simp. che il precedere alla caduta del sasso una quiete lunga, o breve, o momentanea, non fa differenza alcuna, sicchè il sasso non parta sempre affetto da tanta virtù contraria alla sua gravità, quanta appunto bastava a tenerlo in quiete.

Salv. Non mi par tempo opportuno di entrare al presente nell'investigazione della causa dell'accelerazione del moto naturale, intorno alla quale da varj Filosofi varie sentenze sono state prodotte: riducendola alcuni all'avvicinamento al centro, altri al restar successivamente manco parti del mezzo da fendersi: altri a certa estrusione del mezzo ambiente, il quale nel ricongiugnersi a tergo del mobile lo va premendo, e continuatamente scacciando, le quali fantasie con altre appresso converrebbe andare esaminando, e con poco guadagno risolvendo. Per ora basta al nostro Autore, che noi intendiamo, che egli ci vuole
581 investigare, e dimostrare alcune passioni di un moto accelerato, (qualunque si sia la causa della sua accelerazione) talmente che i momenti della sua velocità vadano accrescendosi dopo la sua partita dalla quiete con quella semplicissima proporzione, colla quale cresce la continuazion del tempo, che è quanto dire, che in tempi eguali si facciano eguali additamenti di velocità. E se s'incontrerà, che gli accidenti, che poi saranno dimostrati, si verifichino nel moto dei gravi naturalmente discendenti, ed accelerati, potremo reputare, che l'assunta definizione comprenda cotal moto dei gravi, e che vero sia, che l'accelerazione loro vadia crescendo secondo che cresce il tempo, e la durazione del moto.

Sagr. Per quanto per ora mi si rappresenta all'intelletto, mi pare, che con chiarezza forse maggiore si fusse potuto definire senza variare il concetto: Moto uniformemente accelerato esser quello, nel quale la velocità andasse crescendo secondo che cresce lo spazio, che si va passando; sicchè per esempio il grado di

di velocità acquistato dal mobile nella scesa di quattro braccia, fusse doppio di quello, che egli ebbe, sceso che fu lo spazio di due, e questo doppio del conseguito nello spazio del primo braccio. Perchè non mi par, che sia da dubitare, che quel grave, che viene dall' altezza di sei braccia, non abbia, e percuota con impeto doppio di quello, che ebbe, sceso che fu tre braccia, e triplo di quello, che ebbe alle due, e sescuplo dell' avuto nello spazio di uno.

Salv. Io mi consolo assai d' aver avuto un tanto compagno nell' errore; e più vi dirò, che il vostro discorso ha tanto del verisimile, e del probabile, che il nostro medesimo Autore non mi negò, quando io glielo proposi, d' esser egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Ma quello, di che io poi sommamente mi maravigliai, fu il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, ma impossibili due proposizioni, che hanno del verisimile tanto, che avendole io proposte a molti, non ho trovato, chi liberamente non me l' ammettesse.

Simpl. Veramente io sarei del numero de i conceditori: e che il grave discendente *vires acquirat eundo*, crescendo la velocità a ragion dello spazio, e che il momento dell' istesso percuziente sia doppio, venendo da doppia altezza, mi pajono proposizioni da concedersi senza repugnanza, o controversia.

Salv. E pur son tanto false, e impossibili, quanto che il moto si faccia in un instante. Ed eccovene chiarissima dimostrazione. Quando le velocità hanno la medesima proporzione, che gli spazi passati, o da passarsi, tali spazi vengono passati in tempi eguali; se dunque le velocità, colle quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità, colle quali passò le due prime braccia (siccome lo spazio è doppio dello spazio) adunque i tempi di tali passaggi sono eguali; ma passare il medesimo mobile le quattro braccia, e le due nell' istesso tempo non può aver luogo fuor che nel moto instantaneo; ma noi vediamo, che il grave cadente fa suo moto in tempo, ed in minore passa le due braccia, che le quattro; adunque è falso, che la velocità sua cresca come lo spazio. L' altra proposizione si dimostra falsa colla medesima chiarezza. Imperocchè essendo quello, che percuote, il medesimo; non può determinarsi la differenza, e momento delle percosse, se non dalla differenza della velocità. Quando dunque il percuziente venendo da doppia altezza facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe, che percuotesse con doppia velocità; ma la doppia velocità passa il doppio spazio nell' istesso tempo, e noi vediamo il tempo della scesa dalla maggiore altezza esser più lungo. 582

Sagr. Troppa evidenza, troppa agevolezza è questa, colla quale manifestate conclusioni ascose; questa somma facilità le rende di minor pregio, che non erano, mentre stavano sotto contrario sembiante. Poco penso io che prezzerebbe l'universale notizie acquistate con sì poca fatica, in comparazione di quelle, intorno alle quali si fanno lunghe, ed inesplicabili altercazioni.

Salv. A quelli, i quali con gran brevità, e chiarezza mostrano le fallacie di proposizioni state comunemente tenute per vere dall' universale, danno assai comportabile sarebbe il riportarne solamente disprezzo in luogo di aggradimento, ma bene spiacevole, e molesto riesce cert' altro affetto, che suol talvolta destarsi in alcuni, che pretendendo ne i medesimi studj almeno la parità con chiunque si sia, si vedono aver trapassate per vere conclusioni, che poi da un altro con breve, e facile discorso vengono scoperte, e dichiarate false. Io non chiamerò tale affetto invidia, solita a convertirsi poi in odio, ed ira contro agli scopritori di tali fallacie, ma lo dirò uno stimolo, e una brama di voler più presto mantener gli errori inveterati, che permettere, che si ricevano le verità nuovamente scoperte, la qual brama talvolta gl' induce a scrivere in contraddizione a quelle verità pur troppo internamente conosciute anco da loro medesimi solo

per

per tener baſſa nel concetto del numeroſo, e poco intelligente vulgo l'altrui reputazione. Di ſimili concluſioni falſe ricevute per vere, e di agevoliſſima confutazione, non piccol numero ne ho io ſentite dal noſtro Accademico, di parte delle quali ho anco tenuto regiſtro.

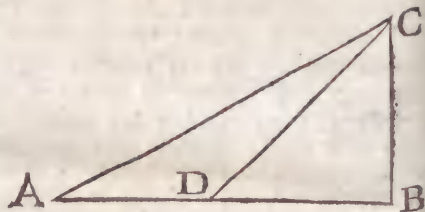
Sagr. E V. S. non dovrà privarcene, ma a ſuo tempo farcene parte, quando ben anco biſognaſſe in grazia loro fare una particolar ſeſſione. Per ora continuando il noſtro filo parmi, che ſin qui abbiamo fermata la definizione del moto uniformemente accelerato, del quale ſi tratta nei diſcorſi, che ſeguono; ed è;

Motum æquabiliter, ſeu uniformiter acceleratum dicimus eum, qui a quiete recedens temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta ſibi ſuperaddit.

Salv. Fermata cotal definizione un ſolo principio domanda, e ſuppone per vero l'Autore, cioè;

Accipio, gradus velocitatis ejuſdem mobilis ſuper diverſas planorum inclinationes acquiſitos tunc eſſe æquales, cum eorundem planorum elevationes æquales ſint.

Chiama la elevazione di un piano inclinato la perpendicolare, che dal termine ſublime di eſſo piano caſca ſopra la linea orizzontale prodotta per l'infimo termine di eſſo piano inclinato, come per intelligenza, eſſendo la linea B A parallela all'orizzonte, ſopra il quale ſieno inclinati li due piani C A, C D, la perpendicolare C B cadente ſopra l'orizzontale B A, chiama l'Autore la elevazione dei Piani C A, C D, e ſuppone, che i gradi di velocità del medeſimo mobile ſcendente per li piani inclinati C A, C D, acquiſtati nei termini A, D, ſieno eguali, per eſſer la loro elevazione l'isteſſa C B. E tanto anco ſi dee intendere il grado di velocità, che il medeſimo cadente dal punto C avrebbe nel termine B.

583

Sagr. Veramente mi par, che tal ſuppoſto abbia tanto del probabile, che meriti di eſſer ſenza controverſia conceduto, intendendo ſempre, che ſi rimuovano tutti gl'impedimenti accidentari, ed eſterni, e che i piani ſieno ben ſolidi, e terſi, ed il mobile di figura perfettiſſimamente rotonda, ſicchè ed il piano, ed il mobile non abbiano ſcabroſità. Rimoſſi tutti i contraſti, ed impedimenti, il lume naturale mi detta ſenza difficoltà, che una palla grave, e perfettamente rotonda ſcendendo per le linee C A, C D, C B, giugnerebbe nei termini A, D, B, con impeti eguali.

Salv. Voi molto probabilmente diſcorrete, ma oltre al veriſimile voglio con una eſperienza creſcer tanto la probabilità, che poco gli manchi all'agguagliarſi ad una ben neceſſaria dimoſtrazione. Figuratevi queſto foglio eſſere una parete eretta all'orizzonte, e da un chiodo fitto in eſſa pendere una palla di piombo d'un'oncia, o due, ſoſpeſa dal ſottil filo A B lungo due, o tre braccia perpendicolare all'orizzonte, e nella parete ſegnate una linea orizzontale D C ſegante a ſquadra il perpendicolo A B, il quale ſia lontano dalla parete due dita in circa, traſferendo poi il filo A B colla palla in A C, laſciate eſſa palla in libertà, la quale primieramente vedrete ſcendere deſcrivendo l'arco C B D, e di tanto trapaſſare il termine B, che ſcorrendo per l'arco B D ſormonterà fino quaſi alla ſegnata parallela C D, reſtando di pervenirvi per piccoliſſimo intervallo, toltogli il preciſamente arrivarvi dall'impedimento dell'aria, e del filo. Dal che poſſiamo veracemente concludere, che l'impeto acquiſtato nel punto B dalla palla nello ſcendere per l'arco C B, fu tanto, che baſtò a riſoſpingerſi

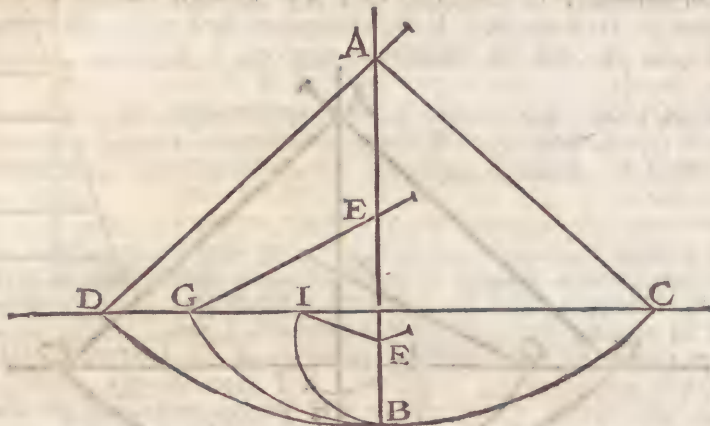
per

per un ſimile arco B D alla medeſima altezza ; fatta, e più volte reiterata co-
tale eſperienza , voglio , che ficchiamo nella parete raſente al perpendicolo A
B un chiodo , come in E , ovvero in F , che ſporga in fuori cinque , o ſei di-
ta, e queſto acciocchè il filo A C tornando come prima a riportar la palla C
per l'arco C B, giunta che ella ſia in B, intoppando il filo nel chiodo E, ſia
coſtretta a camminare per la circonferenza B G deſcritta intorno al centro E, dal 584

che vedremo quello , che potrà far quel medeſimo impeto , che dianzi concepi-
zo nel medeſimo termine B , ſoſpinſe l' iſteſſo mobile per l' arco E D all' altez-
ta dell' orizzontale C D . Ora, Signori , voi vedrete con guſto condurſi la palla all'
orizzontale nel punto G, e l' iſteſſo accadere , ſe l' intoppo ſi metteſſe più baſſo,
come in F , dove la palla deſcriverebbe l' arco B I , terminando ſempre la ſua
ſalita preciſamente nella linea C D , e quando l' intoppo del chiodo fuſſe tanto
baſſo , che l' avanzo del filo ſotto di lui non arrivaſſe all' altezza di C D , (il
che accaderebbe , quando fuſſe più vicino al punto B , che al ſegamento dell' A
B coll' orizzontale C D ,) allora il filo cavalcherebbe il chiodo , e ſe gli avvol-
gerebbe intorno . Queſta eſperienza non laſcia luogo di dubitare della verità del
ſuppoſto : imperocchè eſſendo li due archi C B , D B eguali , e ſimilmente poſti ,
l' acquiſto di momento fatto per la ſceſa nell' arco C B , è il medeſimo , che il
fatto per la ſceſa dell' arco D B ; ma il momento acquiſtato in B per l' arco C
B è potente a riſoſpingere in ſu il medeſimo mobile per l' arco B D ; adunque
anco il momento acquiſtato nella ſceſa D B è eguale a quello , che ſoſpigne l' i-
ſteſſo mobile pel medeſimo arco da B in D , ſicchè univerſalmente ogni mo-
mento acquiſtato per la ſceſa d' un arco è eguale a quello , che può far riſalire
l' iſteſſo mobile pel medeſimo arco : ma i momenti tutti , che fanno riſalire per
tutti gli archi B D , B G , B I ſono eguali , poichè ſon fatti dall' iſteſſo mede-
ſimo momento acquiſtato per la ſceſa C B , come moſtra l' eſperienza : adunque
tutti i momenti , che ſi acquiſtano per le ſceſe negli archi D B , G B , I B ſono
eguali .

Sagr. Il diſcorſo mi par concludentiſſimo , e l' eſperienza tanto accomodata
per verificare il poſtulato , che molto ben ſia degno d' eſſer conceduto , come ſe
fuſſe dimoſtrato .

Salv. Io non voglio , Sig. Sagredo , che noi ci pigliamo più del dovere , e maſ- ſima-

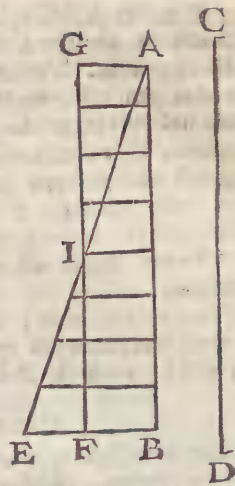
fimamente che di questo assunto ci abbiamo a servire principalmente nei moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curve, nelle quali l'accelerazione procede con gradi molto differenti da quelli, con i quali noi pigliamo, ch' ella proceda ne' piani retti. Di modo che sebben l' esperienza addotta ci mostra, che

la scesa per l'arco C B conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsivoglia arco B D, B G, B I, noi non possiamo con simile evidenza mostrare, che l' istesso accadesse, quando una perfettissima palla dovesse scendere per piani retti inclinati secondo le inclinazioni delle corde di questi medesimi archi, anzi è credibile, che formandosi angoli da essi piani retti nel termine B, la palla scesa per l' inclinato secondo la corda C B, trovando intoppo nei piani ascendenti, secondo le corde B D, B G, B I, nell' urtare in essi perderebbe del suo impeto, nè potrebbe salendo condursi all' altezza della linea C D. Ma levato l' intoppo, che pregiudica all' esperienza, mi par bene, che l' intelletto resti capace, che l' impeto (che in effetto piglia vigore dalla quantità della scesa) sarebbe potente a ricondurre il mobile alla medesima altezza. Prendiamo dunque per ora questo, come postulato, la verità assoluta del quale ci verrà poi stabilita dal vedere altre conclusioni fabbricate sopra tale ipotesi rispondere, e puntualmente confrontarsi coll' esperienza. Supposto dall' Autore questo solo principio, passa alle proposizioni dimostrativamente concludendole, delle quali la prima è questa.

THEOR. I PROP. I.

685 *Tempus, in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est æquale tempori, in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu æquabili delato, cujus velocitatis gradus subduplus sit ad summum, & ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.*

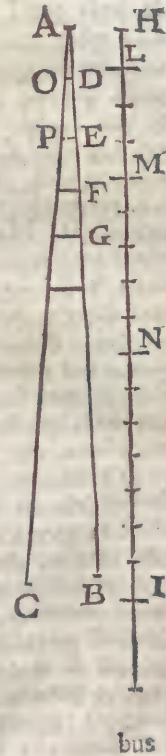
Repræsentetur per extensionem A B tempus, in quo a mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium C D; graduum autem velocitatis adauctæ in instantibus temporis A B maximus, & ultimus repræsentetur per E B, utcunque super A B constitutam: junctæque A E lineæ omnes ex singulis punctis lineæ A B ipsi B E æquidistanter actæ crescentes velocitatis gradus post instans A repræsentabunt. Divisa deinde B E bifariam in F, ductisque parallelis F G, A G, ipsis B A, B F; Parallelogrammum A G F B erit

erit constitutum triangulo A E B æquale, dividens suo latere G F bifariam A E in I: quod si parallelæ trianguli A E B usque ad G I F extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum æqualem aggregatui comprehensarum in triangulo A E B; quæ enim sunt in triangulo I E F, paria sunt cum contentis in triangulo G I A; eæ vero, quæ habentur in trapezio A I F B, communes sunt. Cumque singulis ex omnibus instantibus temporis A B respondeant singula, & omnia puncta lineæ A B, ex quibus actæ parallelæ in triangulo A E B comprehensæ crescentes gradus velocitatis adauctæ repræsentant, parallelæ vero intra parallelogrammum contentæ totidem gradus velocitatis non adauctæ, sed æquabilis itidem repræsentent: apparet totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato juxta crescentes parallelas trianguli A E B, ac in motu æquabili juxta parallelas parallelogrammi G B: quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate, (de-

ficiunt enim momenta per parallelas trianguli A G I repræsentata,) reficitur a momentis per parallelas trianguli I E F repræsentatis. Patet igitur, æqualia futura esse spatia tempore eodem a duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero motu æquabili juxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus, quod erat intentum.

THEOR. II. PROP. II.

Si aliquod Mobile motu uniformiter accelerato descendat ex quiete, spatia quibuscunque temporibus ab ipso peracta sunt inter se in duplicata ratione eorundem temporum: nempe ut eorundem temporum quadrata.

Intelligatur fluxus temporis ex aliquo primo instanti A repræsentari per extensionem A B, in qua sumantur duo quælibet tempora A D, A E; sitque H I linea, in qua mobile ex puncto H, tanquam primo motus principio, descendat uniformiter acceleratum; sitque spatium H L peractum primo tempore A D, H M vero sit spatium per quod descenderit in tempore A E. Dico spatium M H ad spatium H L esse in duplicata ratione ejus, quam habet tempus E A ad tempus A D. Seu dicamus, spatia M H, H L, eandem habere rationem quam habent quadrata E A, A D. Ponatur linea A C, quemcunque angulum cum ipsa A B continens; ex punctis vero D, E ductæ sint parallelæ D O, E P, quarum D O repræsentabit maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti D temporis A D; P E vero maximum gradum volocitatis acquisitæ in instanti E temporis A E. Quia vero supra demonstratum est, quod attinet ad spatia peracta, æqualia esse inter se illa, quorum alterum conficitur a mobili ex quiete motu uniformiter accelerato; alterum vero, quod tempore eodem conficitur a mobili motu æquabili delato, cujus velocitas subdupla sit maximæ in motu accelerato acquisitæ; constat, spatia M H, L H, esse eadem, quæ motibus æqualibus, quorum velocitates essent ut dimidiæ P E, O D, conficerentur in tempori-

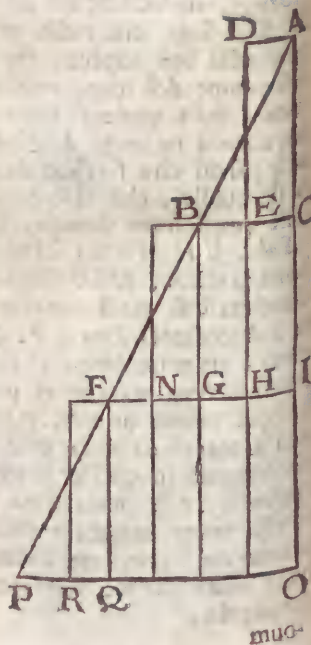
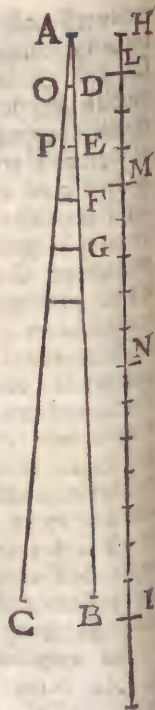
586

bus E A, D A. Si igitur ostensum fuerit, hæc spatia M H, L H, esse in duplicata ratione temporum E A, D A; intentum probatum erit. Verum in quarta propositione primi libri demonstratum est, mobilium æquabili motu latorum spatia peracta habere inter se rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum est eadem cum ratione temporum, (quam enim rationem habet dimidia P E ad dimidiam O D, seu tota P E ad totam O D, hanc habet A E ad A D,) ergo ratio spatiorum peractorum dupla est rationis temporum, quod erat demonstrandum.

Patet etiam hinc, eandem spatiorum rationem esse duplam rationis maximorum graduum velocitatis: nempe linearum P E, O D, cum sit P E ad O D, ut E A ad D A.

COROLLARIUM I.

Hinc manifestum est, quod si fuerint quotcunque tempora æqualia consequenter sumpta a primo instanti seu principio lationis, ut puta A D, D E, E F, F G, *quibus conficiantur spatia* H L, L M, M N, N I, *ipsa spatia erunt inter se, ut numeri impares ab unitate, scilicet ut* 1, 3, 5, 7. *Hæc enim est ratio excessuum quadratorum linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus est æqualis minimæ ipsarum: seu dicamus quadratorum sese ab unitate consequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur juxta seriem simplicem numerorum in temporibus æqualibus, spatia peracta iisdem temporibus incrementa suscipiunt juxta seriem numerorum imparium ab unitate.*

Sagr. Sospendete in grazia alquanto la lettura, mentre io vo ghiribizzando intorno a certo concetto pur ora cascatomi in mente, per la spiegazione del quale per mia, e per vostra più chiara intelligenza fo un poco di disegno, dove mi figuro per la linea A I la continuazione del tempo dopo il primo instante in A, applicando poi in A secondo qualsivoglia angolo la retta A F, e congiugnendo i termini I, F, diviso il tempo A I in mezzo in C, tiro la C B parallela alla I F. Considerando poi la C B, come grado massimo della velocità, che cominciando dalla quiete nel primo instante del tempo A, si andò augumentando secondo il crescimento delle parallele alla BC, prodotte nel triangolo A B C, (che è il medesimo, che crescere secondo che cresce il tempo,) ammetto senza controversia per i discorsi fatti fin qui, che lo spazio passato dal mobile cadente colla velocità accresciuta nel detto modo sarebbe eguale allo spazio, che passerebbe il medesimo mobile, quando si fosse nel medesimo tempo A C mosso di moto uniforme, il cui grado di velocità fosse eguale all' E C metà del BC. Passo ora più oltre, e figuratomi il mobile sceso con moto accelerato trovarsi nell' instante C, avere il grado di velocità B C, è manifesto, che se egli continuasse di

587

muo-

muoversi coll' istesso grado di velocità B C senza più accelerarsi, passerebbe nel seguente tempo C I, spazio doppio di quello, che si passò nell' egual tempo A C, col grado di velocità uniforme E C metà del grado B C. Ma perchè il mobile scende con velocità accresciuta sempre uniformemente in tutti i tempi eguali, aggiugnerà al grado C B nel seguente tempo C I quei momenti medesimi di velocità crescente secondo le parallele del triangolo B F G eguale al triangolo A B C. Sicchè aggiunto al grado di velocità G I la metà del grado F G, massimo degli acquistati nel moto accelerato, e regolati dalle parallele del triangolo B F G, avremo il grado di velocità I N, col quale di moto uniforme si sarebbe mosso nel tempo C I; il qual grado I N essendo triplo del grado E C convince lo spazio passato nel secondo tempo C I, dovere esser triplo del passato nel primo tempo C A. E se noi intenderemo essere aggiunta all' A I un' altra egual parte di tempo I O, ed accresciuto il triangolo sino in A P O, è manifesto, che quando si continuasse il moto per tutto il tempo I O col grado di velocità I F, acquistato nel moto accelerato nel tempo A I, essendo tal grado I F quadruplo dell' E C, lo spazio passato nel tempo I O sarebbe quadruplo del passato nell' egual primo tempo A C, ma continuando l' accrescimento dell' uniforme accelerazione nel triangolo F P Q, simile a quello del triangolo A B C, che ridotto a moto equabile aggiugne il grado eguale all' E C, aggiunto il Q R eguale all' E C, avremo tutta la velocità equabile esercitata nel tempo I O quintupla dell' equabile del primo tempo A C, e però lo spazio passato quintuplo del passato nel primo tempo A C. Vedesi dunque anco in questo semplice calcolo gli spazi passati in tempi eguali dal mobile, che partendosi dalla quiete va acquistando velocità, conforme all' accrescimento del tempo, esser tra di loro come i numeri impari *ab unitate* 1. 3. 5. e congiuntamente presi gli spazi passati, il passato nel doppio tempo esser quadruplo del passato nel suddupl o, il passato nel tempo triplo esser nonuplo, ed in somma gli spazi passati essere in duplicata proporzione de i tempi, cioè come i quadrati di essi tempi.

Simpl. Io veramente ho preso più gusto in questo semplice, e chiaro discorso del Sig. Sagr. che nella per me più oscura dimostrazione dell' Autore: sicchè io resto assai ben capace, che il negozio debba succeder così, posta, e ricevuta la definizione del moto uniformemente accelerato. Ma se tale sia poi l' accelerazione, della quale si serve la natura nel moto de i suoi gravi discendenti, io per ancora ne resto dubbioso, e però per intelligenza mia, e di altri simili a me, parmi che sarebbe stato opportuno in questo luogo arrecar qualche esperienza di quelle, che si è detto esservene molte, che in diversi casi s' accordano colle conclusioni dimostrate. 588

Salv. Voi da vero scienziato fate una ben ragionevol domanda, e così si costuma, e conviene nelle scienze, le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrazioni matematiche, come si vede ne i Perspettivi, negli Astronomi, ne i Meccanici, ne i Musici, ed altri, li quali con sensate esperienze confermano i principj loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura: e però non voglio, che ci paja superfluo, se con troppa lunghezza avremo discorso sopra questo primo, e massimo fondamento, sopra il quale s' appoggia l' immensa macchina d' infinite conclusioni, delle quali solamente una piccola parte ne abbiamo in questo libro poste dall' Autore, il quale avrà fatto assai ad aprir l' ingresso, e la porta stata fin' or serrata agl' ingegni speculativi. Circa dunque all' esperienze non ha tralasciato l' Autor di farne, e per assicurarsi che l' accelerazione de i gravi naturalmente discendenti segua nella proporzione sopraddetta, molte volte mi son ritrovato io a farne la prova nel seguente modo, in sua compagnia.

In

In un regolo, o vogliam dir corrente di legno lungo circa 12. braccia, e largo per un verso mezzo braccio, e per l' altro 3. dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto poco più largo di un dito. Tiratolo dirittissimo, e per averlo ben pulito, e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata, e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo ben rotondata, e pulita. Costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizzontale una delle sue estremità, un braccio, o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per lo detto canale la palla, notando nel modo, che appresso dirò, il tempo, che consumava nello scorrerlo tutto: replicando il medesimo atto molte volte, per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel quale non si trovava mai differenza, nè anco della decima parte di una battuta di polso. Fatta, e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso canale: e misurato il tempo della sua scesa, si trovava sempre puntualissimamente esser la metà dell' altro. E facendo poi l' esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, e con quello delli $\frac{2}{3}$ o de i $\frac{3}{4}$ o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s' incontrava gli spazi passati esser tra di loro come i quadrati de i tempi: e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale, nel quale si faceva scender la palla. Dove osservammo ancora i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantenere esquisitamente tra di loro quella proporzione, che più a basso troveremo essergli assegnata, e dimostrata dall' Autore. Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena di acqua attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino saldatogli nel fondo, versava un sottil filo di acqua, che si andava ricevendo con un picciol bicchiere per tutto il tempo, che la palla scendeva nel canale, e nelle sue parti: le particelle poi dell' acqua in tal guisa raccolte si andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando; dandoci le differenze, e proporzioni de i pesi loro le differenze, e proporzioni de i tempi: e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni molte, e molte volte replicate giammai non differivano di un notabil momento.

589

Simp. Gran soddisfazione avrei ricevuta nel trovarmi presente a tali esperienze, ma sendo certo della vostra diligenza nel farle, e fedeltà nel riferirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime, e vere.

Salv. Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare avanti.

COROLLARIUM II.

Colligitur secundo, quod si a principio lationis sumantur duo spatia quælibet, quibuslibet temporibus peracta, tempora ipsorum erunt inter se, ut alterum eorum ad spatium medium proportionale inter ipsa. Sumptis enim a principio lationis S *duobus spatiis* S T, S V*; quorum medium sit proportionale* S X*; tempus casus per* S T *ad tempus casus per* S V *erit, ut* S T *ad* S X*: seu dicamus, tempus per* S V *ad tempus per* S T *esse, ut* V S *ad* S X. *Cum enim demonstratum sit, spatia peracta esse in duplicata ratione temporum, seu (quod idem est) esse ut temporum quadrata; ratio autem spatii* V S *ad spatium* S T *sit dupla rationis* V S *ad* S X, *seu sit eadem, quam habent quadrata* V S, S X*; patet, rationem temporum lationum per* S V, S T *esse, ut spatiorum, seu linearum* V S, S X.

S
T
X
V

SCHOLIUM.

Id autem, quod demonstratum est in lationibus peractis in perpendiculis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcunque inclinatis; in iisdem enim assumptum est accelerationis gradus eadem ratione augeri, nempe secundum tem-

temporis incrementum, seu dicas secundum simplicem, ac primam numerorum seriem.

Salv. Qui vorrei, Sig. Sagredo, che a me ancora fosse permesso, sebben forse con troppo tedio del Sig. Simplicio, il differir per un poco la presente lettura, fin ch'io possa esplicare quanto dal detto è dimostrato fin'ora, e congiuntamente dalla notizia di alcune conclusioni meccaniche apprese già dal nostro Accademico, sovviemmi adesso di poter soggiugnere per maggior confermazione della verità del principio, che sopra con probabili discorsi, ed esperienze fu da noi esaminato; anzi quello più importa per geometricamente concluderlo, dimostrando prima un sol Lemma elementare nella contemplazione degl' impeti.

Sagr. Mentre tale debba esser l' acquisto, quale V. S. ci promette, non vi è tempo, che da me volentierissimo non si spendesse, trattandosi di confermare, e interamente stabilire queste scienze del moto: e quanto a me non solo vi concedo il poter soddisfarvi in questo particolare, ma di più pregovi ad appagare quanto prima la curiosità, che mi avete in esso svegliata; e credo, che il Sig. Simplicio abbia ancora il medesimo sentimento.

Simp. Non posso dire altrimenti.

Salv. Giacchè dunque me ne date licenza, considerisi in primo luogo come effetto notissimo, che i momenti, o le velocità di un istesso mobile son diverse sopra diverse inclinazioni di piani, e che la massima è per la linea perpendicolarmente sopra l'orizzonte elevata, e che per l' altre inclinate si diminuisce tal velocità, secondo che quelle più dal perpendicolo si discostano, cioè più obbliquamente s'inclinano, onde l' impeto, il talento, l'energia, o vogliamo dire il momento del discendere vien diminuito nel mobile dal piano soggetto, sopra il quale esso mobile s'appoggia, e discende. 590

E per meglio dichiararmi, intendasi la linea A B, perpendicolarmente eretta sopra l'orizzonte A C; pongasi poi la medesima in diverse inclinazioni verso l'orizzonte piegata, come in A D, A E, A F, ec. dico l'impeto massimo, e totale del grave per discendere esser per la perpendicolare B A, minor di questo per la D A, e minore ancora per la E A, e successivamente andarsi diminuendo per la più inclinata F A, e finalmente esser del tutto estinto nella orizzontale C A, dove il mobile si trova indifferente al moto, e alla quiete, e non ha per se stesso inclinazione di muoversi verso alcuna parte, nè meno alcuna resistenza all' esser mosso; poichè siccome è impossibile, che un grave, o un composto di essi si muova naturalmente all' in su discostandosi dal comun centro, verso dove conspirano tutte le cose gravi, così è impossibile, che egli spontaneamente si muova, se con tal moto il suo proprio centro di gravità non acquista avvicinamento al suddetto centro comune: onde sopra l'orizzontale, che qui s'intende per una superficie egualmente lontana dal medesimo centro, e perciò affatto priva d' inclinazione, nullo sarà l'impeto, o momento di detto mobile. Appresa questa mutazione d'impeto, mi fa qui mestier esplicare quello, che in un antico trattato di meccaniche scritto già in Padova dal nostro Accademico sol per uso de' suoi Discepoli fu diffusamente, e concludentemente dimostrato, in occasione di considerare l' origine, e natura del maraviglioso strumento della vite, ed è, con qual proporzione si faccia tal mutazione d' impeto, per diverse inclinazioni de' piani, come per esempio, del piano inclinato A F, tirando la

sua

ſua elevazione ſopra l'orizzonte, cioè la linea F C, per la quale l'impeto di un grave, ed il momento del diſcendere è il maſſimo, cercaſi qual proporzione abbia queſto momento al momento dell'iſteſſo mobile per l' inclinata F A. Qual proporzione dico eſſer reciproca delle dette lunghezze, e queſto ſia il Lemma da premetterſi al Teorema, che dopo io ſpero di poter dimoſtrare. Qui è manifeſto tanto eſſer l' impeto del diſcendere di un grave, quanta è la reſiſtenza, o forza minima, che baſta per proibirlo, e fermarlo: per tal forza, e reſiſtenza, e ſua miſura, mi voglio ſervire della gravità di un altro mobile. Intendaſi ora ſopra il piano F A poſare il mobile G legato con un filo, che cavalcando ſopra l'F abbia attaccato un peſo H, e conſideriamo, che lo ſpazio della ſceſa, o ſalita a perpendicolo di eſſo, è ben ſempre eguale a tutta la ſalita, o ſceſa dell' altro mobile G per l' inclinata A F, ma non già alla ſalita, o ſceſa a perpendicolo, nella qual ſola eſſo mobile G (ſiccome ogni altro mobile) eſercita la ſua reſiſtenza, il che è manifeſto; imperocchè conſiderando nel triangolo A F C il moto del mobile G, per eſempio all' in ſu da A in F, eſſer compoſto del traſverſale orizzontale A C, e del perpendicolare C F, ed eſſendo che quanto all' orizzontale neſſuna, come ſi è detto, è la reſiſtenza del medeſimo all' eſſer moſſo (non facendo con tal moto perdita alcuna, nè meno acquiſto in riguardo della propria diſtanza dal comun centro delle

591 coſe gravi, che nell' orizzonte ſi conſerva ſempre l' iſteſſa) reſta la reſiſtenza eſſer ſolamente riſpetto al dover ſalire la perpendicolare C F. Mentre che dunque il grave G movendoſi da A in F reſiſte ſolo nel ſalire lo ſpazio perpendicolare C F, ma che l' altro grave H ſcende a perpendicolo neceſſariamente, quanto tutto lo ſpazio F A, e che tal proporzione di ſalita, e ſceſa ſi mantiene ſempre l' iſteſſa, poco o molto che ſia il moto de i detti mobili (per eſſer collegati inſieme) poſſiamo aſſertivamente affermare, che quando debba ſeguire l' equilibrio, cioè la quiete tra eſſi mobili, i momenti, le velocità, o le lor propenſioni al moto, cioè gli ſpazi, che da loro ſi paſſerebbero nel medeſimo

tempo, devon riſpondere reciprocamente alle loro gravità, ſecondo quello, che in tutti i caſi de' movimenti meccanici ſi dimoſtra, ſicchè baſterà per impedire la ſceſa del G, che lo H ſia tanto men grave di quello, quanto a proporzione lo ſpazio C F è minore dello ſpazio F A. Sia fatto dunque come F A ad F C, così il grave G al grave H, che allora ſeguirà l' equilibrio, cioè i gravi H, G averanno momenti eguali, e ceſſerà il moto de i detti mobili. E perchè ſiamo convenuti, che di un mobile tanto ſia l' impeto, l' energia, il momento, o la propenſione al moto, quanta è la forza, o reſiſtenza minima, che baſta a fermarlo, e s' è concluſo, che il grave H è baſtante a proibire il moto al grave G, adunque il minor peſo H, che nella perpendicolare F C eſercita il ſuo momento totale, ſarà la preciſa miſura del momento parziale, che il maggior peſo G eſercita per lo piano inclinato F A, ma la miſura del total momento del medeſimo grave G è egli ſteſſo, (poichè per impedire la ſceſa perpendicolare di un grave ſi richiede il contraſto di altrettanto grave, che pur ſia in libertà di moverſi perpendicolarmente) adunque l' impeto, o momento parziale del G per l' inclinata F A all' impeto maſſimo, e totale dell' iſteſſo G per la perpendicolare F C ſtarà, come il peſo H al peſo G, cioè per la coſtruzione come eſſa perpendicolare F C, elevazione dell' inclinata, alla medeſima inclinata,

ta F A, che è quello, che per Lemma si propose di dimostrare, che dal nostro Autore, come vedranno, vien supposto per noto nella seconda parte della sesta proposizione del presente trattato.

Sagr. Da questo, che V. S. ha concluso fin qui, parmi che facilmente si possa dedurre, argomentando *ex æquali* colla proporzione perturbata, che i momenti dell' istesso mobile, per piani diversamente inclinati come F A, F I, che abbiano l' istessa elevazione, son fra loro in reciproca proporzione de' medesimi piani.

Salv. Verissima conclusione. Fermato questo, passerò adesso a dimostrare il Teorema, cioè, che

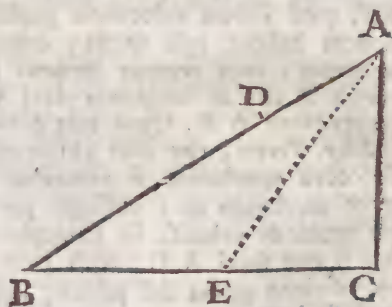
I gradi di velocità di un mobile discendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsivoglia modo inclinati, all' arrivo all' orizzonte son sempre eguali, rimossi gli impedimenti.

Qui deesi prima avvertire, che stabilito, che in qualsivogliano inclinazioni il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocità, o la quantità dell' impeto colla proporzione del tempo (secondo la diffinizione data dall' Autore al moto naturalmente accelerato) onde, come egli ha per l' antecedente proposizione dimostrato, gli spazj passati sono in duplicata proporzione de' tempi, e conseguentemente de' gradi di velocità; quali furono gl' impeti nella prima mossa, tali proporzionalmente saranno i gradi dalle velocità guadagnati nell' istesso tempo, poichè e questi, e quelli crescono colla medesima proporzione nel medesimo tempo.

592

Ora sia il piano inclinato A B, la sua elevazione sopra l' orizzonte la perpendicolare A C, e l' orizzontale C B, e perchè, come poco fa si è concluso, l' impeto di un mobile per la perpendicolare A C all' impeto del medesimo per l' inclinata A B sta, come A B ad A C, prendasi nell' inclinata A B la A D terza proporzionale delle A B, A C, l' impeto dunque per A C all' impeto per la A B, cioè per la A D, sta come la A C all' A D, e perciò il mobile nell' istesso tempo, che passerebbe lo spazio perpendicolare A C, passerà ancora lo spazio A D nell' inclinata A B, (essendo i momenti come gli spazj) ed il grado di velocità in C al grado di velocità in D averà la medesima proporzione della A C alla A D; ma il grado di velocità in B al medesimo grado in D sta, come il tempo per A B al tempo per A D, per la diffinizione del moto accelerato, ed il tempo per A B al tempo per A D sta, come la medesima A C media tra le B A, A D, alla A D, per l' ultimo corollario della seconda proposizione, adunque i gradi in B, ed in C, al grado in D, hanno la medesima proporzione della A C alla A D, e però sono eguali, che è il Teorema, che intesi di dimostrare.

Di questo potremo più concludentemente provare la seguente terza proposizione dell' Autore, nella quale egli si vale del principio, ed è, che il tempo per l' inclinata al tempo per la perpendicolare, ha l' istessa proporzione di essa inclinata, e perpendicolare. Imperocchè diciamo, quando B A sia il tempo per A B, il tempo per A D sarà la media tra esse, cioè la A C, per lo secondo Corollario della seconda proposizione; ma quando A C sia il tempo per A D, sarà anco il tempo per A C, per essere le A D, A C scorse in tempi eguali, e però quando B A sia il tempo per A B, A C sarà il tem-

tempo per A C, adunque come A B ad A C, così il tempo per A B, al tempo per A C.

Col medesimo discorso si proverà, che il tempo per A C al tempo per altra inclinata A E sta, come la A C alla A E; adunque *ex æquali* il tempo per l' inclinata A B al tempo dell' inclinata A E sta omologamente, come la A B alla A E, ec.

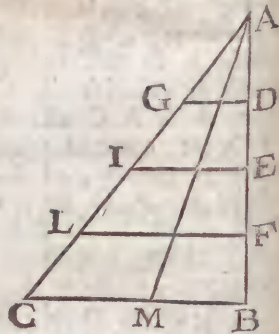
Potevasi ancora dall' istesso progresso del Teorema, come vedrà benissimo il Sig. Sagr. dimostrar immediatamente la sesta proposizione dell' Autore; ma basti per ora tal digressione, che forse gli è riuscita troppo tediosa, benchè veramente di profitto in queste materie del moto.

Sagr. Anzi di mio grandissimo gusto, e necessarissima alla perfetta intelligenza di quel principio.

Salv. Ripiglierò dunque la lettura del testo.

THEOR. III. PROP. III.

Si super plano inclinato, atque in perpendiculo, quorum eadem sit altitudo, feratur ex quiete idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut plani ipsius, & perpendiculi longitudines.

Sit planum inclinatum AC, & perpendiculum A B, quorum eadem sit altitudo supra horizontem C B, nempe ipsamet linea B A: Dico, tempus descensus 593 ejusdem mobilis super plano A C, ad tempus casus in perpendiculo A B, eam habere rationem, quam habet longitudo plani A C ad ipsius perpendiculi A B longitudinem. Intelligantur enim quotlibet lineæ D G, E I, F L, horizonti C B parallelæ: constat ex assumpto, gradus velocitatis mobilis ex A primo motus initio in punctis G D acquisitos esse æquales, cum accessus ad horizontem equales sint: similiter gradus in punctis I, E iidem erunt: nec non gradus in L, & F. Quod si non hæ tantum parallelæ, sed ex punctis omnibus lineæ A B usque ad lineam A C protractæ intelligantur; momenta, seu gradus velocitatum in terminis singularum parallelarum semper erunt inter se paria. Conficiantur itaque spatia duo A C, A B iisdem gradibus velocitatis. Sed demonstratum est, quod si duo spatia conficiantur a mobili, quod iisdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipsa spatia, eandem habent tempora lationum, ergo tempus lationis per A C ad tempus per A B est, ut longitudo plani A C ad longitudinem perpendiculi A B. Quod erat demostrandum.

Sagr. Parmi, che assai chiaramente, e con brevità si poteva concludere il medesimo, essendosi già concluso, che la somma del moto accelerato de i passaggi per A C, A B è quanto il moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo al grado massimo C B; essendo dunque passati li due spazi A C, A B coll' istesso moto equabile, già è manifesto per la proposizione prima del primo, che i tempi de' passaggi saranno come gli spazi medesimi.

COROLLARIUM.

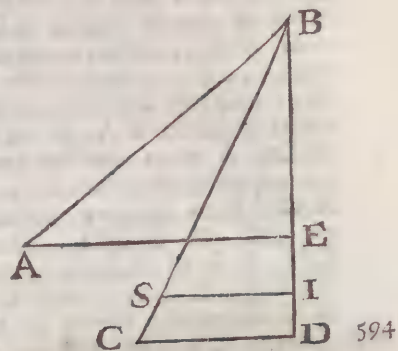
Hinc colligitur, tempora descensuum super planis diversimode inclinatis, dum tamen eorum eadem sit elevatio, esse inter se, ut eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum A M *ex* A *ad eundem horizontem* C B *terminatum, demon-*

monstrabitur pariter, tempus descensus per A M *ad tempus per* A B *esse, ut linea* A M *ad* A B; *ut autem tempus* A B *ad tempus per* A C, *ita linea* A B *ad* A C: *ergo ex æquali, ut* A M *ad* A C, *ita tempus per* A M *ad tempus per* A C.

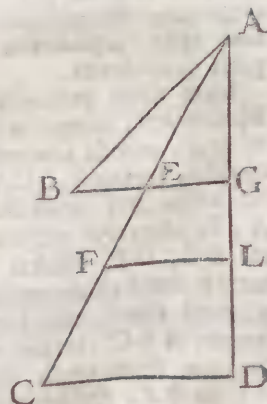
THEOR. IV. PROP. IV.

Tempora lationum super planis æqualibus, sed inæqualiter inclinatis sunt inter se in subdupla ratione elevationum eorumdem planorum permutatim accepta.

594

Sint ex eodem termino B plana æqualia, sed inæqualiter inclinata, B A, B C, & ductis A E, C D lineis horizontalibus ad perpendiculum usque B D: esto plani B A elevatio B E, plani vero B C elevatio sit B D, & ipsarum elevationum D B, B E media proportionalis sit B I; constat, rationem D B ad B I esse subduplam rationis D B ad B E. Dico jam, rationem temporum descensuum, seu lationum super planis B A, B C, esse eandem cum ratione D B ad B I permutatim assumpta: ut scilicet temporis per B A homologa sit elevatio alterius plani B C, nempe B D, temporis vero per B C homologa sit B I. Demonstrandum proinde est, tempus per B A ad tempus per B C esse, ut D B ad B I. Ducatur I S, ipsi D C æquidistans; & quia jam demonstratum est, tempus descensus per B A ad tempus casus per perpendiculum B E esse, ut ipsa B A ad B E: tempus vero per B E ad tempus per B D, ut B E ad B I, tempus vero per B D ad tempus per B C, ut B D ad B C, seu B I ad B S; ergo ex æquali tempus per B A ad tempus per B C erit, ut B A ad B S, seu C B, ad B S, est autem C B ad B S, ut D B ad B I; ergo patet propositum.

THEOR. V. PROP. V.

Ratio temporum descensuum super planis, quorum diversæ sint inclinationes, & longitudines, nec non elevationes inæquales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum planorum, & ex ratione subdupla elevationum eorundem permutatim accepta.

Sint plana A B, A C diversimode inclinata, quorum longitudines sint inæquales & inæquales quoque elevationes. Dico, rationem temporis descensus per A C ad tempus per A B compositam esse ex ratione ipsius A C ad A B, & ex subdupla elevationum earundem permutatim accepta. Ducatur enim perpendiculum A D, cui occurrant horizontales B G, C D, & inter elevationes D A, A G media sit A L; ex puncto vero L ducta parallela horizonti occurrat plano A C in F, erit quoque A F media inter C A, A E. Et quia tempus per A C ad tempus per A E est, ut linea F A ad A E, tempus vero per A E ad tempus per A B, ut eadem A E ad eandem A B: patet, tempus per A C ad tempus per A B esse, ut A F ad A B. Demonstrandum itaque restat, rationem A F ad A B componi ex ratione C A ad A B, & ex

ratione G A ad A L, quæ eſt ratio ſubdupla elevationum D A, A G permutatim accepta. Id autem manifeſtum fit, poſita C A inter F A, A B: ratio enim F A ad A C eſt eadem cum ratione L A ad A D, ſeu G A ad A L; quæ eſt ſubdupla rationis elevationum G A, A D, & ratio C A ad A B eſt ipſamet ratio longitudinum, ergo patet propoſitum.

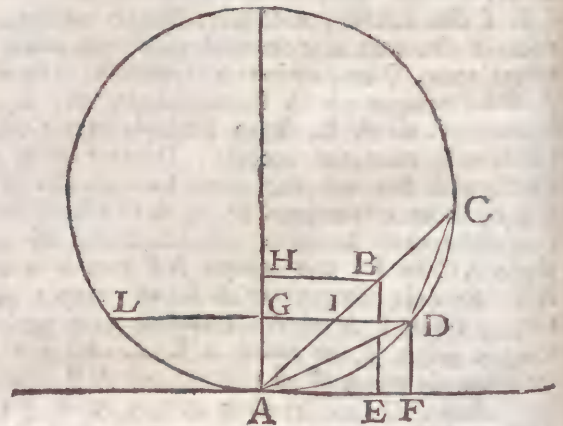
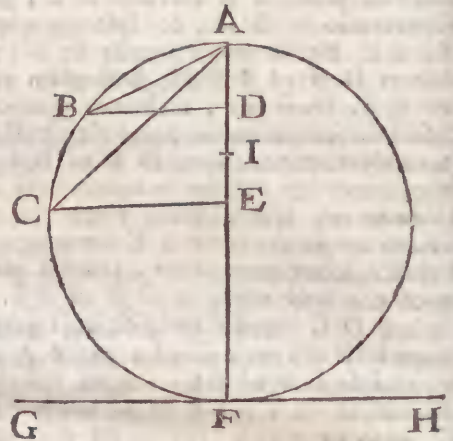
THEOR. VI. PROP. VI.

Si a puncto ſublimi, vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quælibet plana uſque ad circumferentiam inclinata, tempora deſcenſuum per ipſa erunt æqualia.

Sit circulus ad horizontem G H erectus, cujus ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali ſit erecta diameter F A, & ex puncto ſublimi A plana quælibet inclinentur uſque ad circumferentiam A B, A C. Dico tempora deſcenſuum per ipſa eſſe æqualia. Ducantur B D, C E ad diametrum perpendiculares, & inter planorum E A, A D altitudines media ſit propor-

595 tionalis A I. Et quia rectangula F A E, F A D æqualia ſunt quadratis A C, A B; ut autem rectangulum F A E ad rectangulum F A D, ita E A ad A D; ergo ut quadratum C A ad quadratum A B, ita E A linea ad lineam A D. Verum ut linea E A ad D A, ita quadratum I A ad quadratum A D; ergo quadrata linearum C A, A B ſunt inter ſe, ut quadrata linearum I A, A D, & ideo ut C A linea ad A B, ita I A ad A D. At in præcedenti demonſtratum eſt, rationem temporis deſcenſus per A C, ad tempus deſcenſus per A B, componi ex rationibus C A ad A B & D A ad A I, quæ eſt eadem cum ratione B A ad A C; ergo ratio temporis deſcenſus per A C ad tempus deſcenſus per A B componitur ex rationibus C A ad A B, & B A ad A C. Eſt igitur ratio eorumdem temporum ratio æqualitatis, ergo patet propoſitum.

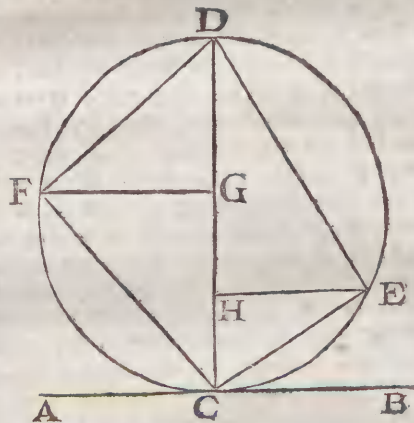
Idem aliter demonſtratur ex Mechanicis, nempe in ſequenti figura mobile temporibus æqualibus pertranſire C A, D A. Sit enim B A æqualis ipſi D

596 A, & ducantur perpendiculares B E, D F, conſtat ex elementis mechanicis momentum ponderis ſuper plano ſecundum lineam A B C elevato ad momentum ſuum totale eſſe, ut B E ad B A, ejuſdemque ponderis momentum ſuper elevatione

tione A D ad totale ſuum momentum eſſe, ut D F ad D A, vel B A: ergo ejuſdem ponderis momentum ſuper plano ſecundum D A inclinato ad momentum ſuper inclinatione ſecundum A B C eſt, ut linea D F ad lineam B E. Quare ſpatia, quæ pertranſibit idem pondus temporibus æqualibus ſuper inclinationibus C A, D A, erunt inter ſe, ut lineæ B E, D F, ex propoſitione ſecunda primi libri. Verum ut B E ad D F, ita demonſtratur ſe habere A C ad D A; ergo idem mobile temporibus æqualibus pertranſit lineas C A, D A

Eſſe autem ut B E ad D F, ita C A ad D A, ita demonſtratur:

Jungatur C D, & per D, & B ipſi A F parallelæ agantur D G L, ſecans C A in puncto I, & B H: eritque angulus A D I æqualis angulo D C A, cum circunferentiis L A, A D æqualibus inſiſtant, eſtque angulus D A C communis: ergo triangulorum æquiangulorum C A D, D A I latera circa æquales angulos proportionalia erunt, & ut C A ad A D, ita D A ad A I, id eſt B A ad A I, ſeu H A ad A G, hoc eſt B E ad D F: quod erat probandum.

Aliter idem magis expedite demonſtrabitur ſic.

Sit ad horizontem A B erectus circulus, cujus diameter C D ad horizontem ſit perpendicularis; ex termino autem ſublimi D inclinetur ad circumferentiam uſque quodlibet planum D F. Dico deſcenſum per planum D F, & caſum per diametrum D C ejuſdem mobilis temporibus æqualibus abſolvi. Ducatur enim F G horizonti A B parallela, quæ erit ad diametrum D C perpendicularis, & connectatur F C; & quia tempus caſus per D C ad tempus caſus per D G eſt, ut media proportionalis inter C D, D G ad ipſam D G: media autem inter C D, D G eſt D F, cum angulus D F C in ſemicirculo ſit rectus, & F G perpendicularis ad D C: tempus itaque caſus per D C ad tempus caſus per D G eſt ut linea F D ad D G. Sed jam demonſtratum eſt, tempus deſcenſus per D F ad tempus caſus per D G eſſe, ut eadem linea D F ad D G; tempora igitur deſcenſus per D F, & caſus per D C ad idem tempus caſus per D G eandem habent rationem, ergo ſunt æqualia. Similiter demonſtrabitur, ſi ab imo termino C elevetur corda C E ducta E H horizonti parallela, & juncta E D, tempus deſcenſus per E C, æquari tempori caſus per diametrum D C.

COROLLARIUM I.

Hinc colligitur, tempora deſcenſuum per chordas omnes ex terminis C, ſeu D perductas eſſe inter ſe æqualia.

COROLLARIUM II.

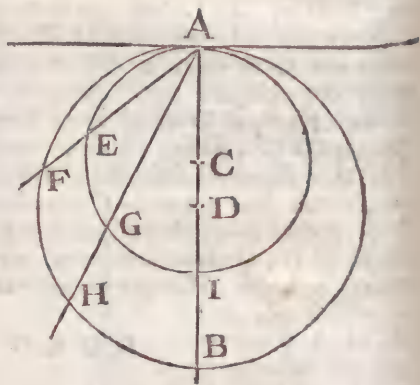
Colligitur etiam, quod ſi ab eodem puncto deſcendant perpendiculum & planum inclinatum, ſuper quæ deſcenſus fiant temporibus æqualibus, eadem eſſe in ſemicirculo, cujus diameter eſt perpendiculum ipſum. 597

COROLLARIUM III.

Hinc colligitur lationum tempora ſuper planis inclinatis tunc eſſe æqualia, quando

do elevationes partium æqualium eorundem planorum fuerint inter ſe, ut eorundem planorum longitudines: oſtenſum enim eſt, tempora per C A, D A *in penultima figura eſſe æqualia, dum elevatio partis* A B *æqualis* A D, *nempe* B E, *ad elevationem* D F *fuerit, ut* C A *ad* D A.

Sagr. Soſpenda in grazia V. S. per un poco la lettura delle coſe, che ſeguono, ſin che io mi vo riſolvendo ſopra certa contemplazione, che pur ora mi ſi rivolge per la mente, la quale, quando non ſia una fallacia, non è lontana dall' eſſere uno ſcherzo grazioſo, quali ſon tutti quelli della natura, o della neceſſità.

E' manifeſto, che ſe da un punto ſegnato in un piano orizzontale ſi faranno produr ſopra il medeſimo piano infinite linee rette per tutti i verſi, ſopra ciaſcuna delle quali s'intenda muoverſi un punto con moto equabile, cominciandoſi a muover tutti nell'iſteſſo momento di tempo dal ſegnato punto, e che ſieno le velocità di tutti eguali, ſi verranno conſeguentemente a figurar da eſſi punti mobili circonferenze di cerchi tuttavia maggiori e maggiori, concentrici tutti intorno al primo punto ſegnato, giuſto in quella maniera, che vediamo farſi dall'ondette dell'acqua ſtagnante, dopo che da alto vi ſia caduto un ſaſſetto, la percoſſa del quale ſerve per dar principio di moto verſo tutte le parti, e reſta come centro di tutti i cerchi, che vengon diſegnati ſucceſſivamente maggiori e maggiori da eſſe ondette. Ma ſe noi intenderemo un piano eretto all' orizzonte, ed in eſſo piano notato un punto ſublime, dal quale ſi partano infinite linee inclinate ſecondo tutte le inclinazioni, ſopra le quali ci figuriamo diſcender mobili gravi, ciaſcheduno con moto naturalmente accelerato con quelle velocità, che alle diverſe inclinazioni convengono; poſto che tali mobili diſcendenti fuſſer continuamente viſibili, in che ſorte di linee gli vedremo noi continuamente diſpoſti? Qui naſce la mia maraviglia, mentre le precedenti dimoſtrazioni mi aſſicurano, che ſi vedranno ſempre tutti nell' iſteſſa circonferenza di cerchi ſucceſſivamente creſcenti, ſecondo che i mobili nello ſcendere ſi vanno più e più ſucceſſivamente allontanando dal punto ſublime, dove fu il principio della lor caduta, e per meglio dichiararmi ſegniſi il punto ſublime A, dal quale diſcendano linee ſecondo qualſivogliano inclinazioni A F, A H, e la perpendicolare A B, nella quale preſi i punti C, D deſcrivanſi intorno ad eſſi cerchi, che paſſino nel punto A, ſegando le linee inclinate nei punti F H B, E G I. E' manifeſto, per le antecedenti dimoſtrazioni, che partendoſi nell' iſteſſo tempo dal termine A mobili diſcendenti per eſſe linee, quando l'uno ſarà in E, l' altro ſarà in G, e l' altro in I, e così continuando di ſcendere ſi troveranno nell'

598

iſteſſo momento di tempo in F, H, B, e continuando di muoverſi queſti, ed altri infiniti per le infinite diverſe inclinazioni ſi troveranno ſempre ſucceſſivamente nelle medeſime circonferenze fatte maggiori e maggiori in infinito. Dalle due ſpecie dunque di moti, delle quali la natura ſi ſerve, naſce con mirabil corriſpondente diverſità la generazione di cerchi infiniti. Quella ſi pone, come in ſua ſede, e principio originario nel centro d'infiniti cerchi concentrici, queſta ſi coſtituiſce nel contatto ſublime delle infinite circonferenze di cerchi tutti tra loro eccentrici. Quelli naſcono da moti tutti eguali, ed equabili; queſti da moti

ti tutti sempre inequabili in se stessi, e diseguali l'uno dall' altro tutti, che sopra le differenti infinite inclinazioni si esercitano. Ma più aggiunghiamo, che se dai due punti assegnati per le emanazioni noi intenderemo eccitarsi linee non per due superficie sole orizzontale, ed eretta, ma per tutti i versi, siccome da quelle, cominciandosi da un sol punto, si passava alla produzione di cerchi dal minimo al massimo, così cominciandosi da un sol punto si verranno producendo infinite sfere, o vogliam dire una sfera, che in infinite grandezze si andrà ampliando. E questo in due maniere: cioè, o col por l'origine nel centro, ovvero nella circonferenza di tali sfere.

Salv. La contemplazione è veramente bellissima, e proporzionata all' ingegno del Sig. Sagr.

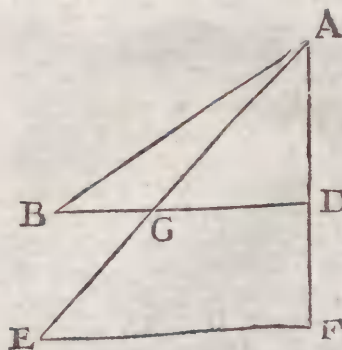
Simp. Io restando almeno capace della contemplazione sopra le due maniere del prodursi colli due diversi moti naturali i cerchi, e le sfere, sebbene della produzione dipendente dal moto accelerato, e della sua dimostrazione non son del tutto intelligente, tuttavia quel potersi assegnare per luogo di tale emanazione tanto il centro infimo, quanto l' altissima sferica superficie, mi fa credere, che possa essere, che qualche gran mistero si contenga in queste vere, ed ammirande conclusioni, mistero dico attenente alla creazione dell' Universo, il quale si stima essere di forma sferica, ed alla residenza della prima causa.

Salv. Io non ho repugnanza al creder l' istesso, ma simili profonde contemplazioni si aspettano a più alte dottrine, che le nostre. Ed a noi dee bastare d' esser quei men degni artefici, che dalle fodine scuoprono, e cavano i marmi, nei quali poi gli scultori industri fanno apparire maravigliose immagini, che sotto rozza, ed informe scorza stavano ascose. Or se così vi piace, seguiremo avanti.

THEOR. VII. PROP. VII.

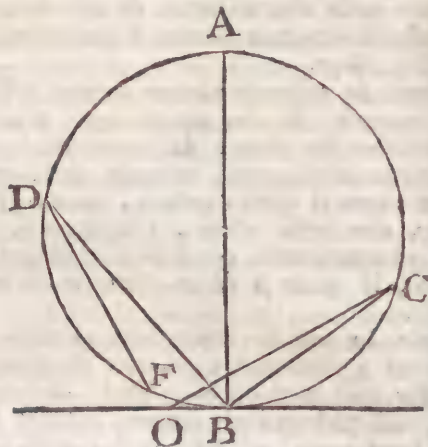
Si elevationes duorum planorum duplam habuerint rationem ejus, quam habeant eorundem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipsis, temporibus æqualibus absolventur.

Sint plana inæqualia, & inæqualiter inclinata A E, A B, quorum elevationes sint F A, D A, & quam rationem habet A E ad A B, eandem duplicatam habeat F A ad D A. Dico tempora lationum super planis A E, A B ex quiete in A esse æqualia. Ductæ sint parallelæ horizontales ad lineam elevationum E F, & B D, quæ secet A E in G. Et quia ratio F A ad A D dupla est rationis E A ad A B, & ut F A ad A D, ita E A ad A G; ergo ratio E A ad A G dupla est rationis E A ad A B; ergo A B media est inter E A, A G, & quia tempus descensus per A B ad tempus per A G est, ut A B ad A G, tempus autem descensus per A G ad tempus per A E est, ut A G ad mediam inter A G, A E, quæ est A B; ergo ex æquali tempus per A B ad tempus per A E est, ut A B ad se ipsam: sunt igitur tempora æqualia; quod erat demonstrandum.

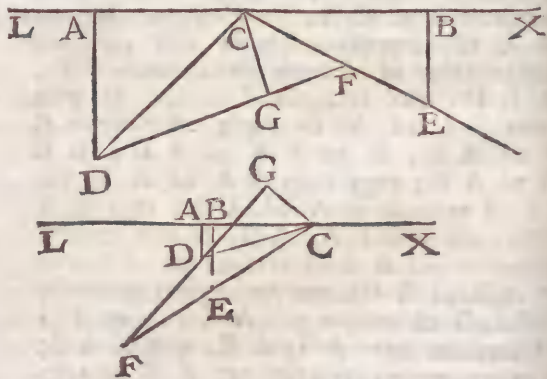
599

THEO-

THEOR. VIII. PROP. VIII.

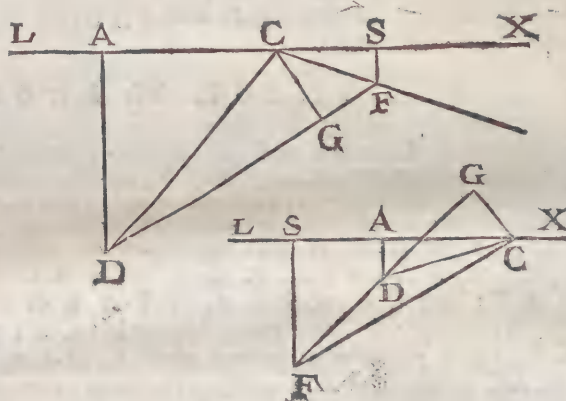
In planis ab eodem sectis circulo ad horizontem erecto, in iis, quæ cum termino diametri erecti conveniunt, sive imo, sive sublimi, lationum tempora sunt æqualia tempori casus in diametro: in illis vero, quæ ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breviora: in eis tandem, quæ diametrum secant, sunt longiora.

Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis A B. De planis ex terminis A, B ad circumferentiam usque productis, quod tempora lationum super eis sint æqualia, jam demonstratum est. De plano D F ad diametrum non pertingente, quod tempus descensus in eo sit brevius, demonstratur ducto plano D B, quod & longius erit, & minus declive, quam D F; ergo tempus per D F brevius, quam per D B, hoc est per A B. De plano vero diametrum secante, ut C O; quod tempus descensus in eo sit longius, itidem constat: est enim & longius, & minus declive, quam C B: ergo patet propositum.

THEOR. IX. PROP. IX.

Si a puncto in linea horizonti parallela duo plana utcunque inclinentur, & a linea secentur, quæ cum ipsis angulos faciat permutatim æquales angulis ab iisdem planis, & horizontali contentis, lationes in partibus a dicta linea sectis, temporibus æqualibus absolventur.

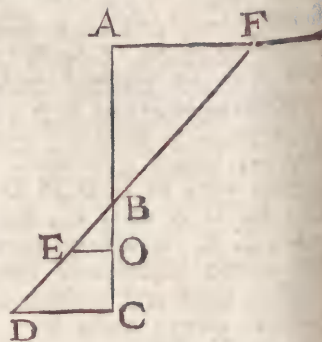
Ex puncto C horizontalis lineæ X, duo plana utcumque inflectantur C D, C B, & in quolibet puncto lineæ C D constituatur angulus C D F, angulo X C E æqualis: secet autem linea D F planum C E in F, adeo ut anguli C D F, C F D, angulis X C E, L C D permutatim sumptis sint æquales. Dico, tempora descensuum per C D, C F esse equalia. Quod autem (posito angulo C D F æquali angulo X C E) angulus C F D sit æqualis angulo D C L, manifestum est. Dempto enim angulo communi D C F, ex tribus angulis trianguli C D F, æqualibus duobus rectis, quibus æquantur anguli omnes ad lineam L X in puncto C constitutis, remanent in triangulo duo C D F,

600

F, C F D, duobus X C E, L C D æquales: positus autem est C D F ipsi X C E ęqualis: ergo reliquus C F D reliquo D C L. Ponatur planum C E ęquale plano C D, & ex punctis D, E perpendiculares agantur D A, E B ad horizontalem X L, ex C vero ad D F ducatur perpendicularis C G. Et quia angulus C D G angulo E C B est ęqualis, & recti sunt D G C, C B E, erunt trianguli C D G, C B E ęquianguli, & ut D C ad C G, ita C E ad E B: est autem D C ęqualis C E; ergo C G ęqualis erit B E. Cumque triangulorum D A C, C G F, anguli D C A, C A D angulis G F C, C G F sint æquales: erit, ut C D ad D A, ita F C ad C G, & permutando, ut D C ad C F, ita D A ad C G, seu B E. Ratio itaque elevationum planorum ęqualium C D, C E est eadem cum ratione longitudinum D C, C E: ergo ex corollario primo pręcedentis Propositionis sextę tempora descensuum in ipsis erunt æqualia, quod erat probandum.

Aliter idem; ducta F S perpendiculari ad horizontalem A S. Quia triangulum C S F simile est triangulo D G C, erit, ut S F ad F C, ita G C ad C D. Et quia triangulum C F G simile est triangulo D C A, erit, ut F C ad C G, ita C D ad D A: ergo ex æquali, ut S F ad C G, ita C G ad D A. Media est igitur C G inter S F, D A, & ut D A ad S F, ita quadratum D A ad quadratum C G. Rursus cum triangulum A C D simile sit triangulo C G F, erit, ut D A ad D C, ita G C ad C F, & permutando ut D A ad C G, ita D C ad C F, & ut quadratum D A ad quadratum C G, ita quadratum D C ad quadratum C F. Sed ostensum est, quadratum D A ad quadratum C G esse, ut linea D A ad lineam F S; ergo ut quadratum D C ad quadratum C F, ita linea D A ad F S; ergo ex pręcedenti septima cum planorum C D, C F elevationes D A, F S, duplam habeant rationem eorundem planorum, tempora lationum per ipsa erunt ęqualia.

THEOR. X. PROP. X.

Tempora lationum super diversas planorum inclinationes, quarum elevationes sint æquales, sunt inter se, ut eorundem planorum longitudines, sive fiant lationes ex quiete, sive præcedat illis latio ex eadem altitudine.

Fiant lationes per A B C, & per A B D usque ad horizontem D C, adeo ut latio per A B præcedat lationibus per B D, & per B C. Dico, tempus lationis per B D ad tempus per B C esse, ut B D longitudo ad B C. Ducatur A F horizonti paralella, ad quam extendatur D B occurrens in F, & ipsarum D F, F B

F, F B media ſit F E, & ducta E O ipſi D C paralella, erit A O media inter C A, A B. Quod ſi intelligatur tempus per A B eſſe, ut A B, erit tempus per F B, ut F B. Et tempus per totam A C erit ut media A O, per totam vero F D erit F E. Quare tempus per reliquam B C erit B O, per reliquam vero B D erit B E. Verum ut B E ad B O, ita eſt B D ad B C; ergo tempora per B D, B C poſt caſus per A B, F B, ſeu, quod idem eſt, per communem A B, erunt inter ſe, ut longitudines B D, B C; eſſe autem tempus per B D ad tempus per B C ex quiete in B, ut longitudo B D ad B C, ſupra demonſtratum eſt. Sunt igitur tempora lationum per plana diverſa, quorum æquales ſint elevationes, inter ſe, ut eorundem planorum longitudines, ſive motus fiat in ipſis ex quiete, ſive lationibus iiſdem præcedat alia latio ex eadem altitudine; quod erat oſtendendum.

THEOR. XI. PROP. XI.

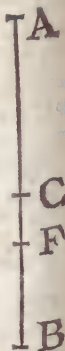
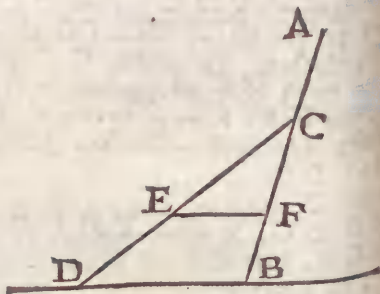
Si planum, in quo fit motus ex quiete, dividatur utcunque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per ſequentem eſt, ut ipſamet prima pars ad exceſſum, quo eadem pars ſuperatur a media proportionali inter totum planum, & primam eandem partem.

Fiat latio per totam A B ex quiete in A, quæ in C diviſa ſit utcumque; totius autem B A, & prioris partis A C media ſit proportionalis A F: erit C F exceſſus mediæ F A ſuper partem A C: Dico tempus lationis per A C ad tempus ſequentis lationis per C B, eſſe ut A C ad C F. Quod patet: nam tempus per A C ad tempus per totam A B eſt, ut A C ad mediam A F; ergo dividendo, tempus per A C ad tempus per reliquam C B erit, ut A C ad C F. Si itaque intelligatur tempus per A C eſſe ipſamet A C, tempus per C B erit C F: quod eſt propoſitum.

A

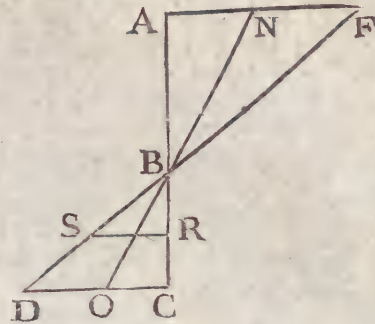
C

F

B

602 Quod ſi motus non fiat per continuatam A C B, ſed per inflexas A C D uſque ad horizontem B D, cui ex F paralella ducta ſit F E, demonſtrabitur pariter tempus per A C ad tempus per reflexam C D eſſe ut A C ad C E. Nam tempus per A C ad tempus per C B eſt, ut A C ad C F, tempus vero per C B poſt A C ad tempus per C D poſt eundem deſcenſum per A C demonſtratum eſt eſſe, ut C B ad C D, hoc eſt ut C F ad C E; ergo ex æquali tempus per A C ad tempus per C D erit, ut A C linea ad C E.

THEOR. XII. PROP. XII.

Si perpendiculum, & planum utcunque inclinatum ſecentur inter eaſdem horizontales lineas, ſumanturque media proportionalia ipſorum, & partium ſuarum a communi ſectione, & horizontali ſuperiori comprehenſarum; tempus lationis in perpendiculo ad tempus lationis factæ in parte ſuperiori perpendiculi, & conſequenter in inferiori

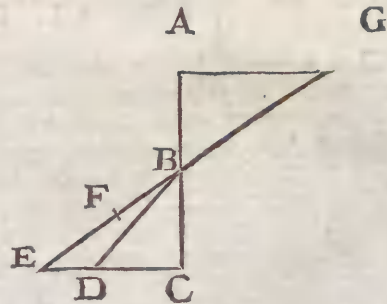
feriori secantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculi longitudo ad lineam compositam ex media in perpendiculo sumpta, & ex excessu, quo totum planum inclinatum suam mediam superat.

Sint horizontes superior A F, inferior C D, inter quos secentur perpendiculum A C, & planum inclinatum D F in B, & totius perpendiculi C A, & superioris partis A B media sit A R, totius vero D F, & superioris partis B F media sit F S. Dico, tempus casus per totum perpendiculum A C ad tempus per suam superiorem partem A B cum inferiori plano, nempe cum B D, eam habere rationem, quam habet A C ad mediam perpendiculi, scilicet A R, cum S D, quæ est excessus totius plani D F super suam mediam F S. Connectatur R S, quæ erit horizontalibus parallela. Et quia tempus casus per totam A C, ad tempus per partem A B est, ut C A ad mediam A R, si intelligamus A C esse tempus casus per A C; erit A R tempus casus per A B, & R C per reliquam B C. Quod si tempus per A C ponatur, uti factum est, ipsa A C, tempus per F D, erit F D, & pariter concludetur D S esse tempus per B D post F B, seu post A B. Tempus igitur per totam A C, est A R cum R C; per inflexas vero A B D, erit A R cum S D: quod erat probandum.

Idem accidit si loco perpendiculi ponatur aliud planum, quale, v. gr. N O; eademque est demonstratio.

PROBL. I. PROPOS. XIII.

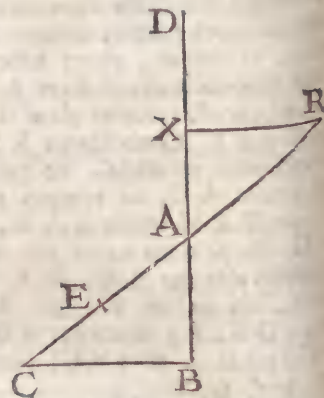
Dato perpendiculo, ad ipsum planum inflectere, in quo, cum ipsum habeat cum dato perpendiculo eandem elevationem, fiat motus post casum in perpendiculo eodem tempore, ac in eodem perpendiculo ex quiete.

Sit datum perpendiculum A B, cui extenso in C ponatur pars B C æqualis, & ducantur horizontales C E, A G. Oportet ex B planum usque ad horizontem C E inflectere, in quo fiat motus post casum ex A eodem tempore, ac in A B ex quiete in A. Ponatur C D æqualis C B, & ducta B D applicetur B E æqualis utrisque B D, D C. Dico, B E esse planum quæsitum. Producatur E B occurrens horizonti A G in G, & ipsarum E G, G B, media sit G F. Erit E F ad F B, ut E G ad G F, & quadratum E F ad quadratum F B, ut quadratum E G ad quadratum G F, hoc est, ut linea E G ad G B; est autem E G dupla G B; ergo quadratum E F duplum quadrati F B: verum quadratum quoque D B duplum est quadrati B C; ergo ut linea E F ad F B, ita D B ad B C, & componendo, & permutando, ut E B ad duas D B, B C, ita B F ad B C; sed B E duabus D B, B C est æqualis; ergo B F ipsi B C, seu B A æqualis est. Si igitur intelligatur A B esse tempus casus per A B, erit G B tempus per G B, & G F tempus per totam G E;

603

G E; ergo B F erit tempus per reliquam B E, post casum ex G, seu ex A. Quod erat propositum.

PROBL. II. PROPOS. XIV.

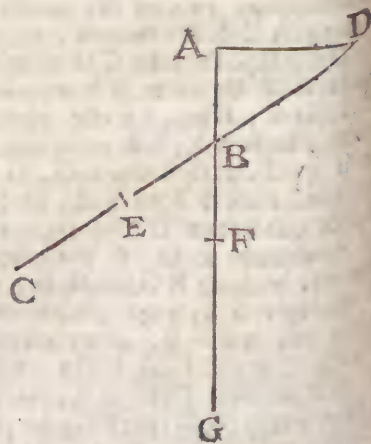
Dato perpendiculo, & plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo superiori reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo conficitur planum inclinatum post casum in parte reperta in perpendiculo.

Sit perpendiculum D B, & planum ad ipsum inclinatum A C. Oportet in perpendiculo A D partem reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo post casum in ea conficitur planum A C. Ducatur horizontalis C B, & ut B A cum dupla A C ad A C, ita fiat C A ad A E, & ut B A ad A C, ita fiat E A ad A R, & ab R ducatur perpendicularis R X ad D B; dico X esse punctum quęsitum. Et quia ut B A cum dupla A C ad A C, ita C A ad A E, dividendo erit, ut B A cum A C ad A C, ita C E ad E A, & quia ut B A ad A C, ita E A ad A R, erit componendo, ut B A cum A C ad A C, ita E R ad R A. Sed ut B A cum A C, ad A C, ita est C E ad E A; ergo ut C E ad E A, ita E R ad R A, & ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe C R ad R E. Sunt itaque C R, R E, R A proportionales. Amplius, quia ut B A ad A C, ita posita est E A ad A R, & propter similitudinem triangulorum ut B A ad A C, ita X A ad A R; ergo ut E A ad A R, ita X A ad A R: sunt itaque E A, X A æquales. Modo si intelligamus tempus per R A esse ut R A, tempus per R C erit R E, media inter C R, R A; & A E erit tempus per A C post R A, sive post X A; verum tempus per X A est X A, dum R A est tempus per R A. Ostensum autem est X A, A E esse æquales: ergo patet propositum.

PROBL. III. PROPOS. XV.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, partem in perpendiculo infra extenso reperire, quæ tempore eodem conficiatur; ac planum inflexum post casum ex dato perpendiculo.

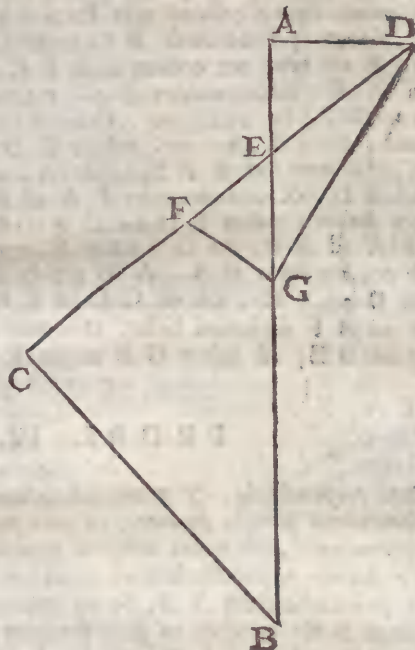
Sit perpendiculum A B, & planum ad ipsum inflexum B C. Oportet in perpendiculo infra extenso partem reperire, quæ ex casu ab A conficiatur tempore eodem, atque B C ex eodem casu ab A. Ducatur horizontalis A D, cui occurrat C B extensa in D, & ipsarum C D, D B media sit D E, & B F ponatur æqualis B E, deinde ipsarum B A, A F, tertia proportionalis sit A G. Dico B G esse spatium, quod post casum A B conficitur tempore eodem, ac planum B C post eundem casum. Si enim ponamus tempus per A

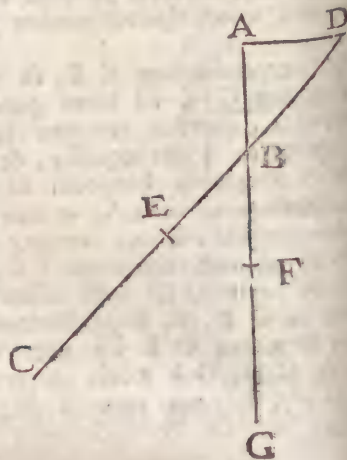
604

B es-

B esse ut A B, erit tempus per D B ut D B, & quia D E est media inter B D, D C, erit eadem D E tempus per totam D C, & B E tempus per reliquam B C ex quiete in D, seu ex casu A B; & similiter concludetur, B F esse tempus per B G, post casum eundem: est autem B F æqualis B E: ergo patet propositum.

THEOR. XIII. PROP. XVI.

Si plani inclinati, & perpendiculi partes, quarum tempora lationum ex quiete sint æqualia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine sublimiori citius absolvet eandem partem plani inclinati, quam ipsam partem perpendiculi.

Sit perpendiculum E B, & planum inclinatum C E ad idem punctum E composita, quorum tempora lationum ex quiete in E sint æqualia, & in perpendiculo extenso sumptum sit quodlibet punctum sublime A, ex quo demittantur mobilia. Dico, tempore breviori absolvi planum inclinatum E C, quam perpendiculum E B post casum A E. Jungatur C B, & ducta horizontali A D extendatur C E illi occurrens in D, & C D, D E media proportionalis sit D F, ipsarum vero B A, A E, media sit A G, & ducantur F G, D G. Et quia tempora lationum per E C, E B ex quiete in E sunt æqualia, erit angulus C rectus, ex Corollario secundo Propositionis sextæ: estque rectus A, & anguli ad verticem E æquales: triangula igitur A E D, C E B sunt æquiangula, & latera circa æquales angulos proportionalia; ergo ut B E ad E C, ita D E ad E A. Rectangulum ergo B E A est æquale rectangulo C E D: & quia rectangulum C D E, superat rectangulum C E D, quadrato E D, rectangulum vero B A E, superat rectangulum B E A quadrato E A; excessus rectanguli C D E super rectangulo B A E, hoc est quadrati F D super quadrato A G, erit idem cum excessu quadrati D E super quadrato A E, qui excessus est quadratum D A: est igitur quadratum F D æquale duobus quadratis G A, A D, quibus est quoque æquale quadratum G D; ergo linea D F ipsi D G est æqualis, & angulus D G F, æqualis angulo D F G, & angulus E G F minor angulo E F G, & latus oppositum E F minus latere E G. Modo si intelligamus tempus casus per A E esse, ut A E, erit tempus per D E, ut D E, cumque A G media sit inter B A, A E, erit A G tempus per totam A B, & reliqua E G, erit tempus per reliquam E B ex quiete in A, & similiter concludetur E F, esse tempus per E C post descensum D E, seu post casum A E, demonstratum autem est E F minorem esse, quam E G: ergo patet propositum. 605

COROLLARIUM.

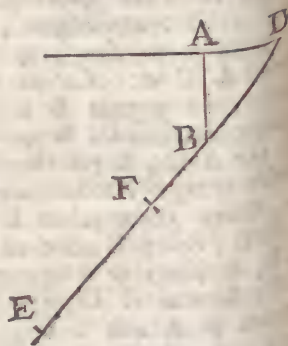
Ex hac, atque ex præcedenti constat spatium, quod conficitur in perpendiculo, post casum ex sublimi, tempore eodem, quo conficitur planum inclinatum, minus esse eo, quod conficitur tempore eodem atque in inclinato non præcedente casu ex sublimi, majus tamen quam idem planum inclinatum: cum enim modo demonstratum sit, quod mobilium venientium ex termino sublimi A tempus conversi per E C brevius sit tempore procedentis per E B constat spatium, quod conficitur per E B tempore æquali tempori per E C, minus esse toto spatio E B. Quod autem idem spatium perpendiculi majus sit, quam E C, manifestum fit sumpta figura præcedentis Propositionis, in qua partem perpendiculi B G confici demonstratum est tempore eodem cum B C post casum A B: hanc autem B G majorem esse quam B C, sic colligitur. Cum B E, F B æquales sint, B A vero minor B D, majorem rationem habet F B ad B A, quam E B ad B D, & componendo F A ad A B majorem habet, quam E D ad D B; est autem ut F A ad A B, ita G F ad F B, (est enim A F media inter B A, A G,) & similiter ut E D ad B D, ita est C E ad E B; ergo G B ad B F majorem habet rationem, quam C B ad B E; est igitur G B major B C.

PROBL. IV. PROP. XVII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, in dato plano partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore æquali ei, quo mobile datum perpendiculum ex quiete confecit.

Sit perpendiculum A B, & ad ipsum planum inflexum B E: oportet in B E spatium signare, per quod mobile post casum in A B moveatur tempore æquali ei, quo ipsum perpendiculum A B ex quiete confecit.

Sit horizontalis linea A D, cui occurrat in D planum extensum, & accipiatur F B æqualis B A, & fiat ut B D ad D F, ita F D ad D E. Dico, tempus per B E post casum in A B æquari tempori per A B ex quiete in A. Si enim intelligatur A B esse tempus per A B, erit D B tempus per D B. Cumque sit, ut B D ad D F, ita F D ad D E, erit D F tempus per totum planum D E, & B F per partem B E ex D, sed tempus per B E post D B, est idem, ac post A B; ergo tempus per B E post A B, erit B F, æquale scilicet tempori A B, ex quiete in A: quod erat propositum.

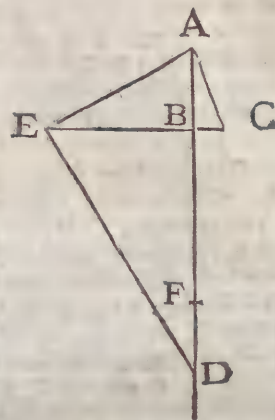
606

PRO-

PROBL. V. PROP. XVIII.

Dato in perpendiculo quovis spatio a principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio tempore minori, aliud spatium in perpendiculo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.

Sit perpendiculum A, in quo detur spatium A B, cujus tempus ex principio A sit A B, sitque horizon C B E, & detur tempus ipso A B minus, cui in horizonte notetur æquale B C: oportet in eodem perpendiculo spatium eidem A B æquale reperire, quod tempore B C conficiatur. Jungatur linea A C. Cumque B C minor sit B A, erit angulus B A C minor angulo B C A. Constituatur ei æqualis C A E, & linea A E horizonti occurrat in puncto E, ad quam perpendicularis ponatur E D secans perpendiculum in D, & linea D F ipsi B A secetur æqualis. Dico ipsam F D esse perpendiculi partem, in qua latio ex principio motus in A absolvitur tempore B C dato. Cum enim in triangulo rectangulo A E D ab angulo recto E perpendicularis ad latus oppositum A D ducta sit E B, erit A E media inter D A, A B, & B E media inter D B, B A, seu inter F A, A B, (est enim F A ipsi D B æqualis.) Cumque A B positum sit esse tempus per A erit A E seu E C tempus per totam A D, & E B tempus per A F, ergo reliqua B C erit tempus per reliquam F D: quod erat intentum.

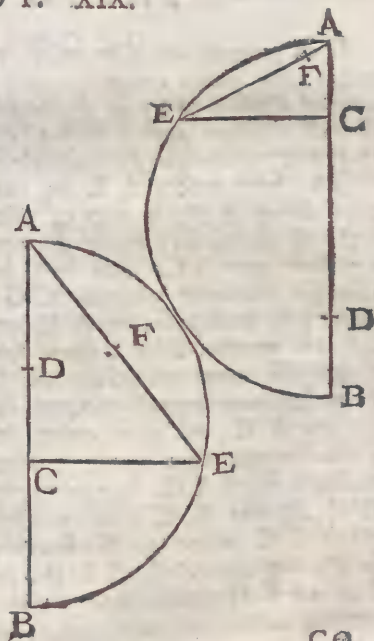
PROBL. VI. PROP. XIX.

607

Dato in perpendiculo spatio quocunque a principio lationis peracto, datoque tempore casus: tempus reperire, quo aliud æquale spatium ubicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili consequenter conficiatur.

Sit in perpendiculo A B, quodcunque spatium A C ex principio lationis in A acceptum, cui æquale sit aliud spatium D B ubicunque acceptum, sitque datum tempus lationis per A C, sitque illud A C. Oportet reperire tempus lationis per D B post casum ex A. Circa totam A B semicirculus describatur A E B, & ex C ad A B perpendicularis sit C E, & jungatur A E, quæ major erit quam E C. Secetur E F ipsi E C æqualis; dico reliquum F A esse tempus lationis per D B. Quia enim A E est media inter B A, A C; estque A C tempus casus per A C; erit A E tempus per totam A B. Cumque C E media sit inter D A, A C, (est enim D A æqualis ipsi B C,) erit C E, hoc est, E F, tempus per A D; ergo reliqua A F est tempus per reliquam D B, quod est propositum.

CO-

COROLLARIUM.

S
A
B

Hinc colligitur, quod si alicujus spatii ponatur tempus ex quiete esse, ut ipsummet spatium; tempus illius post aliud spatium adjunctum erit excessus medii inter adjunctum una cum spatio, & ipsum spatium super medium inter primum, & adjunctum. Veluti posito, quod tempus per A B ex quiete in A sit A B, addito A S, tempus per A B post S A erit excessus medii inter S B, B A, super medium inter B A, A S.

PROBL. VII. PROP. XX.

Dato quolibet spatio, & parte in eo post principium lationis, partem alteram versus finem reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac prima data.

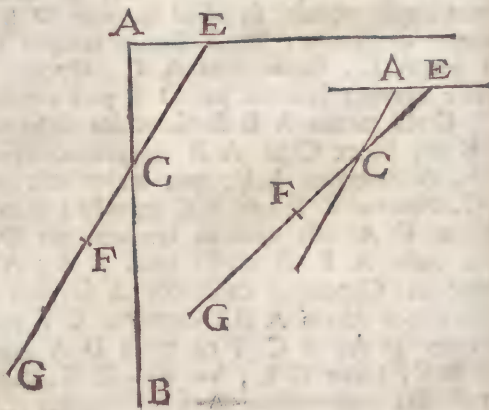
C
D
E
A
B

Sit spatium C B, & in eo pars C D data post principium lationis in C. Oportet partem alteram versus finem B reperire, quæ conficiatur tempore eodem, ac data C D. Sumatur media inter B C, C D, cui æqualis ponatur B A; & ipsarum B C, C A, tertia proportionalis sit C E. Dico, E B esse spatium, quod post casum ex C conficitur tempore eodem ac ipsum C D. Si enim intelligamus, tempus per totam C B esse ut C B; erit B A (media scilicet inter B C, C D) tempus per C D. Cumque C A media sit inter B C, C E, erit C A tempus per C E; est autem tota B C tempus per totam C B; ergo reliqua B A erit tempus per reliquam E B post casum ex C; eadem vero B A fuit tempus per C D; ergo temporibus æqualibus conficiuntur C D, & E B ex quiete in A; quod erat faciendum.

608

THEOR. IV. PROP. XXI.

Si in perpendiculo fiat casus ex quiete, in quo a principio lationis sumatur pars quovis tempore peracta, post quam sequatur motus inflexus per aliquod planum utcunque inclinatum, spatium, quod in tali plano conficitur in tempore æquali tempori casus jam peracti in perpendiculo, ad spatium jam peractum in perpendiculo majus erit quam duplum, minus vero quam triplum.

Infra horizontem A E sit perpendiculum A B, in quo ex principio A fiat casus, cujus sumatur quælibet pars A C; inde ex C inclinetur utcunque planum C G; super quo post casus in A C continuetur motus. Dico, quod spatium tali motu peractum per C G in tempore æquali tempori casus per A C, est plus quam duplum, minus vero quam triplum ejusdem spatii A C. Ponatur enim C F æqualis A C, & extenso plano G C usque ad horizontem in E, fiat, ut C E ad E F, ita F E ad E G. Si itaque ponatur tempus casus per A C esse, ut

linea

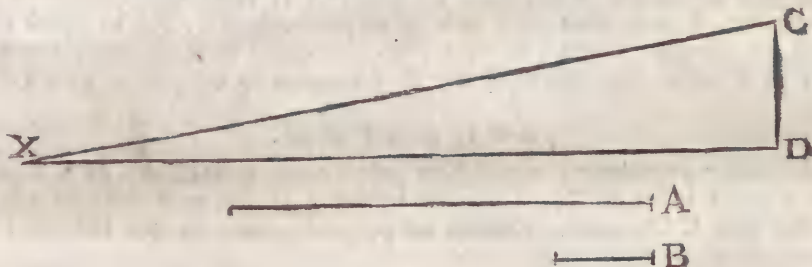
linea A C, erit C E tempus per E C & C F, ſeu C A, tempus motus per C G. Oſtendendum itaque eſt, ſpatium C G ipſo C A majus eſſe quam duplum, minus vero quam triplum. Cum enim ſit, ut C E ad E F, ita F E ad E G, erit etiam ita C F ad F G. Minor autem eſt E C quam E F, quare & C F minor erit quam F G, & G C major quam dupla F C, ſeu A C. Cumque rurſus F E minor ſit, quam dupla ad E C, (eſt enim E C major C A, ſeu C F,) erit quoque G F minor quam dupla ad F C, & G C minor quam tripla ad C F ſeu C A. Quod erat demonſtrandum.

Poterat autem univerſalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari, & plano inclinato, contingit etiam, ſi poſt motum in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum; ut videtur in altera figura: eademque eſt demonſtratio.

PROBL. VIII. PROP. XXII.

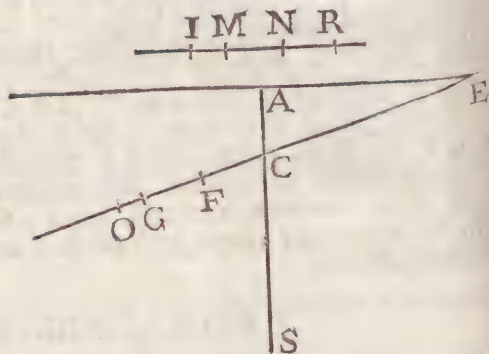
Datis duobus temporibus inæqualibus, & ſpatio, quod in perpendiculo ex quiete conficitur tempore breviori ex datis: a puncto ſupremo perpendiculi uſque ad horizontem planum inflectere, ſuper quo mobile deſcendat tempore æquali longiori ex datis. 609

Tempora inæqualia ſint, A majus, B vero minus; ſpatium autem, quod in perpendiculo conficitur ex quiete in tempore B, ſit C D. Oportet ex termino C planum uſque ad horizontem inflectere, quod tempore A conficiatur. Fiat ut B ad A, ita C D ad aliam lineam, cui linea C X æqualis ex C ad horizontem deſcendat: manifeſtum eſt, planum C X eſſe illud, ſuper quo mobile deſcendit tempore dato A. Demonſtratum enim eſt, tempus per planum incli-

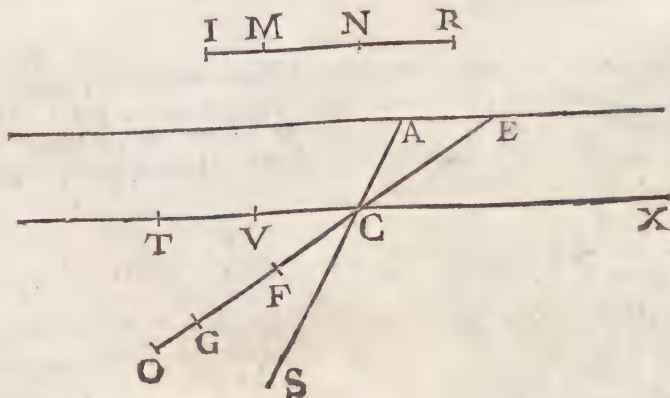
natum ad tempus in ſua elevatione eam habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem elevationis ſuæ. Tempus igitur per C X ad tempus per C D eſt, ut C X ad C D, hoc eſt ut tempus A ad tempus B; tempus vero B eſt illud, quo conficitur perpendiculum C D ex quiete; ergo tempus A eſt illud, quo conficitur planum C X.

PROBL. IX. PROP. XXIII.

Dato ſpatio quovis tempore peracto ex quiete in perpendiculo, ex termino imo hujus ſpatii planum inflectere, ſuper quo poſt caſum in perpendiculo tempore eodem conficiatur ſpatium cuilibet ſpatio dato æquale; quod tamen majus ſit quam duplum, minus vero quam triplum ſpatii peracti in perpendiculo.

 Sit

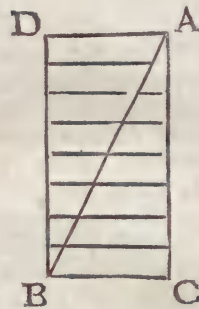
Sit in perpendiculo A S tempore A C peractum spatium A C ex quiete in A: cujus I R majus sit quam duplum, minus vero quam triplum. Oportet ex termino C planum inflectere, super quo mobile eodem tempore A C conficiat post casum per A C spatium ipsi I R æquale. Sint R N, N M, ipsi A C æqualia, & quam rationem habet residuum I M ad M N, eandem 610 habeat A C linea ad aliam, cui æqualis applicetur C E ex C ad horizontem A E, quæ extendatur versus O & accipiantur C F, F G, G O æquales ipsis R N, N M, M I. Dico, tempus super inflexa C O, post casum A C, esse æquale tempori A C ex quiete in A. Cum enim sit, ut O G ad G F, ita F C ad C E; erit componendo ut O F ad F G, seu F C, ita F E ad E C, & ut unum antecedentium ad unum consequentium, ita omnia ad omnia: nempe tota O E ad E F, ut F E ad E C. Sunt itaque O E, E F, E C, continue proportionales, quod cum positum sit, tempus per A C esse ut A C, erit C E tempus per E C; & E F tempus per totam E O, & reliquum C F per reliquam C O; est autem C F æqualis ipsi C A; ergo factum est quod fieri oportebat; est enim tempus C A tempus casus per A C ex quiete in A, C F vero (quod æquatur C A) est tempus per C O, post descensum per E C; seu post casum per A C; quod est propositum. Notandum autem est, quod idem accidet, si præcedens latio non in perpendiculo fiat, sed in plano inclinato, ut in sequenti figura, in qua latio præcedens facta sit per planum inclinatum A S infra horizontem A E; & demonstratio est prorsus eadem.

SCHOLIUM.

Si diligenter attendatur, manifestum erit, quod quo minus data linea I R deficit a tripla ipsius A C, eo planum inflexum, super quod facienda est secunda latio, puta C O, accedit vicinius ad perpendiculum, in quo tandem in tem-

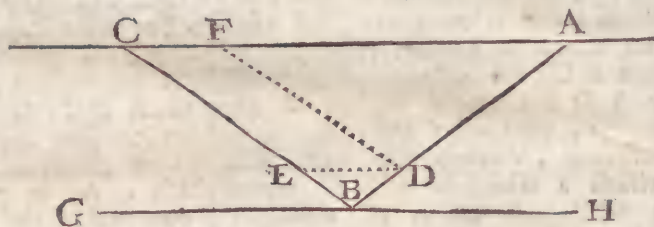
pore

pore æquali A C conficitur ſpatium ad A C triplum . Cum enim I R proxima fuerit ad triplicitatem A C, erit I M æqualis fere ipſi M N . Cumque, ut I M ad M N in conſtructione, ita fiat A C ad C E, conſtat, ipſam C E paulo majorem reperiri quam C A, & quod conſequens eſt, punctum E proximum reperiri puncto A, & C O cum C S acutiſſimum angulum continere, & fere mutuo coincidere. E contra vero, ſi data I R minimum quid major fuerit quam dupla ejuſdem A C, erit I M breviſſima linea: ex quo accidet, minimam quoque futuram eſſe A C reſpectu C E, quę longiſſima erit, & quam proxime accedet ad parallellam horizontalem per C productam . Indeque colligere poſſumus, quod, ſi in appoſita figura poſt deſcenſum per planum inclinatum A C fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis eſſet C T, ſpatium, tempore ęquali tempori deſcenſus per A C, per quod mobile conſequenter moveretur, eſſet duplum ſpatii A C exacte . Videtur autem & hic accommodari conſimilis ratiocinatio. Apparet enim ex eo, cum O E ad E F ſit ut F E ad E C, ipſam F C determinare tempus per C O. Quod ſi pars horizontalis T C, dupla C A, diviſa ſit bifariam in V, extenſa verſus X in infinitum elongata erit, dum occurſum cum producta A E quærit, & ratio infinitę T X ad infinitam V X non erit alia a ratione infinitę V X ad infinitam X C.

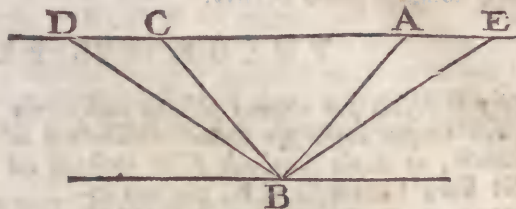
611

Iſtud idem alia aggreſſione concludere poterimus, conſimile reſumentes ratiocinium ei, quo uſi ſumus in propoſitionis primæ demonſtratione . Reſumentes enim triangulum A B C, nobis repræſentans in ſuis parallelis baſi B C velocitatis gradus continue adauctos juxta temporis incrementa; ex quibus, cum infinitæ ſint, veluti infinita ſunt puncta in linea A C, & inſtantia in quovis tempore, exurget ſuperficies ipſa trianguli. Si intelligamus, motum per alterum tantum temporis continuari, ſed non amplius motu accelerato, verum æquabili, juxta maximum gradum velocitatis acquiſitæ, qui gradus repræſentatur per lineam B C; Ex talibus gradibus conflabitur aggregatum conſimile parallelogrammo A D B C, quod duplum eſt trianguli A B C. Quare ſpatium, quod cum gradibus conſimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit ſpatii peracti cum gradibus velocitatis a triangulo A B C repræſentatis . At in plano horizontali motus eſt æquabilis, cum nulla ibi ſit cauſa accelerationis, aut retardationis; ergo concluditur, ſpatium C D, peractum tempore æquali tempori A C, duplum eſſe ſpatii A C; hoc enim motu ex quiete accelerato juxta parallelas trianguli conficitur; illud vero juxta parallelas parallelogrammi, quę, dum fuerint infinitæ, duplæ ſunt ad parallelas infinitas trianguli.

D A
B C

Attendere inſuper licet, quod velocitatis gradus, quicunque in mobili reperiatur, eſt in illo ſuapte natura indelebiliter impreſſus, dum externæ cauſæ accelerationis, aut retardationis tollantur, quod in ſolo horizontali plano contingit: nam in planis declivibus adeſt jam cauſa accelerationis majoris, in acclivibus vero retardationis. Ex quo pariter ſequitur, motum in horizontali eſſe quoque ęternum: ſi enim eſt æquabilis], non debilitatur, aut remittitur, & multo minus tollitur. Amplius, exiſtente gradu celeritatis per naturalem deſcenſum a mobili acquiſito ſuapte natura indelebili, atque æterno, conſiderandum occurrit, quod ſi poſt deſcenſum per planum declive fiat reflexio per aliud planum acclive, jam in iſto occurrit cauſa retardationis: in tali enim plano idem mobile naturaliter deſcendit; quare mixtio quædam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis acquiſitæ in præcedenti deſcenſu, qui per ſe uniformiter mobile in infinitum adduceret, & naturalis propenſionis ad motum deorſum juxta illam

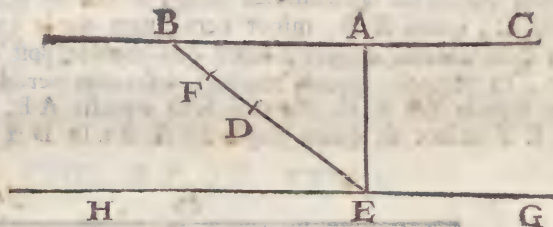
eandem proportionem accelerationis, juxta quam ſemper movetur. Quare admodum rationabile videbitur, ſi inquirentes, quænam contingant accidentia, dum mobile poſt deſcenſum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod acclive, accipiamus gradum illum maximum in deſcenſu acquiſitum, idem per ſe perpetuo in aſcendente plano ſervari; attamen in aſcenſu ei ſupervenire naturalem inclinationem deorſum, motum nempe ex quiete acceleratum juxta ſemper acceptam proportionem. Quod ſi forte hæc intelligere fuerit ſubobſcurum, clarius per aliquam delineationem explicabitur.

612 Intelligatur itaque, factum eſſe deſcenſum per planum declive A B, ex quo per aliud acclive B C continuetur motus reflexus, & ſint primo plana æqualia, & ad æquales angulos ſuper horizontem G H elevata. Conſtat jam, quod mobile ex quiete in A deſcendens per A B, gradus acquirit velocitatis juxta temporis ipſius incrementum: gradum vero in B eſſe maximum acquiſitorum, & ſuapte natura immutabiliter impreſſum, ſublatis ſcilicet cauſis accelerationis novæ, aut retardationis: accelerationis, inquam, ſi adhuc ſuper extenſo plano ulterius progrederetur; retardationis vero, dum ſuper planum acclive B C fit reflexio: in horizontali autem G H æquabilis motus juxta gradum velocitatis ex A in B acquiſitæ in infinitum extenderetur. Eſſet autem talis velocitas, ut in tempore æquali tempori deſcenſus per A B in horizonte conficeret ſpatium duplum ipſius A B. Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu ęquabiliter moveri per planum B C, adeo ut etiam in hoc tempore ęquali tempori deſcenſus per A B conficeret ſuper B C extenſo ſpatium duplum ipſius A B. Verum intelligamus ſtatim atque aſcendere incipit, ei ſuapte natura ſupervenire illud idem, quod ei contigit ex A ſuper planum A B, nempe deſcenſus quidam ex quiete ſecundum gradus eoſdem accelerationis, vi quorum, ut in A B contigit, tempore eodem tantumdem deſcendat in

plano reflexo, quantum deſcendit per A B, manifeſtum eſt, quod ex ejuſmodi mixtione motus ęquabilis aſcendentis, & accelerati deſcendentis perducetur mobile ad terminum C per planum B C, juxta eoſdem velocitatis gradus, qui erunt ęquales. Quod vero ſumptis utcunque duobus punctis D, E, ęqualiter ab angulo B remotis, tranſitus per D B fiat tempore ęquali tempori reflexionis per B E, hinc colligere poſſumus. Ducta D F erit parallela ad B C; conſtat enim, deſcenſum per A D reflecti per D F, quod ſi poſt D mobile feratur per horizontalem D E, impetus in E erit idem cum impetu in D; ergo ex E aſcendet in C, ergo gradus velocitatis in D eſt ęqualis gradui in E. Ex his igitur rationabiliter aſſerere poſſumus, quod, ſi per aliquod planum inclinatum fiat deſcenſus, poſt quem ſequatur reflexio per planum elevatum, mobile per impetum conceptum aſcendet uſque ad eandem altitudinem, ſeu elevationem ab horizonte. Ut ſi fiat deſcenſus per A B, feretur mobile per planum reflexum B C uſque ad horizontalem A C; non tantum ſi inclinationes planorum ſint ęquales, verum etiam ſi inęquales ſint, qualis eſt plani B D; aſſumptum enim prius eſt, gradus velocitatis eſſe ęquales, qui ſuper planis inęqualiter inclinatis acquiruntur, dum ipſorum planorum eadem fuerit ſupra horizontem elevatio. Si autem exiſtente eadem inclinatione planorum E B, B D, deſcenſus per E B impellere valet mobile per planum B D uſque ad D, cum talis impulſus fiat propter

pter conceptum velocitatis impetum in puncto B; sitque idem impetus in B, seu descendat mobile per A B, seu per E B; constat, quod expelletur pariter mobile per B D, post descensum per A B, atque per E B. Accidet vero, quod tempus ascensus per B D longius erit, quam per B C, prout descensus quoque per E B longiori fit tempore, quam per A B: ratio autem eorundem tenporum jam demonstrata est eadem, ac longitudinum ipsorum planorum. Sequitur modo, ut inquiramus proportionem spatiorum temporibus ęqualibus peractorum in planis, quorum diversę sint inclinationes, eędem tamen elevationes: hoc est, quę inter easdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit juxta sequentem rationem.

613

THEOR. XV. PROP. XXIV.

Dato inter easdem parallelas horizontales perpendiculo, & plano elevato ab ejus imo termino, spatium, quod a mobili post casum in perpendiculo, super plano elevato conficitur in tempore æquali tempori casus, majus est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum ejusdem perpendiculi.

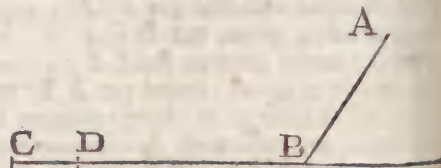
Inter easdem parallelas horizontales B C, H G, sint perpendiculum A E, & planum elevatum E B, super quo post casum in perpendiculo A E ex termino E, fiat reflexio versus B. Dico, spatium, per quod mobile ascendit in tempore æquali tempori descensus A E, majus esse quam A E, minus vero quam duplum ejusdem A E. Ponatur E D, ipsi A E æquale, & ut E B ad B D, ita æ D B ad B F. Ostendetur primo, punctum F esse signum, quo mobile motu reflexo per E B perveniet tempore æquali tempori A E: deinde, E F majus esse quam E A; minus vero quam duplum ejusdem. Si intelligamus, tempus descensus per A E esse, ut A E, erit tempus descensus per B E, seu ascensus per E B, ut ipsa linea B E: cumque D B media sit inter E B, B F, sitque B E tempus descensus per totam B E, erit B D tempus descensus per B F, & reliqua D E tempus descensus per reliquam F E. Verum idem est tempus per F E ex quiete in B, atque tempus ascensus per E F, dum in E fuerit velocitatis gradus per descensum B E seu A E acquisitus: ergo idem tempus D E erit id, in quo mobile post casum ex A per A E, motu reflexo per E B, pervenit ad signum F. Positum autem est, E D esse æquale ipsi A E, quod erat primo ostendendum. Et quia, ut tota E B ad totam B D, ita ablata D B ad ablatam B F, erit, ut tota E B ad totam B D, ita reliqua E D ad D F. Est autem E B major B D: ergo & E D major D F, & E F minor quam dupla D E, seu A E; quod erat ostendendum. Idem autem accidet, si motus præcedens non in perpendiculo, sed in plano inclinato fiat;

614

fiat; eademque est demonstratio, dummodo planum reflexum sit minus acclive, nempe longius plano declivi.

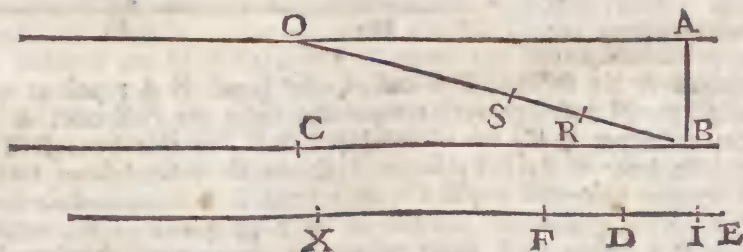
THEOR. XVI. PROP. XXV.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum horizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis, ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.

Sit linea horizontis C B, planum inclinatum A B, & post casum per A B sequatur motus per horizontem, in quo sumatur quodlibet spatium B D. Dico, tempus casus per A B ad tempus motus per B D esse, ut dupla A B ad B D. Sumpta enim B C ipsius A B dupla, constat ex prædemonstratis,

tempus casus per A B æquari tempori motus per B C: sed tempus motus per B C ad tempus motus per D B est, ut linea C B ad lineam B D: ergo tempus motus per A B, ad tempus per B D, est, ut dupla A B ad B D; quod erat probandum.

PROBL. X. PROP. XXVI.

Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, datoque spatio majori eodem perpendiculo, sed minori quam duplo ejusdem, ex imo termino perpendiculi planum attollere inter easdem parallelas, super quo motu reflexo post descensum in perpendiculo conficiat mobile spatium dato æquale, & in tempore æquali tempori descensus in perpendiculo.

Inter parallelas horizontales A O, B C, sit perpendiculum A B; F E vero major sit, quam B A, minor vero quam dupla ejusdem. Oportet ex B planum inter horizontales erigere, super quo mobile post casum ex A in B, motu reflexo, in tempote æquali tempori descensus per A B conficiat ascendendo spatium æquale ipsi E F, Ponatur E D æqualis A B, erit reliqua D F minor, cum tota E F minor sit quam dupla ad A B: sit D I æqualis D F, & ut E I ad I

D, ita fiat D F ad aliam F X, atque ex B reflectatur recta B O æqualis E X. Dico planum per B O esse illud, super quo post casum A B mobile in tempore æquali tempori casus per A B pertransit ascendendo spatium æquale dato spatio E F. Ipsis E D, D F æquales ponantur B R, R S: Cum enim sit, ut E I ad I D, ita D F ad F X: erit componendo, ut E D ad D I, ita D X ad X F; hoc est, ut E D ad D F, ita D X ad X F, & E X ad X D; hoc

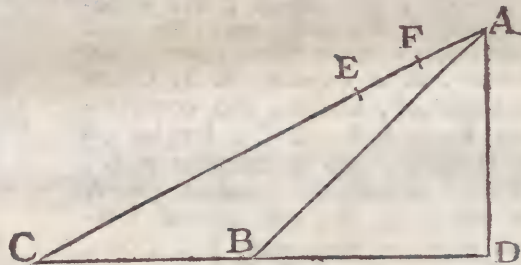
615

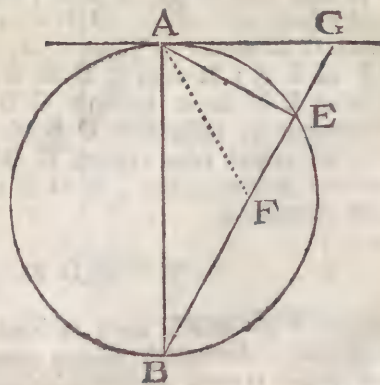
est,

eſt, ut B O ad O R, ita R O ad O S. Quod ſi ponamus, tempus per A B eſſe A B, erit tempus per O B ipſa O B; & R O tempus per O S; & reliqua B R tempus per reliquum S B, deſcendendo ex O in B. Sed tempus deſcenſus per S B ex quiete in O eſt æquale tempori aſcenſus ex B in S poſt deſcenſum A B: ergo B O eſt planum ex B elevatum, ſuper quo poſt deſcenſum per A B conficitur tempore B R ſeu B A ſpatium B S æquale ſpatio dato E F. Quod facere oportebat.

THEOR. XVII. PROP. XXVII.

Si in planis inæqualibus, quorum eadem ſit elevatio, deſcendat mobile, ſpatium, quod in ima parte longioris conficitur in tempore æquali ei, in quo conficitur totum planum brevius, eſt æquale ſpatio, quod componitur ex ipſo breviori plano, & ex parte, ad quam idem brevius planum eam habet rationem, quam habet planum longius ad exceſſum, quo longius brevius ſuperat.

Sit planum A C longius, A B vero brevius, quorum eadem ſit elevatio A D; & ex ima parte A C ſumatur C E æquale ipſi A B; & quam rationem habet totum C A ad A E, (nempe ad exceſſum plani C A ſuper A B) hanc habeat C E ad E F. Dico, ſpatium F C eſſe illud, quod conficitur poſt diſceſſum ex A tempore æquali tempori deſcenſus per A B. Cum enim totum C A ad totum A E ſit, ut ablatum C E ad ablatum E F; erit reliquum E A ad reliquum A F, ut totum C A ad totum A E. Sunt itaque tres C A, A E, A F, continue proportionales. Quod ſi ponatur, tempus per A B eſſe ut A B; erit tempus per A C ut A C, tempus vero per A F, erit ut A E, & per reliquum F C, erit ut E C; eſt autem E C ipſi A B æquale: ergo fit propoſitum.

THEOR. XVIII. PROP. XXVIII.

Tangat horizontalis linea A G circulum, & a contactu ſit diameter A B, & duæ chordæ utcunque A E B. Determinanda ſit ratio temporis caſus per A B ad tempus deſcenſus per ambas A E B. Extendatur B E uſque ad tangentem in G, & angulus B A E bifariam ſecetur, ducta A F. Dico, tempus per A B ad tempus per A E B eſſe, ut A E ad A E F. Cum enim angulus F A B æqualis ſit angulo F A E; angulus vero E A G angulo A B F; erit totus G A F duobus F A B, A B F æqualis; quibus æquatur quoque angulus G F A; ergo linea G F ipſi G A eſt æqualis. Et quia rectangulum B G E æquatur quadrato G A; erit quoque ęquale quadrato G F, & tres lineæ B G, G F, G E, proportiona- 616

les.

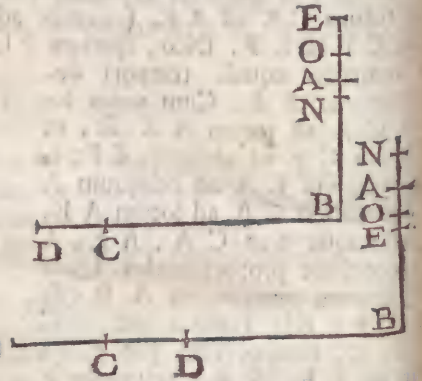
les. Quod si ponatur, A E esse tempus per A E, erit G E tempus per G E; & G F tempus per totam G B, & E F tempus per E B, post descensum ex G, seu ex A per A E. Tempus igitur per A E, seu per A B ad tempus per A E B est, ut A E ad A E F; quod erat determinandum.

Aliter brevius. Secetur G F ęqualis G A; constat, G F esse mediam proportionalem inter B G, G E. Reliqua ut supra.

PROBL. XI. PROPOS. XXIX.

Dato quolibet spatio horizontali, ex cujus termino erectum sit perpendiculum, in quo sumatur pars æqualis dimidio spatii in horizontali dato, mobile ex tali altitudine descendens, & in horizontali conversum, conficiet horizontale spatium una cum perpendiculo breviori tempore, quam quodcunque aliud spatium perpendiculi cum eodem spatio horizontali.

Sit planum horizontale, in quo datum sit quodlibet spatium B C, & ex termino B sit perpendiculum, in quo B A sit dimidium ipsius B C. Dico, tempus, quo mobile ex A demissum conficiet ambo spatia A B, B C, esse temporum omnium brevissimum, quibus idem spatium B C cum parte perpendiculi, sive majori, sive minori parte A B, conficeretur. Sit sumpta major, ut in prima figura, vel minor, ut in secunda, E B. Ostendendum est, tempus, quo conficiuntur spatia B E, B C, longius esse tempore, quo conficiuntur A B, B C. Intelligatur, tempus per A B esse ut A B; erit quoque tempus motus in horizontali B C, cum B C dupla sit ad A B & per ambo spatia A B C, tempus erit dupla B A. Sit B O media inter E B, B A. Erit B O tempus casus per E B. Sit præterea horizontale spatium B D duplum ipsius B E; constat, tempus ipsius post casum E B esse idem B O. Fiat, ut D B ad B C, seu ut E B ad B A, ita O B ad B N, & cum motus in horizontali sit æquabilis, sitque O B tempus per B D post casum ex E, erit N B tempus per B C post casum ex eadem altitudine E. Ex quo constat, O B cum A N esse tempus per E B C; cumque dupla B A sit tempus per A B C; ostendendum relinquitur, O B cum B N majora esse quam dupla B A; Cum autem O B media sit inter E B, B A; ratio E B ad B A dupla est rationis O B ad B A; & cum E B ad B A sit, ut O B ad B N, erit quoque ratio O B ad B N dupla rationis O B ad B A; verum ipsa ratio O B ad B N componitur ex rationibus O B ad B A, & A B ad B N: ergo ratio A B ad B N est eadem cum ratione O B ad B A. Sunt igitur B O, B A, B N tres continue proportionales, & O B cum B N majores quam dupla B A. Ex quo patet propositum.

617

THEOR. XIX. PROP. XXX.

Si ex aliquo puncto lineæ horizontalis descendat perpendiculum, ex alio vero puncto in eadem horizontali sumpto ducendum sit planum usque ad perpendiculum, per quod mobile tempore brevissimo usque ad perpendiculum descendat: tale planum erit illud,

illud, quod de perpendiculo abſcindit partem æqualem diſtantiæ puncti accepti in horizontali a termino perpendiculi.

Sit perpendiculum B D ex puncto B horizontalis lineæ A C deſcendens, in qua ſit quodlibet punctum C, & in perpendiculo ponatur diſtantia B E æqualis diſtantiæ B C, & ducatur C E. Dico, planorum omnium ex puncto C uſque ad perpendiculum inclinatorum C E eſſe illud, ſuper quo tempore omnium breviſſimo fit deſcenſus uſque ad perpendiculum. Inclinentur enim ſupra, & infra plana C F, C G, & ducatur I K circulum ſemidiametro B C deſcriptum tangens in C, quæ erit perpendiculo æquidiſtans, & ipſi C F parallela ſit E K, uſque ad tangentem protracta, ſecans circumferentiam circuli in L; conſtat tempus caſus per L E eſſe æquale tempori caſus per C E, ſed tempus per K E eſt longius, quam per L E; ergo tempus per K E longius eſt, quam per C E; ſed tempus per K E æquatur tempori per C F, cum ſint æquales, & ſecundum eandem inclinationem ductæ: ſimiliter cum C G, & I E ſint æquales, & juxta eandem inclinationem inclinatæ, tempora lationum per ipſas erunt ęqualia: ſed tempus per H E breviorem ipſa I E eſt brevius tempore per I E; ergo tempus quoque per C E, (quod ęquatur tempori per H E,) brevius erit tempore per I E. Patet ergo propoſitum. 618

THEOR. XX. PROP. XXXI.

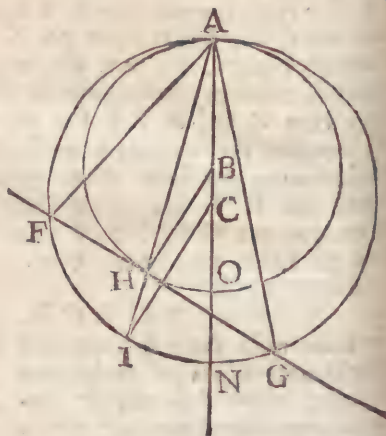
Si linea recta ſuper horizontalem fuerit utcunque inclinata: planum a dato puncto in horizontali uſque ad inclinatam extenſum, in quo deſcenſus fit tempore omnium breviſſimo, eſt illud, quod bifariam dividit angulum contentum a duabus perpendicularibus a dato puncto extenſis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinatam.

Sit C D linea ſupra horizontalem A B utcunque inclinata, datoque in horizontali quocunque puncto A, educantur ex eo A C perpendicularis ad A B, A E vero perpendicularis ad C D, & angulum C A E bifariam dividat F A linea. Dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineæ C D ad punctum A inclinatorum extenſum per F A eſſe, in quo tempore omnium breviſſimo fiat de-

descensus. Ducatur F G ipsi A E parallela, erunt anguli G F A, F A E coalterni æquales: est autem E A F ipsi F A G æqualis: ergo trianguli latera F G, G A æqualia erunt. Si itaque centro G intervallo G A circulus describatur, transibit per F & horizontalem, & inclinatam tanget in punctis A F: est enim angulus G F C rectus, cum G F ipsi A E sit æquidistans: ex quo constat lineas omnes usque ad inclinatam ex puncto A productas extra circumferentiam extendi, & quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolvi, quam per F A. Quod erat demonstrandum.

LEMMA.

619 *Si duo circuli se se intus contingant, quorum interiorem quælibet linea recta contingat, exteriorem vero secet, tres lineæ a contactu circulorum ad tria puncta rectæ lineæ tangentis, nempe ad contactum interioris circuli, & ad sectiones exterioris protractæ angulos in contactu circulorum æquales continebunt.*

Tangant se intus in puncto A duo circuli, quorum centra, B minoris, C majoris: interiorem vero circulum contingat recta quælibet linea F G in puncto H, majorem autem secet in punctis F, G, & connectantur tres lineæ A F, A H, A G. Dico, angulos ab illis contentos F A H, G A H esse æquales. Extendatur A H usque ad circumferentiam in I, & ex centris producantur B H, C I, & per eadem centra ducta sit B C, quæ extensa cadet in contactum A, & in circumferentias circulorum in O, & N. Et quia anguli I C N, H B O æquales sunt, cum quilibet ipsorum duplus sit anguli I A N, erunt lineæ B H, C I parallelæ. Cumque B H ex centro ad contactum sit perpendicularis ad F G, erit quoque ad eandem perpendicularis C I, & arcus F I arcui I G æqualis, & quod consequens est, angulus F A I, angulo I A G. Quod erat ostendendum.

THEOR. XXI. PROP. XXXII.

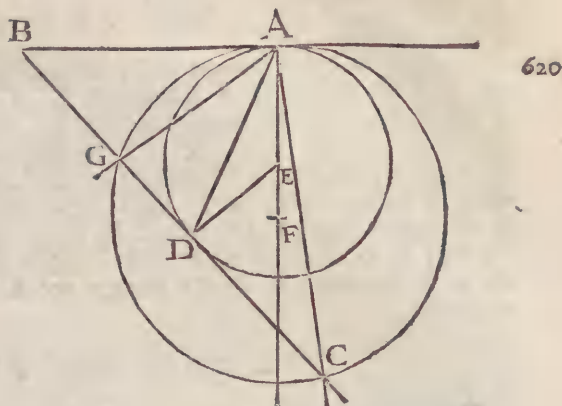
Si in horizonte sumantur duo puncta, & ab altero ipsorum quælibet linea versus alterum inclinetur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abscindens æqualem ei, quæ inter puncta horizontis intercipitur, casus per hanc ductam citius absolvetur, quam per quascunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In aliis autem, quæ per angulos æquales hinc inde ab hac distiterint, casus fiunt temporibus inter se æqualibus.

Sint in horizonte duo puncta A, B, & ex B inclinetur recta B C, in qua ex termino B sumatur B D ipsi B A æqualis, & jungatur A D. Dico, casum per A D velocius fieri, quam per quamlibet ex A ad inclinatam B C productam. Ex punctis enim A, D ad ipsas B A, B D, perpendiculares ducantur A E, D E, se se in E secantes; & quia in triangulo æquicruri A B D anguli B A D, B D A sunt æquales, erunt reliqui ad rectos D A E, E D A æquales; ergo centro

E in-

E intervallo E A descriptus circulus per D quoque transibit: & lineas B A, B D tanget in punctis A, D. Et cum A sit terminus perpendiculi A E, casus per A D citius absolvetur, quam per quamcunque aliam ex eodem termino A usque ad lineam B C ultra circumferentiam circuli extensam, quod erat primo ostendendum.

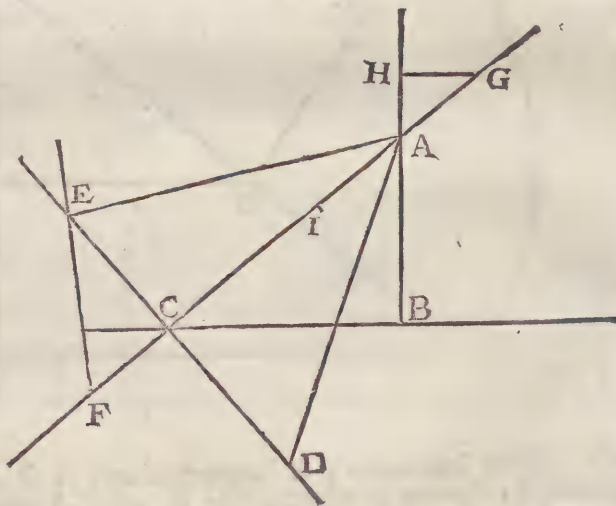
620

Quod si extenso perpendiculo A E, in eo sumatur quodvis centrum F, & secundum intervallum F A circulus A G C describatur tangentem lineam in punctis G, C secans: junctæ A G, A C per angulos æquales a media A D ex ante demonstratis dirimentur, & per ipsas lationes temporibus æqualibus absolventur, cum ex puncto sublimi A ad circumferentiam circuli A G C terminentur.

PROBL. XII. PROP. XXXIII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo, idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur mobile, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum conficiat tempore eodem, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

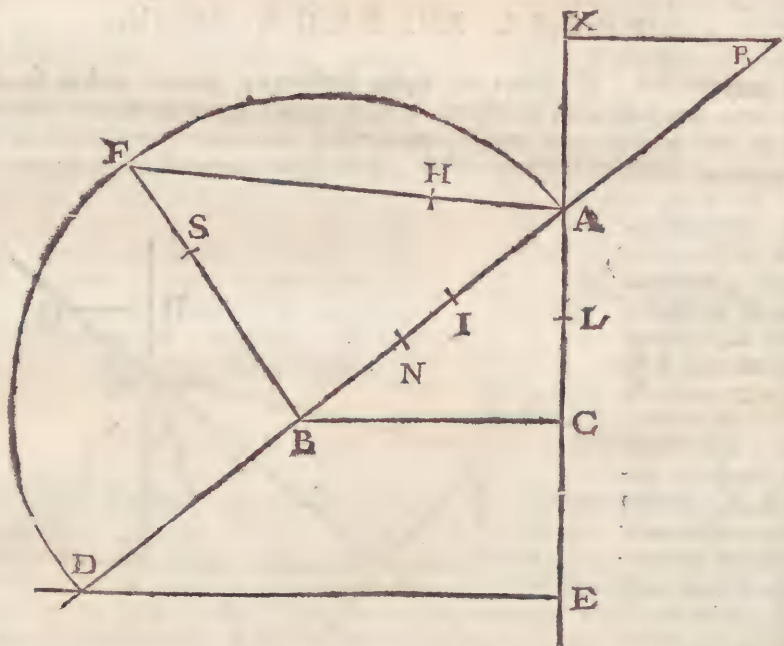
Sint perpendiculum, & planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, A B, A C, oportet in perpendiculo B A, producto ex parte A, punctum reperire, ex quo descendens mobile conficiat spatium A C eodem tempore, quo conficit datum perpendiculum A B ex quiete in A. Ponatur D C E ad angulos rectos ad A C, & secetur C D æqualis A B, & jungatur A D: erit angulus A D C major angulo C A D,

(est enim C A major quam A B, seu C D,) fiat angulus D A E æqualis angulo A D E, & ad ipsam A E perpendicularis sit E F plano inclina-

R 2 to,

to, & utrique extenso occurrens in F, & utraque A I, A G ponatur ipsi C F æqualis, & per G ducatur G H horizonti æquidistans. Dico, H esse punctum, quod quæritur.

621 Intelligatur enim tempus casus per perpendiculum A B esse A B, erit tempus per A C ex quiete in A ipsamet A C. Cumque in triangulo rectangulo A E F ab angulo recto E perpendicularis ad basim A F sit acta E C, erit A E media inter F A, A C, & C E media inter A C, C F, hoc est, inter C A, A I, & cum ipsius A C tempus ex A sit A C; erit A E tempus totius A F, & E C tempus ipsius A I. Quia vero in triangulo ęquicruri A E D latus A E est ęquale lateri E D, erit E D tempus per A F, & est E C tempus per A I; ergo C D, hoc est A B, erit tempus per I F ex quiete in A, quod idem est ac si dicamus, A B esse tempus per A C ex G, seu ex H; quod erat faciendum.

PROBL. XIII. PROP. XXXIV.

Dato plano inclinato, & perpendiculo, quorum idem sit sublimis terminus, punctum sublimius in perpendiculo extenso reperire, ex quo mobile decidens, & per planum inclinatum conversum utcumque, conficiat tempore eodem, ac solum planum inclinatum ex quiete in ejus superiori termino.

Sint planum inclinatum, & perpendiculum, A B, A C, quorum idem sit terminus A. Oportet in perpendiculo ad partes A extenso punctum sublime reperire, ex quo mobile decidens, & per planum A B conversum, partem assumptam perpendiculi, & planum A B, conficiat tempore eodem, ac solum planum A B ex quiete in A.

Sit

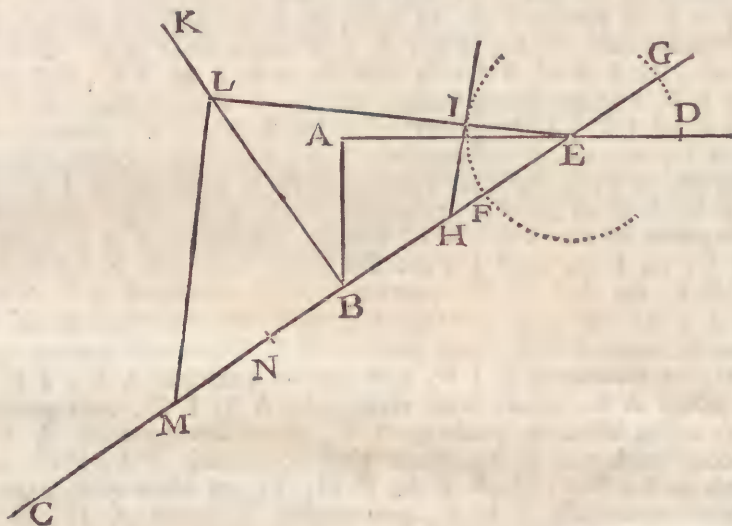
Sit horizontalis linea B C, & secetur A N æqualis A C: & ut A B ad B N; ita fiat A L ad L C: & ipsi A L ponatur ęqualis A I, & ipsarum A C, B I, tertia proportionalis sit C E in perpendiculo A C producto signata. Dico, C E esse spatium quęsitum: adeo ut extenso perpendiculo supra A, & assumpta parte A X ipsi C E ęquali, mobile ex X conficiet utrumque spatium X A B ęquali tempore, ac solum A B ex A. Ponatur horizontalis X R ęquidistans B C, cui occurrat B A extensa in R, deinde producta A B in D, ducatur E D ęquidistans C B, & supra A D semicirculus describatur, & ex B ipsi D A perpendicularis erigatur B F usque ad circumferentiam. Patet, F B esse mediam inter A B, B D, & ductam F A mediam inter D A, A B. Ponatur B S ęqualis B I, & F H ęqualis F B. Et quia, ut A B ad B D, ita A C ad C E, estque B F media inter A B, B D, & B I media inter A C, C E; erit ut B A ad A C, ita F B ad B S. Et cum sit ut B A ad A C, seu ad A N, ita F B ad B S, erit per conversionem rationis B F ad F S, ut A B ad B N, hoc est, A L ad L C; rectangulum igitur sub F B, C L, ęquatur rectangulo sub A L, S F; hoc autem rectangulum A L, S F, est excessus rectanguli sub A L, F B, seu A I, B F, super rectangulo A I, B S, seu A I B; rectangulum vero F B, L C est excessus rectanguli A C, B F, super rectangulo A L, B F; rectangulum autem A C, B F, ęquatur rectangulo A B I; (est enim ut B A ad A C, ita F B, ad B I) excessus igitur rectanguli A B I super rectangulo A I, B F, seu A I, F H, ęquatur excessui rectanguli A I, F H, super rectangulo A I B; ergo bina rectangula A I, F H, æquantur duobus A B I, A I B: nempe binis A I B, cum quadrato B I. Commune sumatur quadratum A I, erunt bina rectangula A I B, cum duobus quadratis A I, I B, nempe quadratum ipsum A B, ęquale binis rectangulis A I, F H, cum quadrato A I. Communiter rursus assumpto quadrato B F, erunt duo quadrata A B, B F; nempe unicum quadratum A F, ęquale binis rectangulis A I, F H, cum duobus quadratis A I, F B, id est A I, F H. Verum idem quadratum A F ęquale est binis rectangulis A H F, cum duobus quadratis A H, H F; ergo bina rectangula A I, F H, cum quadratis A I, F H, ęqualia sunt binis rectangulis A H F cum quadratis A H, H F; & dempto communi quadrato H F bina rectangula A I, F H, cum quadrato A I erunt ęqualia binis rectangulis A H F cum quadrato A H. Cumque rectangulorum omnium F H sit latus commune, erit linea A H æqualis lineæ A I, si enim major, vel minor esset, rectangula quoque F H A, & quadratum H A, majora vel minora essent rectangulis F H, I A, & quadrato I A; contra id, quod demonstratum est.

Modo si intelligamus tempus casus per A B esse ut A B, tempus per A C erit ut A C, & ipsa I B media inter A C, C E, erit tempus per C E, seu per X A ex quiete in X, cumque inter D A, A B, seu R B, B A media sit A F, inter vero A B, B D, id est R A, A B, media sit B F, cui æquatur F H, erit ex prædemonstratis excessus A H tempus per A B ex quiete in R, seu post casum ex X; dum tempus ejusdem A B ex quiete in A fuerit A B. Tempus igitur per X A, est I B; per A B vero post R A, seu post X A, est A I; ergo tempus per X A B erit ut A B, idem nempe cum tempore per solam A B ex quiete in A. Quod erat propositum.

PROBL. XIV. PROP. XXXV.

Data inflexa ad datum perpendiculum, partem in inflexa accipere, in qua sola ex quiete fiat motus eodem tempore, atque in eadem cum perpendiculo.

Sit

623 Sit perpendiculum A B; & ad ipſum inflexa B C. Oportet in B C partem accipere, in qua ſola ex quiete fiat motus eodem tempore, ac in eadem cum perpendiculo A B. Ducatur horizon A D, cui inclinata C B extenſa occurrat in E, ponaturque B F æqualis B A; & centro E intervallo E F circulus deſcribatur F I G; & F E ad circumferentiam uſque protrahatur in G; & ut G B ad B F, ita fiat B H ad H F; & H I circulum tangat in I. Deinde ex B perpendicularis ad F C erigatur B K, cui occurrat in L linea E I L; tandem ipſi E L perpendicularis ducatur L M occurrens B G in M. Dico, in linea B M

ex quiete in B fieri motum eodem tempore, ac ex quiete in A per ambas A B, B M. Ponatur E N æqualis E L. Cumque ut G B ad B F, ita ſit B H ad H F; erit permutando, ut G B ad B H, ita B F ad F H & dividendo G H ad H B, ut B H ad H F. Quare rectangulum G H F quadrato H B erit æquale: ſed idem rectangulum æquatur quoque quadrato H I; ergo B H ipſi H I eſt æqualis. Cumque in quadrilatero I L B H latera H B, H I ſint æqualia, & anguli B, I recti, erit latus quoque B L ipſi L I æquale: eſt autem E I æqualis E F; ergo tota L E, ſeu N E, duabus L B, E F eſt æqualis: auferatur communis E F; erit reliqua F N ipſi L B æqualis; at poſita eſt F B æqualis ipſi B A; ergo L E duabus A B, B N æquatur. Rurſus ſi intelligatur, tempus per A B eſſe ipſam A B; erit tempus per E B ipſi E B æquale: tempus autem per totam E M erit E N, media ſcilicet inter M E, E B; quare reliquæ B M tempus caſus poſt E B, ſeu poſt A B, erit ipſa B N. Poſitum autem eſt, tempus per A B eſſe A B: ergo tempus caſus per ambas A B M eſt A B N; cum autem tempus per E B ex quiete in E ſit E B; tempus per B M ex quiete in B erit media proportionalis inter B E, B M; hæc autem eſt B L: tempus igitur per ambas A B M ex quiete in A eſt A B N; tempus vero per B M ſolam ex quiete in B eſt B L: oſtenſum autem eſt, B L eſſe æqualem duabus A B, B N; ergo patet propoſitum.

Aliter magis expedite.

624 Sit B C planum inclinatum, B A perpendiculum. Ducta perpendiculari per B ad

B ad E C, & utrinque extensa, ponatur B H æqualis excessus B E super B A: & angulo B H E ponatur æqualis angulus H E L: ipsa vero E L extensa occurrat B K in L; & ex L excitetur perpendicularis ad E L, L M occurrens B C in M. Dico, B M esse spatium in plano E C quæsitum. Quia enim angulus M L E rectus est, erit B L media inter M B, B E; & L E media inter M E, E B, cui E L secetur æqualis E N; & erunt tres lineæ N E, E L, L H ęquales, & H B erit excessus N E super B L. Verum eadem H B est etiam excessus N E super N B, B A; ergo duæ N B, B A, æquales sunt B L. Quod si ponatur, E B esse tempus per E B; erit B L tempus per B M ex quiete in B; & B N erit tempus ejusdem post E B, seu post A B; & A B erit tempus per A B; ergo tempora per A B M, nempe A B N, æqualia sunt tempori per solam B M ex quiete in B; quod est intentum.

LEMMA.

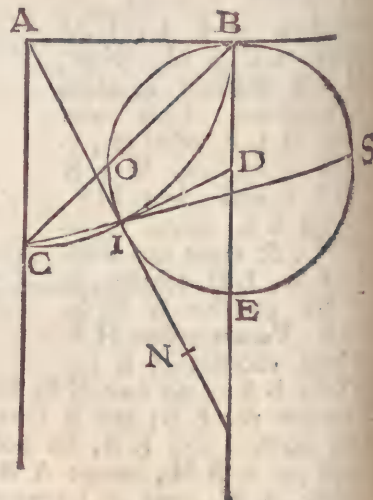
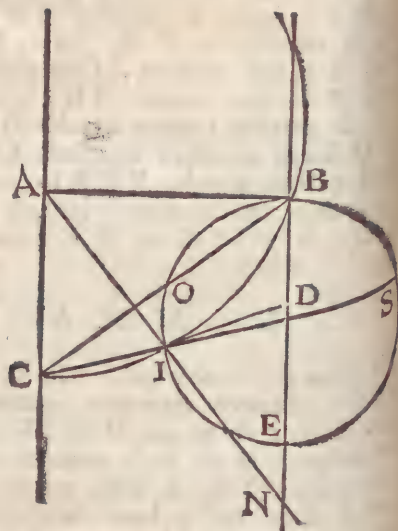
Sit D C ad diametrum B A perpendicularis, & a termino B educatur B D E utcunque, & connectatur F B. Dico, F B inter D B, B E esse mediam. Connectatur E F: & per B ducatur tangens B G; quæ erit ipsi C D parallela: quare angulus D B G angulo F D B erit æqualis: at eidem G B D æquatur quoque angulus E F B in portione alterna: ergo similia sunt triangula F B D, F E B; & ut B D ad B F, ita F B ad B E.

LEMMA.

Sit linea A C major ipsa D F; & habeat A B ad B C majorem rationem, quam D E ad E F. Dico, A B ipsa D E esse majorem. Quia enim A B ad B C majorem rationem habet, quam D E ad E F, quam rationem habet A B ad B C, hanc habebit D E ad minorem quam E F: habeat ad E G: & quia A B ad B C est, ut D E ad E G, erit componendo, & per conversionem rationis, ut C A ad A B, ita G D ad D E: est autem C A major G D: ergo B A ipsa D E major erit.

LEM-

LEMMA.

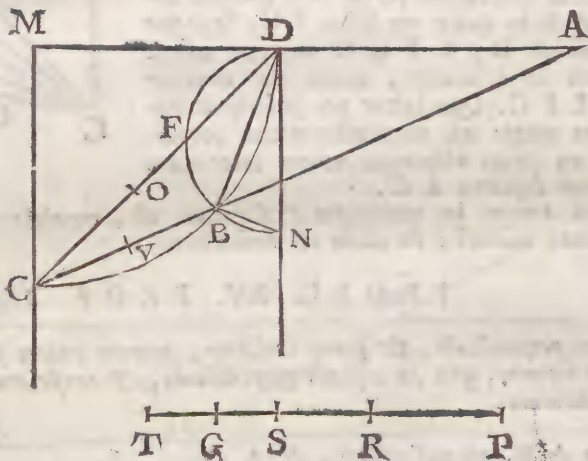
625 Sit circuli quadrans A C I B: & ex B ipsi A C parallela B E; & ex quovis centro in ea sumpto circulus B O E S descriptus tangens A B in B, & secans circumferentiam quadrantis in I; & juncta sit C B, & C I usque ad S extensa. Dico, lineam C I minorem semper esse ipsa C O. Jungatur A I, quæ circulum B O E tanget. Si enim ducatur D I, erit æqualis ipsi D B; cum vero D B quadrantem tangat, tanget etiam eumdem D I: & ad diametrum A I erit perpendicularis. Quare & ipsa A I circulum B O E tanget in I. Et quia angulus A I C major est angulo A B C, cum majori insistat peripheriæ: ergo angulus quoque S I N ipso A B C major erit; quare portio I E S major est portione B O; & linea C S centro vicinior major ipsa C B: quare & C O major C I; cum S C ad C B sit, ut O C ad C I.

Idem autem magis accidet, si (ut in altera figura) B I C quadrante fuerit minor; nam perpendicularis D B circulum secabit C I B; quare D I quoque, cum ipsi D B sit æqualis, & angulus D I A erit obtusus, & ideo A I N circulum quoque B I N secabit: cumque angulus A B C minor sit angulo A I C, qui æquatur ipsi S I N; iste autem est adhuc minor eo, qui ad contactum in I fieret per lineam S I; ergo portio S E I est longe major portione B O; unde, &c. quod erat demonstrandum.

THEOR. XXII. PROP. XXXVI.

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto elevetur planum non majorem subtendens circumferentiam quadrante, a terminis cujus duo alia plana ad quodlibet circumferentiæ punctum inflectantur, descensus in planis ambobus inflexis breviori tempore absolvetur, quam in solo priori plano elevato, vel quam in altero tantum ex illis duobus, nempe in inferiori.

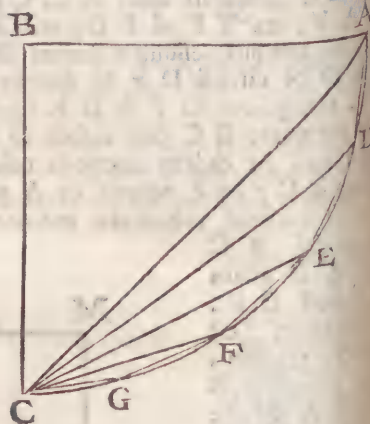
Sit

Sit circuli ad horizontem erecti ab imo puncto C circumferentia C B D, non major quadrante, in qua sit planum elevatum C D, & duo plana a terminis D, C, inflexa ad quodlibet punctum B in circumferentia sumptum: Dico, tempus descensus per ambo plana D B C brevius esse tempore descensus per solum D C, vel per unicum B C ex quiete in B. Ducta sit per D horizontalis M D A; cui C B extensa occurrat in A: sintque D N, M C ad M D, & B N ad B D perpendiculares: & circa triangulum rectangulum D B N semicirculus describatur D F B N, secans D C in F: & ipsarum C D, D F media sit proportionalis D O; ipsarum autem C A, A B media sit A V. Sit autem P S tempus, quo peragitur tota D C, vel B C, (constat enim, tempore eodem peragi utramque) & quam rationem habet C D ad D O, hanc habeat tempus S P ad tempus P R: erit tempus P R id, in quo mobile ex D peragit D F; R S vero id, in quo reliquum F C. Cum vero P S sit quoque tempus, quo mobile ex B peragit B C; si fiat ut B C ad C D, ita S P ad P T; erit P T tempus casus ex A in C; cum D C media sit inter A C, C B, ex ante demonstratis. Fiat tantum, ut C A ad A V, ita T P ad P G; erit P G tempus, quo mobile ex A venit in B; G T vero tempus residuum motus B C consequentis post motum ex A in B. Cum vero D N circuli D F N diameter ad horizontem sit erecta, temporibus aequalibus peragentur D F & D B lineae. Quare si demonstratum fuerit, mobile citius permeare B C post casum D B, quam F C post peractam D F, habebimus intentum. At eadem temporis celeritate conficit mobile veniens ex D per D B ipsam B C; ac si venerit ex A per A B; cum ex utroque casu D B, A B, aequalia accipiat velocitatis momenta; ergo demonstrandum erit, breviori tempore peragi B C post A B quam F C post D F. Explicatum est autem, tempus, quo peragitur B C post A B, esse G T: tempus vero ipsius F C post D F esse R S. Ostendendum itaque est, R S majus esse quam G T: quod sic ostenditur; quia ut S P ad P R, ita C D ad D O, per conversionem rationis; & convertendo, ut R S ad S P, ita O C ad C D: ut autem S P ad P T, ita D C ad C A: & quia est ut T P ad P G, ita C A ad A V; per conversionem rationis erit quoque ut P T ad T G, ita A C ad C V; ergo ex aequali, ut R S ad G T, ita O C ad C V; est autem O C major quam C V, ut mox demonstrabitur; ergo tempus R S majus est tempore G T; quod demonstrare oportebat. Cum vero C F major sit C B, F D vero minor B A; habebit C D ad D F majorem rationem, quam C A ad A B; ut autem C D ad D F, ita quadratum C O ad quadratum O F; cum sint C D, D O, D F, proportionales, ut vero C A ad A B, ita quadratum C V ad quadratum V B; ergo C O ad O F majorem ratio-

626

627

rationem habet quam C V ad V B; igitur ex Lemmate prædicto C O major est quam C V. Constat insuper, tempus per D C ad tempus per D B C esse, ut D O C ad D O cum C V.

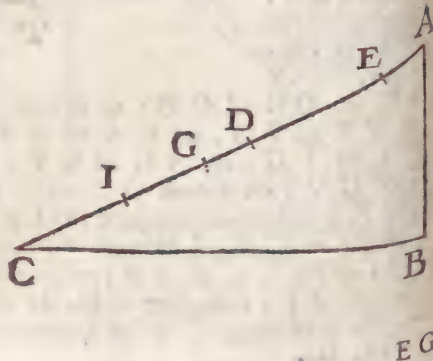
SCHOLIUM.

Ex his, quæ demonstrata sunt, colligi posse videtur, lationem omnium velocissimam ex termino ad terminum, non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem fieri. In quadrante enim B A E C, cujus latus B C sit ad horizontem erectum, divisus sit arcus A C in quotcunque partes æquales, A D, D E, E F, F G, G C; & ductæ sint rectæ ex C ad puncta A, D, E, F, G; & junctæ sint rectæ quoque A D, D E, E F, F G, G C. Manifestum est, lationem per duas A D C citius absolvi, quam per unam A C, vel D C ex quiete in D; sed ex quiete in A citius absolvitur D C, quam duæ A D C; sed per duas D E C ex quiete in A verisimile est citius absolvi descensum quam per solam C D. Ergo descensus per tres A D E C absolvitur citius quam per duas A D C. Verum similiter procedente descensu per A D E, citius fit latio per duas E F C quam per solam E C. Ergo per quatuor A D E F C citius fit motus quam per tres A D E C. Ac tandem per duas F G C post præcedentem descensum per A D E F citius absolvitur latio quam per solam F C. Ergo per quinque A D, E F G C breviori adhuc tempore fit descensus, quam per quatuor A D E F C. Quo igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eo citius absolvitur motus inter duos terminos signatos A C.

Quod autem in quadrante explicatum est, contigit etiam in circumferentia quadrante minori; & idem est ratiocinium.

PROBL. XV. PROP. XXXVII.

Dato perpendiculo, & plano inclinato, quorum eadem sit elevatio, partem in inclinato reperire, quæ sit æqualis perpendiculo, & conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendiculum.

Sint A B perpendiculum, & A C planum inclinatum. Oportet in inclinato partem reperire æqualem perpendiculo A B, quæ post quietem in A conficiatur tempore æquali tempori, quo conficitur perpendiculum. Ponatur A D æqualis A B; & reliqua D C bifariam secetur in I; & ut A C ad C I, ita fiat C I ad aliam A E; cui ponatur æqualis D G. Patet, E G æqualem esse A D, & A B. Dico insuper, hanc

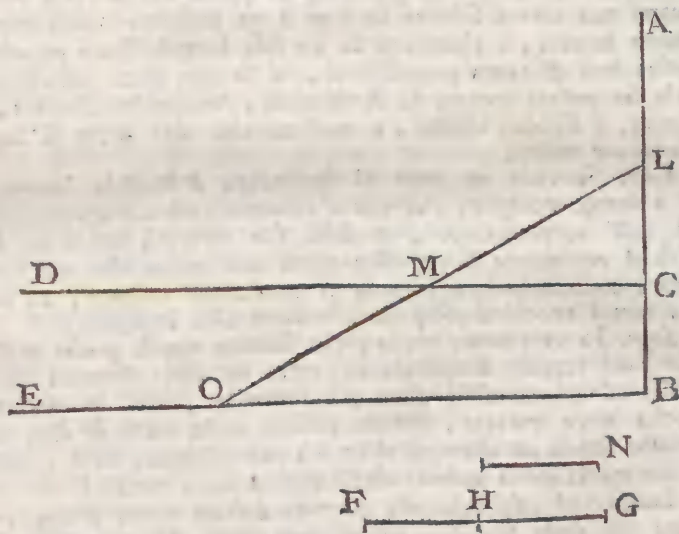
628

E G eam esse, quæ conficitur a mobili veniente ex quiete in a tempore æquali tempori, quo mobile cadit per A B. Quia enim, ut A C ad C I, ita C I ad A E, seu I D ad D G; erit per conversionem rationis, ut C A ad A I, ita D I ad I G. Cum itaque sit ut totum C A ad totum A I ita ablatum C I ad ablatum I G: erit reliquum I A ad reliquum A G, ut totum C A ad totum A I. Est itaque A I media inter C A, A G; & C I media inter C A, A E. Si itaque ponatur, tempus per A B esse ut A B, erit A C tempus per A C; & C I, seu I D tempus per A E; cumque A I media sit inter C A, A G; sitque C A tempus per totam A C; erit A I tempus per A G; & reliquum I C per reliquum G C: fuit autem D I tempus per A E: sunt itaque D I, I C tempora per utrasque A E, C G; ergo reliquum D A erit tempus per E G, æquale nempe tempori per A B. Quod faciendum fuit.

COROLLARIUM.

Ex his constat, spatium quæsitum esse intermedium inter partes superam, & inferam, quæ temporibus æqualibus conficiuntur.

PROBL. XVI. PROP. XXXVIII.

Datis duobus planis horizontalibus a perpendiculo sectis, in perpendiculo punctum sublime reperire, ex quo cadentia mobilia, & in planis horizontalibus reflexa conficiant in temporibus æqualibus temporibus casuum in iisdem horizontalibus, in superiore nempe, atque in inferiore, spatia, quæ inter se habeant quamcumque datam rationem minoris ad majorem.

Secta sint plana horizontalia, C D, B E, a perpendiculo A C B, sitque data ratio minoris ad majorem N ad F G. Oportet in perpendiculo A B punctum sublime reperire, ex quo mobile cadens, & in plano C D reflexum tempore æquali tempori sui casus spatium conficiat, quod ad spatium ab altero mobili ex eodem puncto sublimi veniente tempore æquali tempori sui casus, motu reflexo per B E planum, habeat rationem eamdem cum data N ad F G. Ponatur G H æqualis ipsi N; & ut F H ad H G, ita fiat B C ad C L. Dico, L esse punctum sublime quæsitum. Accepta enim C M dupla ad C L, ducatur L M

 plano

plano B E occurrens in O; erit B O dupla B L. Et quia, ut F H ad H G, ita B C ad C L; erit componendo, & convertendo, ut H G, hoc est N ad G F, ita C L ad L B, hoc est C M ad B O. Cum autem C M dupla sit ad L C, fit, spatium C M esse illud, quod a mobili veniente ex L post casum L C conficitur in pla-

629 no C D; & eadem ratione B O esse illud, quod conficitur post casum L B in tempore æquali tempori casus per L B; cum B O sit dupla ad B L; ergo patet propositum.

Sagr. Parmi veramente, che conceder si possa al nostro Accademico, che egli senza jattanza abbia nel principio di questo suo trattato potuto attribuirsi di arrecarci una nuova scienza intorno a un suggetto antichissimo. Ed il vedere con quanta felicità, e chiarezza da un solo semplicissimo principio ei deduca le dimostrazioni di tante proposizioni, mi fa non poco maravigliare, come tal materia sia passata intatta da Archimede, Apollonio, Euclide, e tanti altri Matematici, e Filosofi illustri, e massime che del moto si trovano scritti volumi grandi, e molti.

Salv. Si vede un poco di fragmento d' Euclide intorno al moto, ma non vi si scorge vestigio, che egli s' incamminasse all' investigazione della proporzione dell' accelerazione, e delle sue diversità sopra le diverse inclinazioni. Talchè veramente si può dire essersi non prima che ora aperta la porta ad una nuova contemplazione, piena di conclusioni infinite, ed ammirande, le quali nei tempi avvenire potranno esercitare altri ingegni.

Sagr. Io veramente credo, che siccome quelle poche passioni (dirò per esempio) del cerchio dimostrate nel terzo de' suoi elementi da Euclide sono l' ingresso ad innumerabili altre più recondite, così le prodotte, e dimostrate in questo breve trattato, quando passasse nelle mani di altri ingegni speculativi,
630 sarebbe strada ad altre ed altre più maravigliose, ed è credibile, che così seguirebbe mediante la nobiltà del soggetto sopra tutti gli altri naturali.

Lunga, ed assai laboriosa giornata è stata questa d' oggi, nella quale ho gustato più delle semplici proposizioni, che delle loro dimostrazioni, molte delle quali credo, che per ben capirle mi porteranno via più d' un' ora per ciaschedurna: studio, che mi riserbo a farlo con quiete, lasciandomi V. S. il libro nelle mani, dopo che avremo veduto questa parte, che resta intorno al moto dei Projetti; che sarà, se così gli piace, nel seguente giorno.

Salv. Non mancherò d' esser con loro.

GIOR-

GIORNATA QUARTA.

Salv. A Tempo arriva ancora il Signor Simpl. però senza interpor quiete venghiamo al moto, ed ecco il Testo del nostro Autore. 631

DE MOTU PROJECTORUM.

Quæ in motu æquabili contingunt accidentia, itemque in motu naturaliter accelerato super quascunque planorum inclinationes, supra consideravimus. In hac, quam modo aggredior, contemplatione, præcipua quędam symptomata, eaque scitu digna in medium afferre conabor, eademque firmis demonstrationibus stabilire, quæ mobili accidunt dum motu ex duplici latione composito, æquabili nempe, & naturaliter accelerato, movetur: hujusmodi autem videtur esse motus ille, quem de projectis dicimus; cujus generationem talem constituo.

Mobile quoddam super planum horizontale projectum mente concipio omni secluso impedimento: jam constat ex his, quæ fusius alibi dicta sunt, illius motum æquabilem, & perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur: si vero terminatum, & in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate præditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, æquabili, atque indelebili priori lationi superaddet illam, quam a propria gravitate habet deorsum propensionem, indeque motus quidam emerget compositus ex æquabili horizontali, & ex deorsum naturaliter accelerato, quem projectionem voco. Cujus accidentia nonnulla demonstrabimus; quorum primum sit

THEOR. I. PROP. I.

Projectum dum fertur motu composito ex horizontali æquabili, & ex naturaliter accelerato deorsum, lineam semiparabolicam describit in sua latione.

Sagr. E' forza, Sig. Salviati, in grazia di me, ed anco credo io del Sig. Simplicio far qui un poco di pausa; conciossiachè io non mi son tanto inoltrato nella Geometria, ch' io abbia fatto studio in Apollonio, se non in quanto so, ch' ei tratta di queste Parabole, e dell' altre sezioni coniche, senza la cognizione delle quali, e delle lor passioni, non credo, che intender si possano le dimostrazioni di altre proposizioni a quelle aderenti. E perchè già nella bella prima proposizione ci vien proposto dall' Autore doversi dimostrare la linea descritta dal Proietto esser Parabolica, mi vo immaginando, che, non dovendosi trattar di altro, che di tali linee, sia assolutamente necessario avere una perfetta intelligenza, se non di tutte le passioni di tali figure dimostrate da Apollonio, almeno di quelle, che per la presente scienza son necessarie.

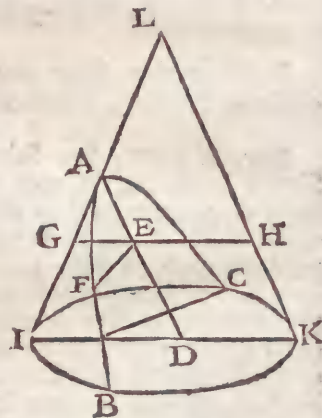
Salv. V. S. si umilia molto, volendosi far nuovo di quelle cognizioni, le quali non è gran tempo, che ammesse come ben sapute: allora dico, che nel trattato delle Resistenze avemmo bisogno della notizia di certa proposizione di Apollonio, sopra la quale ella non mosse difficoltà.

Sagr. Può essere o che io la sapessi per ventura, o che io la supponessi per una volta tanto, che ella mi bisognò in tutto quel trattato: ma qui dove mi immagino di avere a sentir tutte le dimostrazioni circa tali linee, non bisogna, come si dice, bever grosso, buttando via il tempo, e la fatica. 632

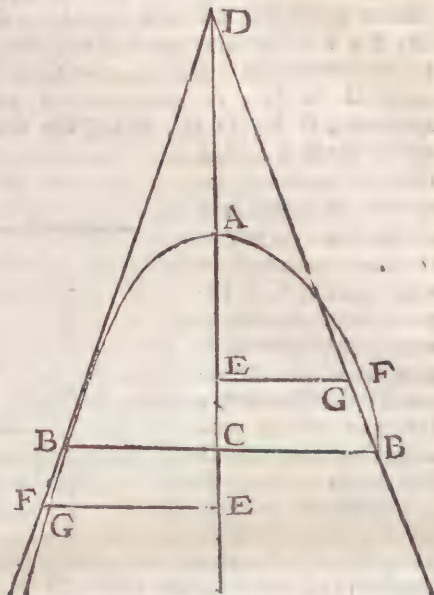
Simp. E poi rispetto a me, quando bene, come credo, il Sig. Sagredo fusse ben

ben corredato di tutti i ſuoi biſogni, a me cominciano già a giugner come nuovi gli ſteſſi primi termini: perchè ſebbene i noſtri Filoſofi hanno trattata queſta materia del Moto de' Proietti, non mi ſovvien, che ſi ſiano riſtretti a definire, quali ſieno le linee da quelli deſcritte, ſalvo che aſſai generalmente ſien ſempre linee curve, eccetto che nelle proiezioni perpendicolari ſurſum. Però quando quel poco di Geometria, che io ho appreſo da Euclide da quel tempo in qua, che noi avemmo altri diſcorſi, non ſia baſtante per rendermi capace delle cognizioni neceſſarie per l'intelligenza delle ſeguenti dimoſtrazioni, mi converrà contentarmi delle ſole propoſizioni credute, ma non ſapute.

Salv. Anzi voglio io, che le ſappiate mercè dell' iſteſſo Autor dell' opera, il quale quando già mi concedè di veder queſta ſua fatica, perchè io ancora in quella volta non aveva in pronto i libri di Apollonio, s' ingegnò di dimoſtrarmi due paſſioni principaliſſime di eſſa Parabola ſenza veruna altra precognizione, delle quali ſole ſiamo biſognoſi nel preſente trattato; le quali ſon bene anco provate da Apollonio, ma dopo molte altre, che lungo ſarebbe a vederle; ed io voglio, che abbreviamo aſſai il viaggio, cavando la prima immediatamente dalla pura, e ſemplice generazione di eſſa Parabola, e da queſta poi pure immediatamente la dimoſtrazione della ſeconda. Venendo dunque alla prima:

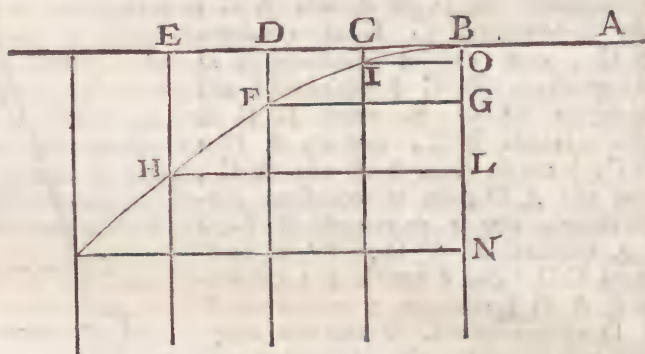
Intendaſi il cono retto, la cui baſe ſia il cerchio I B K C, e vertice il punto L, nel quale, ſegato con un piano parallelo al lato L K, naſca la ſezione B A C detta Parabola; la cui baſe B C ſeghi ad angoli retti il diametro I K del cerchio I B K C, e ſia l' aſſe della Parabola A D parallelo al lato L K; e preſo qualſivoglia punto F nella linea B F A, tiriſi la retta F E parallela alla B D. Dico, che il quadrato della B D al quadrato della F E ha la medeſima proporzione, che l' aſſe D A alla parte A E. Per lo punto E intendaſi paſſare un piano parallelo al cerchio I B K C, il quale farà nel cono una ſezione circolare, il cui diametro ſia la linea G E H. E perchè ſopra il diametro I K del cerchio I B K la B D è perpendicolare, ſarà il quadrato della B D eguale al rettangolo fatto dalle parti I D, D K. E parimente nel cerchio ſuperiore, che s' intende paſſare per i punti G F H, il quadrato della linea F E è eguale al rettangolo delle parti G E H. Adunque il quadrato della B D al quadrato della F E ha la medeſima proporzione, che il rettangolo I D K al rettangolo G E H. E perchè la linea E D è parallela alla H K, ſarà la E H eguale alla D K, che pur ſon parallele: e però il rettangolo I D K al rettangolo G E H avrà la medeſima proporzione, che la I D alla G E, cioè, che la D A alla A E: adunque il rettangolo I D K al rettangolo G E H, cioè il quadrato B D al quadrato F E ha la medeſima proporzione, che l' aſſe D A alla parte A E, che biſognava dimoſtrare.

633 L' altra propoſizione pur neceſſaria al preſente trattato così faremo manifeſta. Segniamo la Parabola, della quale ſia prolungato fuori l' aſſe C A in D, e preſo qualſivoglia punto B, per eſſo intendaſi prodotta la linea B C parallela alla baſe di eſſa Parabola. E poſta la D A eguale alla parte dell' aſſe C A, dico, che la retta tirata per i punti D, B, non cade dentro alla Parabola, ma fuori, ſicchè ſolamente la tocca nell' iſteſſo punto B. Imperocchè, ſe è poſſibile, caſchi dentro ſegandola ſopra, o prolungata ſegandola ſotto. Ed in eſſa

ſia

sia preso qualsivoglia punto G, per lo quale passi la retta F G E. E perchè il quadrato F E è maggiore del quadrato G E, maggior proporzione avrà esso quadrato F E al quadrato B C, che il quadrato G E al medesimo B C. E perchè per la precedente il quadrato F E al quadrato B C sta come la E A alla A C, adunque maggior proporzione ha la E A alla A C, che il quadrato G E al quadrato B C, cioè che il quadrato E D al quadrato D C (essendochè nel triangolo D G E come la G E alla parallela B C, così sta E D a D C.) ma la linea E A alla A C, cioè alla A D, ha la medesima proporzione, che 4. rettangoli E A D a 4. quadrati di A D, cioè al quadrato C D (che è eguale a 4 quadrati di A D) adunque 4 rettangoli E A D al quadrato C D avranno maggior proporzione, che il quadrato E D al quadrato D C; adunque 4. rettangoli E A D saranno maggiori del quadrato E D: il che è falso, perchè son minori: imperocchè le parti E A, A D della linea E D non sono eguali. Adunque la linea D B tocca la Parabola in B, e non la sega; il che si doveva dimostrare.

Simpl. Voi procedete nelle vostre dimostrazioni troppo alla grande; ed andate sempre, per quanto mi pare, supponendo, che tutte le proposizioni di Euclide mi siano così familiari e pronte, come gli stessi primi assiomi, il che non è. E pur ora l'uscirmi addosso, che 4 rettangoli E A D son minori del quadrato D E, perchè le parti E A, A D della linea E D non sono eguali, non mi quieta, ma mi lascia sospeso.

Salv. Veramente tutti i Matematici non vulgari suppongono, che il lettore abbia prontissimi almeno gli Elementi di Euclide: e qui per supplire al vostro bisogno basterà ricordarvi una proposizione del secondo, nella quale si dimostra, che quando una linea è segata in parti eguali, ed in diseguali, il rettangolo delle parti diseguali è minore del rettangolo delle parti eguali (cioè, del quadrato della metà) quanto è il quadrato della linea compresa tra i segamenti. Onde è manifesto, che il quadrato di tutta, il quale contiene 4 quadrati della metà, è maggiore di 4 rettangoli delle parti diseguali. Ora di queste due proposizioni dimostrate, prese dagli Elementi Conici, conviene, che tenghiamo memoria, per l' intelligenza delle cose seguenti nel presente trattato: che di queste sole, e non di più si serve l'Autore. Ora possiamo ripigliare il testo per vedere in qual maniera ci vien dimostrando la sua prima proposizione, dove egli intende di provarci la linea descritta dal mobile grave, che mentre ci discende con moto composto dell' equabile orizzontale, e del naturale descendente, sia una Semiparabola. 634

Intelligatur horizontalis linea, seu planum A B in sublimi positum: super quo ex A in B motu æquabili feratur mobile: deficiente vero plani fulcimento in B superveniat ipsi mobili a propria gravitate motus naturalis deorsum juxta per-

perpendicularem B N. Intelligatur insuper plano A B in directum posita linea B E, tanquam temporis effluxus, seu mensura, super qua ad libitum notentur partes quotlibet temporis æquales, B C, C D, D E, atque ex punctis B, C, D, E, intelligantur productæ lineæ perpendiculo B N æquidistantes: in quarum prima accipiatur quælibet pars C I; cujus quadrupla sumatur in sequenti D F, nonupla E H, & consequenter in reliquis secundum rationem quadratorum ipsarum, C B, D B, E B, seu dicamus, in ratione earundem linearum duplicata. Quod si mobili ultra B versus C æquabili latione lato descensum perpendicularem secundum quantitatem C I superadditum intelligamus, reperietur tempore B C in termino I constitutum. Ulterius autem procedendo, tempore D B, duplo scilicet B C, spatium descensus deorsum erit spatii primi C I quadruplum: demonstratum enim est in primo tractatu, spatia peracta a gravi motu naturaliter accelerato esse in duplicata ratione temporum. Pariterque consequenter spatium E H peractum tempore B E erit ut 9 adeo ut manifeste constet, spatia E H, D F, C I, esse inter se ut quadrata linearum E B, D B, C B. Ducantur modo a punctis I, F, H, rectæ I O, F G, H L, ipsi E B æquidistantes; erunt H L, F G, I O lineæ lineis E B, D B, C B, singulæ singulis æquales; nec non ipsæ B O, B G, B L ipsis C I, D F, E H æquales. Eritque quadratum H L ad quadratum F G, ut linea L B ad B G: & quadratum F G ad quadratum I O, ut G B ad B O. Ergo puncta I, F, H, sunt in una eademque linea Parabolica. Similiterque demonstrabitur, assumptis quibuscunque temporis particulis æqualibus cujuslibet magnitudinis, loca mobilis simili motu composito lati iisdem temporibus in eadem linea parabolica reperiri. Ergo patet propositum.

635 *Salv.* Questa conclusione si raccoglie dal converso della prima delle due proposizioni poste di sopra: imperocchè descritta per esempio la Parabola per li punti B, H, se alcuno delli due F, I non fusse nella descritta linea parabolica, sarebbe dentro, o fuori; e per conseguenza la linea F G sarebbe o minore, o maggiore di quella, che andasse a terminare nella linea Parabolica: onde il quadrato della H L non al quadrato della F G, ma ad altro maggiore, o minore avrebbe la medesima proporzione, che ha la linea L B alla B G, ma la ha al quadrato della F G; adunque il punto F è nella Parabolica; e così tutti gli altri, ec.

Sagr. Non si può negare, che il discorso non sia nuovo, ingegnoso, e concludente, argomentando *ex suppositione*, supponendo cioè che il moto traversale si mantenga sempre equabile, e che il naturale *deorsum* parimente mantenga il suo tenore di andarsi sempre accelerando secondo la proporzion duplicaca dei tempi: e che tali moti, e loro velocità nel mescolarsi non si alterino, perturbino, ed impediscano, sicchè finalmente la linea del Projetto non vadia nella continuazion del moto a degenerare in un' altra specie; cosa, che mi si rappresenta come impossi-

possibile. Imperocchè, stante che l' asse della Parabola nostra, secondo il quale noi supponghiamo farsi il moto naturale dei gravi, essendo perpendicolare all' Orizzonte, va a terminar nel centro della Terra, ed essendo che la linea Parabolica si va sempre slargando dal suo asse, niun projetto andrebbe giammai a terminar nel centro, o se vi andrebbe, come par necessario, la linea del projetto tralignerebbe in altra diversissima dalla Parabolica.

Simp. Io a queste difficoltà ne aggiungo dell' altre: una delle quali è, che noi supponghiamo, che il piano orizzontale, il quale non sia nè acclive, nè declive, sia una linea retta; quasi che una simil linea sia in tutte le sue parti egualmente distante dal centro, il che non è vero; perchè partendosi dal suo mezzo va verso le estremità sempre più, e più allontanandosi dal centro, e però ascendendo sempre; il che si tira in conseguenza esser impossibile, che il moto si perpetui, anzi che nè pur per qualche spazio si mantenga equabile, ma ben sempre vadia languendo. In oltre è per mio credere impossibile lo schivar l' impedimento del mezzo, sicchè non levi l' equabilità del moto trasversale, e la regola dell' accelerazione nei gravi cadenti. Dalle quali tutte difficoltà si rende molto improbabile, che le cose dimostrate con tali supposizioni incostanti possano poi nelle praticate esperienze verificarsi.

Salv. Tutte le promosse difficoltà, e instanze son tanto ben fondate, che stimo essere impossibile il rimuoverle; ed io per me le ammetto tutte, come anco credo, che il nostro Autore esso ancora le ammetterebbe. E concedo, che le conclusioni così in astratto dimostrate si alterino in concreto, e si falsifichino a segno tale, che nè il moto trasversale sia equabile, nè l' accelerazione del naturale sia colla proporzion supposta, nè la linea del Proietto sia Parabolica, ec. Ma bene all' incontro domando, che elle non contendano al nostro Autor medesimo quello, che altri grandissimi uomini hanno supposto, ancorchè falso. E la sola autorità di Archimede può quietare ogn' uno: il quale nelle sue Meccaniche, e nella prima quadratura della Parabola piglia come principio vero, l' ago della bilancia, o stadera essere una linea retta in ogni suo punto egualmente distante dal centro comune dei gravi; e le corde alle quali sono appesi i gravi esser tra di loro parallele. La qual licenza viene da alcuni scusata, perchè nelle nostre pratiche gli strumenti nostri, e le distanze, le quali vengono da noi adoperate, son così piccole in comparazione della nostra gran lontananza dal centro del globo terrestre, che ben possiamo prendere un minuto di un grado del cerchio massimo, come se fusse una linea retta, e due perpendicoli, che dai suoi estremi pendessero, come se fussero paralleli. Che quando nelle opere pratiche si avesse a tener conto di simili minuzie, bisognerebbe cominciare a riprendere gli Architetti, li quali col perperpendicolo suppongono di alzar le altissime torri tra linee equidistanti. Aggiungo qui, che noi possiamo dire, che Archimede, e gli altri supposero nelle loro contemplazioni esser costituiti per infinita lontananza remoti dal centro: nel qual caso i loro assunti non erano falsi; e che però concludevano con assoluta dimostrazione. Quando poi noi vogliamo praticare in distanza terminata le conclusioni dimostrate, col suppor lontananza immensa, dobbiamo difalcar dal vero dimostrato quello, che importa il non esser stata la lontananza dal centro realmente infinita, ma ben tale, che domandar si può immensa in comparazione della piccolezza degli artificj praticati da noi, il maggior dei quali sarà il tiro dei Projetti, e di questi quello solamente dell' Artiglierie; il quale per grande che sia non passerà 4. miglia di quelle, delle quali noi siamo lontani dal centro quasi altrettante migliaja; ed andando questi a terminar nella superficie del globo terrestre, ben potranno solo insensibilmente alterar quella figura parabolica, la quale si concede, che sommamente si trasformerebbe nell' andare a terminar nel centro. Quanto poi al perturbamento procedente dall' impedimento del mezzo, questo è più con-

936

ſiderabile, e per la ſua tanto moltiplice varietà incapace di poter ſotto regole ferme eſſer compreſo, e datone ſcienza; atteſochè, ſe noi metteremo in conſiderazione il ſolo impedimento, che arreca l'aria ai moti conſiderati da noi, queſto ſi troverà perturbargli tutti, e perturbargli in modi infiniti, ſecondo che in infiniti modi ſi variano le figure, le gravità, e le velocità dei mobili. Imperocchè quanto alla velocità, ſecondo che queſta ſarà maggiore, maggiore ſarà il contraſto fattogli dall' aria, la quale anco impedirà più i mobili, ſecondo che ſaranno men gravi: talchè ſebbene il grave deſcendente dovrebbe andare accelerandoſi in duplicata proporzione della durazion del ſuo moto, tuttavia per graviſſimo che fuſſe il mobile, nel venir da grandiſſime altezze, ſarà tale l' impedimento dell' aria, che gli torrà il poter creſcere più la ſua velocità, e lo ridurrà ad un moto uniforme, ed equabile: e queſta adequazione tanto più preſto, ed in minori altezze ſi otterrà, quanto il mobile ſarà men grave. Quel moto anco, che nel piano orizontale, rimoſſi tutti gli altri oſtacoli, dovrebbe eſſere equabile, e perpetuo, verrà dall' impedimento dell' aria alterato, e finalmente fermato: e qui ancora tanto più preſto, quanto il mobile ſarà più leggiero. Dei quali accidenti di gravità, di velocità, ed anco di figura, come variabili in modi infiniti, non ſi può dar ferma ſcienza. E però per poter ſcientificamente trattar cotal materia biſogna aſtrar da eſſi, e ritrovate, e dimoſtrate le concluſioni aſtratte dagl' impedimenti ſervircene nel praticarle con quelle limitazioni, che l' eſperienza ci verrà inſegnando. E non però piccolo ſarà l' utile, perchè le materie, e lor figure ſaranno elette le men ſoggette agl' impedimenti del mezzo: quali ſono le graviſſime, e le rotonde: e gli ſpazj, e le velocità per lo più non ſaranno sì grandi, che le loro eſorbitanze non poſſano con facil tara eſſer ridotte a ſegno. Anzi pure ne i Proietti praticabili da noi, che ſieno di materie gravi, e di figura rotonda, ed anco di materie 637 men gravi, e di figura cilindrica, come frecce, lanciati con frombe, o archi, inſenſibile ſarà del tutto lo ſvario del lor moto dall' eſatta figura Parabolica. Anzi (e voglio pigliarmi alquanto più di licenza) che negli artifizj da noi praticabili la piccolezza loro renda pochiſſimo notabili gli eſterni, ed accidentari impedimenti, tra i quali quello del mezzo è il più conſiderabile, vi poſſo io con due eſperienze far manifeſto. Io farò conſiderazione ſopra i movimenti fatti per l' aria, che tali ſon principalmente quelli de i quali noi parliamo, contro i quali eſſa aria in due maniere eſercita la ſua forza. L' una è coll' impedir più i mobili men gravi, che i graviſſimi. L' altra è nel contraſtar più alla velocità maggiore, che alla minore dell' iſteſſo mobile. Quanto al primo; il moſtrarci l' eſperienza, che due palle di grandezza eguali, ma di peſo l' una 10, o 12 volte più grave dell' altra, quali ſarebbero per eſempio una di piombo, e l' altra di rovere, ſcendendo dall' altezza di 150, e 200 braccia con pochiſſima differente velocità arrivano in terra, ci rende ſicuri, che l' impedimento, e ritardamento dell' aria in amendue è poco; che ſe la palla di piombo partendoſi nell' iſteſſo momento da alto coll' altra di legno, poco fuſſe ritardata, e queſta molto, per aſſai notabile ſpazio dovrebbe il piombo nell' arrivare in terra laſciarſi addietro il legno, mentre è 10 volte più grave; il che tuttavia non accade, anzi la ſua anticipazione non ſarà nè anco la centeſima parte di tutta l'altezza. E tra una palla di piombo, ed una di pietra, che di quella peſaſſe la terza parte, o la metà, appena ſarebbe oſſervabile la differenza del tempo delle lor giunte in terra. Ora perchè l' impeto, che acquiſta una palla di piombo nel cadere da un' altezza di 200 braccia (il quale è tanto, che continuandolo in moto equabile ſcorrerebbe braccia 400 in tanto tempo quanto fu quello della ſua ſceſa) è aſſai conſiderabile riſpetto alle velocità, che noi con archi, o altre macchine conferiamo a i noſtri Proietti (trattone gl' impeti dependenti dal fuoco) poſſiamo

ſenza

ſenza errore notabile concludere, e reputar come aſſolutamente vere le propoſizioni, che ſi dimoſtreranno ſenza il riguardo dell' alterazion del mezzo. Circa poi all' altra parte, che è di moſtrare, l' impedimento, che l' iſteſſo mobile riceve dall' aria, mentre egli con gran velocità ſi muove, non eſſer grandemente maggiore di quello, che gli contraſta nel muoverſi lentamente, ferma certezza ce ne porge la ſeguente eſperienza. Soſpendaſi da due fili egualmente lunghi, e di lunghezza di 4, o 5 braccia due palle di piombo eguali; e attaccati i detti fili in alto ſi rimuovano amendue le palle dallo ſtato perpendicolare; ma l' una ſi allontani per 80, o più gradi, e l' altra non più che 4, o 5; ſicchè laſciate in libertà l' una ſcenda, e trapaſſando il perpendicolo deſcriva archi grandiſſimi di 160, 150, 140 gradi, ec. diminuendogli appoco appoco: ma l' altra ſcorrendo liberamente paſſi archi piccoli di 10, 8, 6, ec. diminuendogli eſſa ancora appoco appoco. Qui primieramente dico, che in tanto tempo paſſerà la prima li ſuoi gradi 180, 160, ec. in quanto l' altra li ſuoi 10, 8, ec. Dal che ſi fa manifeſto, che la velocità della prima palla ſarà 16, e 18 volte maggiore della velocità della ſeconda; ſicchè quando la velocità maggiore più doveſſe eſſere impedita dall' aria, che la minore, più rade devriano eſſer le vibrazioni negli archi grandiſſimi di 180, o 160 gradi, ec. che ne i piccoliſſimi di 10, 8, 4, ed anco di 2, e di 1; ma a queſto repugna l' eſperienza: imperocchè, ſe due compagni ſi metteranno a numerare le vibrazioni, l' uno le grandiſſime, e l' altro le piccoliſſime, vedranno, che ne numereranno non pur le decine, ma le centinaja ancora, ſenza diſcordar di una ſola, anzi di un ſol punto. E queſta oſſervazione ci aſſicura congiuntamente delle due propoſizioni, cioè che le maſſime, e le minime vibrazioni ſi fanno tutte a una a una ſotto tempi eguali, e che l' impedimento, e ritardamento dell' aria non opera più ne i moti velociſſimi, che ne i tardiſſimi; contro a quello, che pur dianzi pareva, che noi ancora comunemente giudicaſſimo. 638

Sagr. Anzi, perchè non ſi può negare, che l' aria impediſca queſti, e quelli, poichè e queſti, e quelli vanno languendo, e finalmente finiſcono, convien dire, che tali ritardamenti ſi facciano colla medeſima proporzione nell' una, e nell' altra operazione. Ma che? L' avere a far maggior reſiſtenza una volta, che un' altra, da che altro procede egli, fuor che dall' eſſere aſſalito una volta con impeto, e velocità maggiore, ed un' altra con minore? E ſe queſto è, la quantità medeſima della velocità del mobile è cagione, ed inſieme miſura della quantità della reſiſtenza. Adunque tutti i moti, ſiano tardi, o veloci, ſon ritardati e impediti coll' iſteſſa proporzione; notizia pare a me non diſprezzabile.

Salv. Poſſiam per tanto anco in queſto ſecondo caſo concludere, che le fallacie nelle concluſioni, le quali aſtraendo dagli accidenti eſterni ſi dimoſtreranno, ſieno negli artifizi noſtri di piccola conſiderazione, riſpetto a i moti di gran velocità, de i quali per lo più ſi tratta, ed alle diſtanze, che non ſono ſe non piccoliſſime in relazione alla grandezza del ſemidiametro, e de i cerchi maſſimi del globo terreſtre.

Simp. Io volentieri ſentirei la cagione per la quale V. S. ſequeſtra i Proietti dall' impeto del fuoco, cioè, come credo, dalla forza della polvere, dagli altri proietti con frombe, archi, o baleſtre, circa il non eſſere nell' iſteſſo modo ſoggetti all' alterazione, ed impedimento dell' aria.

Salv. Muovemi l' eccesſiva, e per modo di dire, furia ſoprannaturale, colla quale tali proietti vengono cacciati; che bene anco fuora d' iperbole mi par, che la velocità, colla quale vien cacciata la palla fuori di un moſchetto, o di una artiglieria, ſi poſſa chiamar ſoprannaturale. Imperocchè ſcendendo naturalmente per l' aria da qualche altezza immenſa una tal palla, la velocità ſua mercè del contraſto dell' aria non ſi andrà accreſcendo perpetuamente: ma quello, che ne i cadenti poco

gravi si vede in non molto spazio accadere, dico di ridursi finalmente a un moto equabile, accaderà ancora dopo la scesa di qualche migliaja di braccia in una palla di ferro, o di piombo, e questa terminata, ed ultima velocità si può dire esser la massima, che naturalmente può ottener tal grave per aria; la qual velocità io reputo assai minor di quella, che alla medesima palla viene impressa dalla polvere accesa. Del che una assai acconcia esperienza ci può render cauti. Sparisi da un' altezza di cento, o più braccia un archibuso con palla di piombo, all' ingiù perpendicolarmente sopra un pavimento di pietra; e col medesimo si tiri contro una simil pietra in distanza di un braccio o due, e vedasi poi qual delle due palle si trovi esser più ammaccata: imperocchè se la venuta da alto si troverà meno schiacciata dell' altra, sarà segno, che l' aria gli avrà impedita, e diminuita la velocità conferitagli dal fuoco nel principio del moto; e che per conseguenza una tanta velocità non gli permetterebbe l' aria, che ella guadagnasse giammai venendo da quanto si voglia sublime altezza: che quando la velocità impressagli dal fuoco non eccedesse quella, che per se stessa naturalmente scendendo potesse acquistare, la botta all' ingiù dovrebbe più tosto esser più valida, che meno. Io non ho fatto tale esperienza, ma inclino a credere, che una palla di archibuso, o di artiglieria cadendo da un' altezza quanto si voglia grande, non farà quella percossa, che ella fa in una muraglia in lontananza di poche braccia, cioè di così poche, che il breve sdrucito, o vogliam dire scissura da farsi nell' aria, non basti a levar l' eccesso della furia soprannaturale impressagli dal fuoco. Questo soverchio impeto di simili tiri sforzati può cagionar qualche deformità nella linea del proietto; facendo il principio della Parabola meno inclinato, e curvo del fine. Ma questo poco, o niente può esser di pregiudizio al nostro Autore nelle praticabili operazioni: tra le quali principale è la composizione di una Tavola per i tiri, che dicono di Volata, la quale contenga le lontananze delle cadute delle palle tirate secondo tutte le diverse elevazioni. E perchè tali proiezioni si fanno con Mortari, e con non molta carica; in questi non essendo sopraunaturale l' impeto, i tiri segnano le lor linee assai esattamente.

639

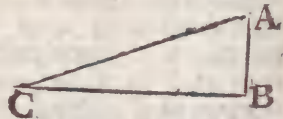
Ma intanto procediamo avanti nel trattato, dove l' Autore ci vuole introdurre alla contemplazione, e investigazione dell' impeto del mobile, mentre si muove con moto composto di due. E prima del composto di due equabili, l' uno orizzontale, e l' altro perpendicolare.

THEOR. II. PROP. II.

Si aliquod mobile duplici motu æquabili moveatur, nempe orizontali, & perpendiculari, impetus, seu momentum lationis ex utroque motu compositæ erit potentia æqualis ambobus momentis priorum motuum.

Moveatur enim aliquod mobile æquabiliter duplici latione: & motioni perpendiculari respondeat spatium A B; lationi vero horizontali eodem tempore confectæ respondeat B C. Cum igitur per motus æquabiles conficiantur eodem tempore spatia A B, B C, erunt harum lationum momenta inter se, ut ipsæ A B, B C. Mobile vero, quod secundum hasce duas mutationes movetur, describit diagonalem A C. erit momentum suæ velocitatis ut A C. Verum A C potentia æquatur ipsis A B, B C. ergo momentum compositum ex utrisque momentis A B, B C, est potentia tantum illis simul sumtis æquale; quod erat ostendendum.

A
C B

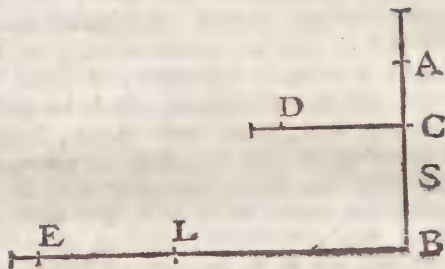
Simp. E' necessario levarmi un poco di scrupolo, che qui mi nasce, parendomi, che questo, che ora si conclude, repugni ad un' altra proposizione del trattato

tãto paſſato; nella quale ſi affermava, l' impeto del mobile venente dall' A in B eſſere eguale al venente dall' A in C, ed ora ſi conclude l' impeto in C eſſer maggiore, che in B.

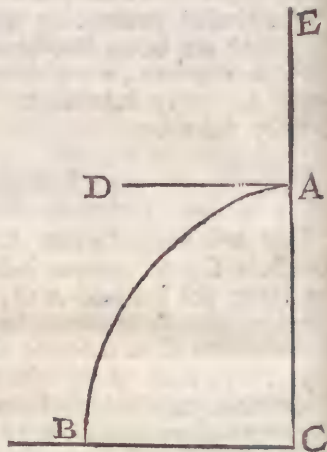
Salv. Le propoſizioni Sig. Simpl. ſono amendue vere, ma molto diverſe tra di loro. Qui ſi parla di un ſol mobile moſſo di un ſol moto, ma compoſto di due, amendue equabili; e là ſi parla di due mobili moſſi di moti naturalmente accelerati, uno per la perpendicolare A B, e l' altro per l' inclinata A C. In oltre i tempi quivi non ſi ſuppongono eguali, ma il tempo per l' inclinata A C è maggiore del tempo per la perpendicolare A B; ma nel moto, del quale ſi parla al preſente, i moti per le A B, B C, A C, s' intendono equabili, e fatti nell' iſteſſo tempo.

Simp. Mi ſcuſino, e ſeguano avanti, che reſto acquietato.

Salv. Seguita l'Autore per incamminarci a intender quel, che accaggia intorno all' impeto di un mobile, moſſo pur di un moto compoſto di due, uno cioè orizzontale, ed equabile, e l'altro perpendicolare, ma naturalmente accelerato, dei quali finalmente è compoſto il moto del projetto, e ſi deſcrive la linea Parabolica; in ciaſchedun punto della quale ſi cerca di determinare quanto ſia l' impeto del Proietto: per la cui intelligenza ci dimoſtra l'Autore il modo, o vogliamo dir metodo di regolare, e miſurar cotale impeto ſopra l' iſteſſa linea, nella quale ſi fa il moto del grave deſcendente con moto naturalmente accelerato partendoſi dalla quiete: dicendo: 649

THEOR. III. PROP. III.

Fiat motus per lineam A B ex quiete in A, & accipiatur in ea quodlibet punctum C; & ponatur ipſamet A C eſſe tempus, ſeu temporis menſura caſus ipſius per ſpatium A C, nec non menſura quoque impetus, ſeu momenti in puncto C ex deſcenſu A C acquiſiti. Modo ſumatur in eadem linea A B quodcunque aliud punctum, ut puta B in quo determinandum eſt de impetu acquiſito a mobili per deſcenſum A B, in ratione ad impetum, quem obtinuit in C, cujus menſura poſita eſt A C. Ponatur A S, media proportionalis inter B A, A C. Demonſtrabimus, impetum in B ad impetum in C eſſe ut lineam S A ad A C. Sumantur horizontales C D, dupla ipſius A C; B E vero dupla B A. Conſtat ex demonſtratis, cadens per A C converſum in horizonte C D, atque juxta impetum in C acquiſitum motu æquabili delatum conficere ſpatium C D æquali tempore, atque ipſum A C motu accelerato confecit; ſimiliterque B E confici eodem tempore atque A B. Sed tempus ipſius deſcenſus A B eſt A S; ergo horizontalis B E conficitur tempore A S. Fiat ut tempus S A ad tempus A C, ita E B ad B L. Cumque motus per B E ſit æquabilis, erit ſpatium B L peractum tempore A C ſecundum momentum celeritatis in B. Sed tempore eodem A C conficitur ſpatium C D ſecundum momentum celeritatis in C: momenta autem celeritatis ſunt inter ſe ut ſpatia, quæ juxta ipſa momenta eodem conficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in C ad momentum celeritatis in B, eſt ut D C ad B L. Quia vero ut D C ad B E, ita ipſarum dimidia, nempe C A ad A B; ut autem E B ad B L, ita B A ad A S: ergo ex æquali, ut C D ad

D ad B L, ita C A ad A S, hoc eſt, ut momentum celeritatis in C ad momentum celeritatis in B, ita C A ad A S; hoc eſt, tempus per C A ad tempus per A B. Patet itaque ratio menſurandi impetum, ſeu celeritatis momentum ſuper linea, in qua fit motus deſcenſus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.

Hic autem, antequam ulterius progrediamur, præmonendum eſt, quod cum de motu compoſito ex æquabili horizontali, & ex naturaliter accelerato deorſum futurus ſit ſermo, (ex tali enim mixtione conflatur, ac deſignatur linea projecti, nempe Parabola;) neceſſe habemus definire aliquam communem menſuram, juxta quam utriuſque motus velocitatem, impetum, ſeu momentum dimetiri 641 valeamus. Cumque lationis æquabilis innumeri ſint velocitatis gradus, quorum non quilibet fortuito, ſed unus ex illis innumeris cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acquiſito ſit conferendus, & conjungendus; nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo, atque determinando, quam alium ejuſdem generis aſſumendo. Ut autem clarius me explicem; intelligatur perpendicularis A C ad horizontalem C B: A C vero eſſe altitudinem: C B autem amplitudinem Semiparabolæ A B; quæ deſcribitur a compoſitione duarum lationum; quarum una eſt mobilis deſcendentis per A C motu naturaliter accelerato ex quiete in A; altera eſt motus tranſverſalis æquabilis juxta horizontalem A D. Impetus acquiſitus in C per deſcenſum A C determinatur a quantitate ejuſdem altitudinis A C. unus enim atque idem eſt ſemper impetus mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non unus, ſed innumeri aſſignari poſſunt gradus velocitatis motuum æquabilium; ex quorum multitudine, ut illum quem elegero a reliquis ſegregare, & quaſi digito monſtrare poſſim, altitudinem C A in ſublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, ſublimitatem A E firmabo, ex qua ſi cadens ex quiete in E mente concipiam, patet, impetum ejus in termino A acquiſitum unum eſſe, cum quo idem mobile, per horizontalem A D converſum, ferri concepero; ejuſque gradum celeritatis eſſe illum, quo in tempore deſcenſus per E A ſpatium in horizontali duplum ipſius E A conficiet. Hæc præmonere neceſſarium viſum eſt.

Advertatur inſuper, ſemiparabolæ A B amplitudinem a me vocari horizontalem C B;

Altitudinem, A C nempe, ejuſdem Parabolæ axem.

Lineam vero E A, ex cujus deſcenſu determinatur impetus horizontalis, ſublimitatem appello.

His declaratis, ac definitis, ad demonſtrandum me confero.

Sagr. Fermate in grazia, perchè qui mi par, che convenga adornar queſto penſiero dell' Autore colla conformità del concetto di Platone intorno al determinare le diverſe velocità de i moti equabili delle converſioni de i moti celeſti; il quale avendo per avventura avuto concetto, non potere alcun mobile paſſare dalla quiete ad alcun determinato grado di velocità, nel quale ei debba poi equabilmente perpetuarſi, ſe non col paſſare per tutti gli altri gradi di velocità minori, o vogliam dire di tardità maggiori, che tra l' aſſegnato grado, e l' altiſſimo di tardità, cioè della quiete, intercedono, diſſe, che Iddio dopo aver creati

creati i corpi mobili celesti per assegnar loro quelle velocità, colle quali poi dovessero con moto circolare equabile perpetuamente muoversi, gli fece, partendosi loro dalla quiete, muover per determinati spazj di quel moto naturale, e per linea retta, secondo il quale noi sensatamente vediamo i nostri mobili muoversi dallo stato di quiete accelerandosi successivamente. E soggiugne, che avendogli fatto guadagnar quel grado, nel quale gli piacque, che poi dovessero mantenersi perpetuamente, convertì il moto loro retto in circolare; il quale solo è atto a conservarsi equabile, rigirandosi sempre senza allontanarsi, o avvicinarsi a qualche prefisso termine da essi desiderato. Il concetto è veramente degno di Platone; ed è tanto più da stimarsi, quanto i fondamenti taciuti da quello, e scoperti dal nostro Autore col levargli la maschera, o sembianza poetica lo scuoprono in aspetto di verace istoria. E mi pare assai credibile, che avendo noi per le dottrine Astronomiche assai competente notizia delle grandezze degli orbi, e de i Pianeti, e delle distanze loro dal centro, intorno al quale si raggirano, come ancora delle loro velocità, possa il nostro Autore (al quale il concetto Platonico non era ascosto) aver talvolta per sua curiosità avuto pensiero di andare investigando, se si potesse assegnare una determinata sublimità, dalla quale partendosi, come da stato di quiete, i corpi de i Pianeti, e mossisi per certi spazj di moto retto, e naturalmente accelerato, convertendo poi la velocità acquistata in moti equabili, si trovassero corrispondere alle grandezze degli orbi loro, e a i tempi delle loro revoluzioni.

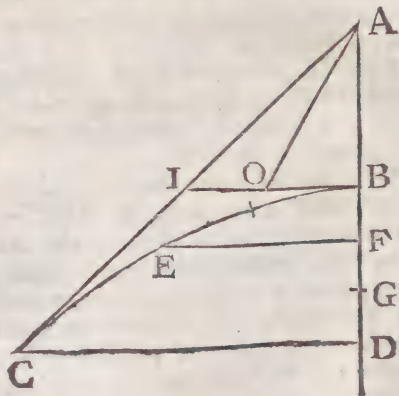
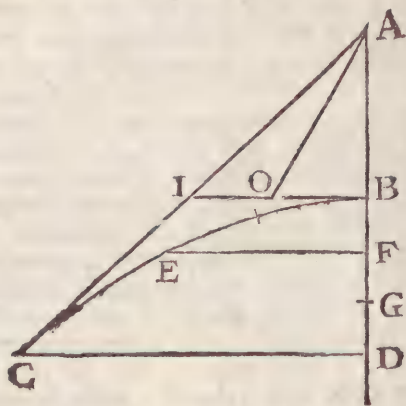
642

Salv. Mi par sovvenire, che egli già mi dicesse aver una volta fatto il computo, ed anco trovatolo assai acconciamente rispondere alle osservazioni; ma non averne voluto parlare, giudicando, che le troppe novità da lui scoperte, che lo sdegno di molti gli hanno provocato, non accendessero nuove scintille. Ma se alcuno averà simil desiderio, potrà per se stesso colla dottrina del presente trattato soddisfare al suo gusto. Ma seguitiamo la nostra materia; che è di dimostrare,

PROBL. I. PROP. IV.

Quomodo in datæ Parabolæ a Proiecto descriptæ punctis singulis impetus sit determinandus.

Sit Semiparabola B E C, cujus amplitudo C D, altitudo D B, quæ extensa in sublimi occurrat tangenti Parabolam C A in A, & per verticem B sit horizonti, & C D parallela B I. Quod si amplitudo C D sit æqualis toti altitudini D A, erit B I æqualis B A, & B D. Et si temporis casus per A B, & momenti velocitatis acquisiti in B per descensum A B ex quiete in A, ponamus mensuram esse ipsammet A B; erit D C (dupla nempe B I) spatium, quod per impetum A B, per horizontalem conversum conficiet eodem tempore. Sed eodem tempore cadens per B D, ex quiete in B, conficit altitudinem B D. ergo mobile cadens ex quiete in A, per A B conversum cum impetu A B, per horizontalem conficit spatium æquale D C. Superveniente vero casu per B D, conficit altitudinem B D; & Parabola B C designatur: cujus impetus in termino C est compositus ex æquabili transversali; cujus momentum est ut A B, & ex altero momento acquisito in descensu B D in ter-

mino

mino D seu C; quæ momenta æqualia sunt. Si ergo intelligamus, A B alterius illorum esse mensuram, ut puta transversalis æquabilis: B I vero, quæ ipsi B D est æqualis, esse 643 mensuram impetus acquisiti in D seu C: subtensa I A erit quantitas momenti compositi ex ambobus: erit ergo quantitas, seu mensura integri momenti, quo Proiectum veniens per Parabolam B C impetum facit in C. His retentis, accipiatur in Parabola quodlibet punctum E, in quo de impetu Proiecti determinandum sit. Ducatur horizontalis E F: & accipiatur B G media proportionalis inter B D, B F. Cumque posita sit A B seu B D esse mensura temporis, & momenti velocitatis in casu B D ex quiete in B; erit B G tempus, seu mensura temporis, & impetus in F, venientis ex B. Si igitur ponatur B O æqualis B G; juncta diagonalis A O erit quantitas impetus in puncto E; est enim A B determinatrix posita temporis, & impetus in B, qui conversus in horizontali, semper servatur idem: B O vero determinat impetum in F seu E per descensum ex quiete in B, in altitudine B F, his autem A B, B O potentia æquipollet A O. Patet ergo, quod quærebatur.

Sagr. La contemplazione del componimento di questi impeti diversi, e della quantità di quell' impeto, che da tal mistione ne risulta, mi giugne tanto nuova, che mi lascia la mente in non piccola confusione. Non dico della mistione di due movimenti equabili, benchè tra di loro diseguali, fatti uno per la linea orizzontale, e l' altro per la perpendicolare, che di questi resto capacissimo farsi un moto in potenza eguale ad amendue i componenti, ma mi nasce confusione nel mescolamento dell' orizontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato. Però vorrei, che insieme digerissimo meglio questa materia.

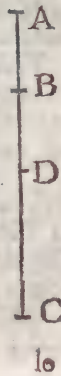
Simp. Ed io tanto più ne son bisognoso, quanto che non sono ancor totalmente quietato di mente, come bisogna nelle proposizioni, che sono come primi fondamenti dell' altre, che gli seguono appresso. Voglio inferire, che anco nella mistione de i due moti equabili orizontale, e perpendicolare vorrei meglio intendere quella potenza del lor composto. Ora, Sig. Salv. V. S. intende il nostro bisogno, e desiderio.

Salv. Il desiderio è molto ragionevole, e tenterò, se l'avere io più lungo tempo potuto pensarvi sopra, può agevolare la vostra intelligenza. Ma converrà comportarmi, e scusarmi, se nel discorrere anderò replicando buona parte delle cose sin qui poste dall' Autore.

Discorrer determinatamente circa i movimenti, e lor velocità, o impeti, siano quelli o equabili, o naturalmente accelerati, non possiamo noi senza prima determinar della misura, che usar vogliamo per misurar tali velocità, come anco della misura del tempo. Quanto alla misura del tempo, già abbiamo la comunemente ricevuta per tutto delle ore, minuti primi, e secondi, ec. e come per misura del tempo ci è la detta comune ricevuta da tutti, così bisogna assegnarne una per le velocità, che appresso tutti sia comunemente intesa, e ricevuta; cioè, che appresso tutti sia l' istessa. Atta per tale uso ha stimato l' Autore, come si è dichiarato, esser la velocità de i gravi naturalmente descendenti, de i quali le crescenti velocità in tutte le parti del mondo serbano l' istesso

iſteſſo tenore. Sicchè quel grado di velocità, che (per eſempio) acquiſta una palla di piombo di una libbra nell' eſſer partendoſi dalla quiete ſceſa perpendicolarmente quanto è l' altezza di una picca, è ſempre, e in tutti i luoghi il medeſimo, e per ciò accomodatiſſimo per eſplicar la quantità dell' impeto derivante dalla ſceſa naturale. Reſta poi il trovar modo di determinare anco la quantità dell' impeto in un moto equabile in guiſa tale, che tutti coloro, che circa di quello diſcorrono, ſi formino l' iſteſſo concetto della grandezza, e velocità ſua; ſicchè uno non ſe lo figuri più veloce, e un altro meno; onde poi nel congiugnere, e meſcolar queſto da ſe concepito equabile collo ſtatuito moto accelerato, da diverſi uomini ne vengano formati diverſi concetti di diverſe grandezze d' impeti. Per determinare, e rappreſentare cotal impeto, e velocità particolare, non ha trovato il noſtro Autore altro mezzo più accomodato, che il ſervirſi dell' impeto, che va acquiſtando il mobile nel moto naturalmente accelerato, del quale qualſivoglia momento acquiſtato, convertito in moto equabile ritien la ſua velocità limitata preciſamente, e tanta, che in altrettanto tempo quanto fu quello della ſceſa, paſſa doppio ſpazio dell' altezza, dalla quale è caduto. Ma perchè queſto è punto principale nella materia, che ſi tratta, è bene con qualche eſempio particolare farſi perfettamente intendere. Ripigliando dunque la velocità, e l' impeto acquiſtato dal grave cadente, come dicemmo, dall' altezza di una picca, della quale velocità vogliamo ſervirci per miſura di altre velocità, ed impeti in altre occaſioni, e poſto per eſempio, che il tempo di tal caduta ſia 4 minuti ſecondi di ora, per ritrovar da queſta tal miſura, quanto fuſſe l' impeto del cadente da qualſivoglia altra altezza maggiore, o minore, non doviamo dalla proporzione, la quale queſt' altra altezza aveſſe coll' altezza di una picca argomentare, o concludere la quantità dell' impeto acquiſtato in queſta ſeconda altezza: ſtimando, per eſempio, che il cadente da quadrupla altezza aveſſe acquiſtato quadrupla velocità; perchè ciò è falſo: imperocchè non creſce, o cala la velocità nel moto naturalmente accelerato ſecondo la proporzione degli ſpazj, ma ben ſecondo quella de i tempi, della quale quella degli ſpazj è maggiore in duplicata proporzione, come già fu dimoſtrato. Però quando noi aveſſimo in una linea retta aſſegnatane una parte per miſura della velocità, ed anco del tempo, e dello ſpazio in tal tempo paſſato (che per brevità tutte tre queſte grandezze con un' iſteſſa linea ſpeſſe volte vengono rappreſentate) per trovar la quantità del tempo, e il grado di velocità, che il mobile medeſimo in altra diſtanza averebbe acquiſtato, ciò otterremo noi, non immediatamente da queſta ſeconda diſtanza, ma dalla linea, che tra le due diſtanze ſarà media proporzionale. Ma con un eſempio meglio mi dichiaro. Nella linea A C perpendicolare all' orizzonte intendaſi la parte A B eſſere uno ſpazio paſſato da un grave naturalmente deſcendente di moto accelerato: il tempo del qual paſſaggio, potendo io rappreſentarlo con qualſivoglia linea, voglio per brevità figurarlo eſſer quanto la medeſima linea A B, e parimente per miſura dell' impeto, e velocità acquiſtata per tal moto pongo pur l' iſteſſa linea A B, ſicchè di tutti gli ſpazj, che nel progreſſo del diſcorſo ſi hanno a conſiderare, la miſura ſia la parte A B. Stabilite ad arbitrio noſtro ſotto una ſola grandezza A B queſte 3 miſure di generi di quantità diverſiſſimi, cioè di ſpazj, di tempi, e di impeti, ſiaci propoſto di dover determinare nell' aſſegnato ſpazio, e altezza A C, quanto ſia per eſſere il tempo della ſceſa del cadente dall' A in C, e quanto l' impeto, che in eſſo termine C ſi troverà avere acquiſtata, in relazione al tempo, ed all' impeto miſurati per la A B. L' uno, e l' altro queſito ſi determinerà pigliando delle due linee A C, A B la media proporzionale A D, affermando il tempo della caduta per tutto

A
B
D
C

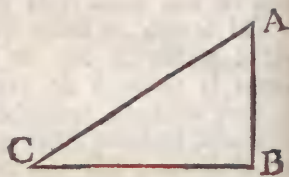
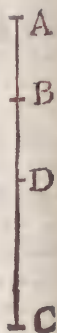
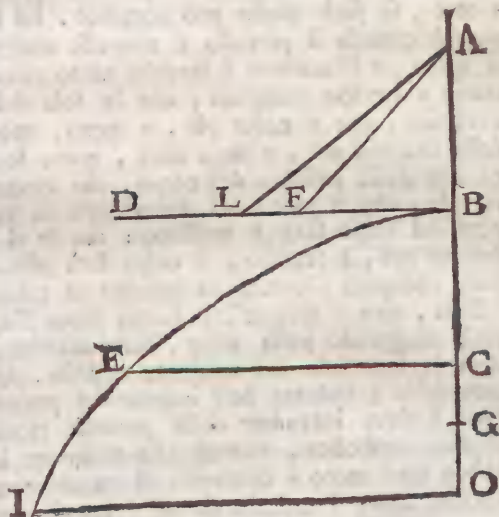
644

lo ſpazio A C eſſer quanto il tempo A D, in relazione al tempo A B, poſto da principio per la quantità del tempo nella ſceſa A B. Diremo parimente l'impeto, o grado di velocità, che otterrà il cadente nel termine C, in relazione all'impeto, che ebbe in B, eſſer quale è la medeſima linea A D, in relazione all' A B, eſſendochè la velocità creſce colla medeſima proporzione, che creſce il tempo: la qual concluſione, ſebben fu preſa come poſtulato, pur tuttavia volſe l' Autore eſplicarne l' applicazione di ſopra alla propoſizion terza.

645

A
B
D
C

Ben compreſo, e ſtabilito queſto punto, venghiamo alla conſiderazione dell' impeto derivante da due moti compoſti; uno dei quali ſia compoſto dell' orizzontale, e ſempre equabile, e del perpendicolare all' orizzonte, e eſſo ancora equabile. Ma l' altro ſia compoſto dell' orizzontale pur ſempre equabile, e del perpendicolare naturalmente accelerato. Se amendue ſaranno equabili, già ſi è viſto come l' impeto reſultante dalla compoſizione di amendue è in potenza eguale ad amendue, come per chiara intelligenza eſemplificheremo così. Intendaſi il mobile deſcendente per la perpendicolare A B aver per eſempio 3 gradi d' impeto equabile, ma traſportato per la A B verſo C, eſſer tal velocità, ed impeto di 4 gradi, ſicchè nel tempo medeſimo, che ſcendendo paſſerebbe nella perpendicolare v. gr. 3 braccia, nella orizzontale ne paſſerebbe 4; ma nel compoſto di amendue le velocità viene nel medeſimo tempo dal punto A, nel termine C, camminando ſempre per la diagonale A C, la quale non è lunga 7, quanto ſarebbe la compoſta delle due A B 3, e B C 4, ma è 5, la qual 5 è in potenza eguale alle due 3, e 4. Imperocchè fatti li quadrati del 3, e del 4, che ſono 9, e 16, e queſti congiunti inſieme, fanno 25 per lo quadrato di A C, il quale alli due quadrati di A B, e di B C è eguale, onde la A C ſarà quanto è il lato, o vogliam dir, la radice del quadrato 25, che è 5. Per regola dunque ferma, e ſicura, quando ſi debba aſſegnare la quantità dell' impeto reſultante da 2 impeti dati, uno orizzontale, e l'altro perpendicolare, ed amendue equabili, ſi deve di amendue fare 3 quadrati, e componendogli inſieme eſtrar la radice del compoſto, la quale ci darà la quantità dell' impeto compoſto di amendue quelli. E così nell' eſempio poſto, quel mobile, che in virtù del moto perpendicolare averebbe percoſſo ſopra l' orizzonte con 3 gradi di forza; e col moto ſolo orizzontale averebbe percoſſo in C con gradi 4, percotendo con amendue gl' impeti congiunti, il colpo ſarà come quello del percuziente moſſo con gradi 5 di velocità, e di forza. E queſta tal percoſſa ſarebbe del medeſimo valore in tutti i punti della diagonale A C, per eſſer ſempre gl' impeti compoſti i medeſimi non mai creſciuti, o diminuiti.

A
C
B

Vediamo ora quello, che accada nel comporre il moto orizzontale equabile con un moto perpendicolare all' orizzonte, il quale cominciando dalla quiete vadia naturalmente accelerandoſi. Già è manifeſto, che la diagonale, che è la linea del moto compoſto di queſti due, non è una linea retta, ma ſemiparabolica, come ſi è dimoſtrato; nella quale l' impeto va ſempre creſcendo, mercè del continuo creſcimento della velocità del moto perpendicolare. Laonde per determinar qual ſia l'impeto in un aſſegnato punto di eſſa diagonale parabolica, prima biſogna aſſegnar la quantità dell' impeto uniforme orizzontale, e poi inveſtigar qual ſia l' impeto del cadente nell' aſſegnato punto: il che non ſi può determinare ſenza la conſiderazione del tempo decorſo dal principio della compoſizione dei due moti: la qual conſiderazione di tempo non ſi richiede nella compoſizione dei moti

moti equabili, le velocità, ed impeti dei quali son sempre i medesimi: ma qui 646 dove entra nella mistione un moto, che cominciando dalla somma tardità, va crescendo la velocità conforme alla continuazion del tempo, è necessario, che la quantità del tempo ci manifesti la quantità del grado di velocità nell' assegnato punto: che quanto al resto poi l' impeto composto di questi due è (come nei moti uniformi) eguale in potenza ad amendue i componenti. Ma qui ancora meglio mi dichiaro con un esempio. Sia nella perpendicolare all' orizzonte A|C presa qualsivoglia parte A B; la quale figuro, che serva per misura dello spazio del moto naturale fatto in essa perpendicolare, e parimente sia misura del tempo, ed anco del grado di velocità, o vogliam dire degl' impeti. E' primieramente manifesto, che se l' impeto del cadente in B dalla quiete in A, si convertirà sopra la B D parallela all' orizonte in moto equabile, la quantità della sua velocità sarà tanta, che nel tempo A B passerà uno spazio doppio dello spazio A B; e tanta sia la linea B D. Posta poi la B C eguale alla B A, e tirata la parallela C E alla B D, e ad essa eguale, descriveremo per i punti B, E la linea parabolica B E I. E perchè nel tempo A B coll' impeto A B si passa l' orizzontale B D, o C E, doppia della A B, e passasi ancora in altro tanto tempo la perpendicolare B C con acquisto d' impeto in C eguale al medesimo orizzontale, adunque il mobile in tanto tempo quanto è A B, si troverà dal B giunto in E per la parabola B E, con un impeto composto di due, ciascheduno eguale all' impeto A B. E perchè l' uno di essi è orizzontale, e l' altro perpendicolare, l' impeto composto di essi sarà in potenza eguale ad amendue, cioè doppio di uno. Onde posta la B F eguale alla B A; e tirata la diagonale A F, l' impeto, e la percossa in E, sarà maggior della percossa in B del cadente dall' altezza A, ovvero della percossa dell' impeto orizzontale per la B D, secondo la proporzione di A F ad A B. Ma quando, ritenendo pur sempre la B A, per misura dello spazio della caduta dalla quiete in A sino in B, e per misura del tempo, e dell' impeto del cadente acquistato in B l' altezza B O non fusse eguale, ma maggiore della A B, presa la B G media proporzionale tra esse A B, B O, sarebbe essa B G misura del tempo, e dell' impeto in O per la caduta nell' altezza B O, acquistato in O; e lo spazio per l' orizzontale, il quale passato coll' impeto A B nel tempo A B, sarebbe doppio della A B, sarà in tutta la durazion del tempo B G tanto maggiore, quanto a proporzione la B G è maggiore della B A. Posta dunque la L B eguale alla B G, e tirata la diagonale A|L, averemo da essa la quantità composta delli due impeti orizzontale, e perpendicolare, dai quali si descrive la Parabola: dei quali l' orizzontale ed equabile è l' acquistato in B per la caduta A B; e l' altro è l' acquistato in O, o 647 vogliam dire in I, per la caduta B O, il cui tempo fu B G, come anco la quantità del suo momento. E con simil discorso investigheremo l' impeto nel termine

termine estremo della parabola, quando l' altezza sua fusse minore della sublimità A B prendendo tra amendue la media; la quale posta nell' orizzontale in luogo della B F, e congiunta la diagonale, come A F, averemo da questa la quantità dell' impeto nell' estremo termine della parabola.

A quanto sin qui si è considerato circa questi impeti, colpi, o vogliam dir percosse di tali projetti, convien aggiugnere un' altra molto necessaria considerazione, e questa è, che non basta por mente alla sola velocità del projetto per ben determinare della forza, ed energia della percossa, ma convien chiamare a parte ancora lo stato, e condizione di quello, che riceve la percossa; nell' efficacia della quale esso per più rispetti ha gran participazione, e interesse. E prima non è chi non intenda, che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocità del percuziente, in quanto ella se gli oppone, e frena in tutto, o in parte il moto di quello: che se il colpo arriverà sopra tale, che ceda alla velocità del percuziente senza resistenza alcuna, tal colpo sarà nullo. E colui, che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel supraggiugnerlo accaderà, che quello si muova fuggendo con pari velocità, non farà colpo, e l' azione sarà un semplice toccare senza offendere.

Ma se la percossa verrà ricevuta in un oggetto, che non in tutto ceda al percuziente, ma solamente in parte, la percossa danneggerà, ma non con tutto l' impeto, ma solo coll' eccesso della velocità di esso percuziente sopra la velocità della ritirata, e cedenza del percosso: sicchè, se v. gr. il percoziente, arriverà con 10 gradi di velocità sopra il percosso, il quale cedendo in parte si ritiri con gradi 4, l' impeto, e percossa sarà come di gradi 6. E finalmente intera, e massima sarà la percossa, per la parte del percoziente, quando il percosso nulla ceda, ma interamente si opponga, e fermi tutto il moto del percoziente; se però questo può accadere. Ed ho detto per la parte del percoziente, perchè quando il percosso si movesse con moto contrario verso il percoziente, il colpo, e l'incontro si farebbe tanto più gagliardo, quanto le due velocità contrarie unite son maggiori, che la sola del percoziente. Di più conviene anco avvertire, che il ceder più, o meno, può derivare non solamente dalla qualità della materia più, o men dura, come se sia di ferro, di piombo, o di lana, ec. ma dalla positura del corpo, che riceve la percossa: la qual positura se sarà tale, che il moto del percoziente la vadia a investire ad angoli retti, l' impeto del colpo sarà il massimo: ma se il moto verrà obliquamente, e come diciam noi, a scancio, il colpo sarà più debole, e più e più secondo la maggiore obliquità; perchè in oggetto in tal modo situato, ancorchè di materia sodissima, non si spegne, e ferma tutto l' impeto, e moto del percoziente, il quale sfuggendo passa oltre, continuando almeno in qualche parte a muoversi sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell' impeto del projetto nell' estremità della linea parabolica, si deve intendere della percossa ricevuta sopra una linea ad angoli retti ad essa parabolica, ovvero alla tangente la parabola nel detto punto: perchè sebben quel moto è composto di un orizzontale, e di un perpendicolare, l' impeto nè sopra l' orizzontale nè sopra il piano eretto all' orizzonte è il massimo, venendo sopra amendue ricevuto obliquamente.

648 *Sagr.* Il ricordar V. S. questi colpi, e queste percosse mi ha risvegliato nella mente un problema, o vogliam dire questione meccanica, della quale non ho trovato appresso autore alcuno la soluzione, nè cosa, che mi scemi la maraviglia, o almeno in parte mi quieti l' intelletto. E il dubbio, e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa derivare, e da qual principio possa dependere l' energia, e la forza immensa, che si vede consistere nella percossa, mentre col semplice colpo di un martello, che non abbia peso maggiore di 8 o 10,

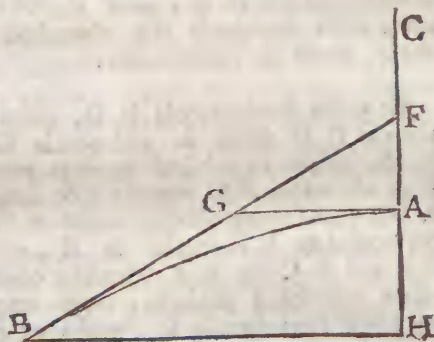
lib-

libbre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso di un grave, che senza percossa vi faccia impeto solamente calcando, e premendo, benchè la gravità di quello passi molte centinaja di libbre. Io vorrei pur trovar modo di misurar la forza di questa percossa, la quale non penso però, che sia infinita, anzi stimo, che ella abbia il suo termine da potersi pareggiare, e finalmente regolare con altre forze di gravità prementi, o di leve, o di viti, o di altri strumenti meccanici, de i quali io a soddisfazione resto capace della multiplicazione della forza loro.

Salv. V. S. non è solo nella maraviglia dell' effetto, e nella oscurità della cagione di così stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in vano, accrescendo sempre la confusione: finchè finalmente, incontrandomi nel nostro Accademico, da esso ricevei doppia consolazione: prima nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre, e poi nel dirmi, che dopo l' avervi in vita sua consumate molte migliara di ore specolando, e filosofando, ne aveva conseguite alcune cognizioni lontane da i nostri primi concetti, e però nuove, e per la novità ammirande. E perchè omai so, che la curiosità di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri, che si allontanano dall' opinabile, non aspetterò la sua richiesta; ma le do parola, che spedita che averemo la lettura di questo trattato de i proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, o vogliamo dire stravaganze, che de i discorsi dell' Accademico mi son rimaste nella memoria. In tanto seguitiamo le proposizioni dell' Autore.

PROPOS. V. PROBL. II.

In axe extenso datæ Parabolæ punctum sublime reperire, ex quo cadens parabolam ipsam describit.

Si Parabola A B, cujus amplitudo H B, & axis extensus H C, in quo reperienda sit sublimitas, ex qua cadens, impetum in A conceptum in horizontalem convertens, parabolam A B describat. Ducatur horizontalis A G, quæ erit parallela ipsi B H, & posita A F æquali A H, ducatur recta F B, quæ parabolam tanget in B, & horizontalem A G in G secabit; accipiaturque ipsarum F A, A G tertia proportionalis A C. Dico C esse punctum sublime quæsitum, ex quo cadens ex quiete in C, & conceptum impetum in A in horizontalem convertens, superveniente impetu descensus in H ex quiete in A, parabolam A B describet. Si enim intelligamus, C A esse mensuram temporis descensus ex C in A, nec non impetus acquisiti in A, erit A G (media nempe inter C A, A F) tempus, & impetus venientis ex F in A, seu ex A in H. Et quia veniens ex C tempore C A, cum impetu acquisito in A, conficit in latione horizontali motu æquabili duplam C A; ergo etiam latum eodem impetu conficiet in tempore A G duplam G A, mediam nempe B H; (spatia enim confecta eodem motu æquabili sunt inter se ut eorundem motuum tempora) & in perpendiculari motu ex quiete, eodem tempore G A conficitur A H; ergo eodem tempore conficiuntur a mobili amplitudo H B, & altitudo A H. Describitur ergo parabola A B ex casu venientis a sublimitate C. quod quærebatur. 649

CO-

COROLLARIUM.

Hinc constat dimidiam basim, seu amplitudinem semiparabolæ (quæ est quarta pars amplitudinis integræ parabolæ) esse mediam proportionalem inter altitudinem ejus, & sublimitatem, ex qua cadens eam designat.

PROPOS. VI. PROBL. III.

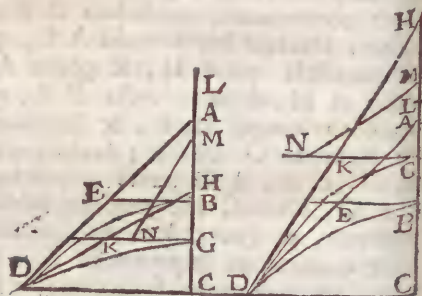
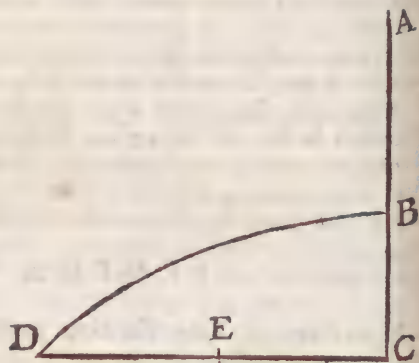
Data sublimitate, & altitudine, semiparabolæ amplitudinem reperire.

Sit ad horizontalem lineam DC perpendicularis A C, in qua data sit altitudo C B, & sublimitas B A, oportet in horizontali C D amplitudinem semiparabolæ reperire, quæ ex sublimitate B A cum altitudine B C designatur. Accipiatur media proportionalis inter C B, B A, cujus C D ponatur dupla. Dico C D esse amplitudinem quæsitam. Id autem ex præcedenti manifestum est.

THEOR. IV. PROPOS. VII.

In projectis, a quibus semiparabolæ ejusdem amplitudinis describuntur, minor requiritur impetus in eo, quod describit illam, cujus amplitudo suæ altitudinis est dupla, quam in quolibet alio.

Sit enim semiparabola B D, cujus amplitudo C D dupla sit altitudinis suæ C B, & in axe in sublimi extenso ponatur B A altitudini B C æqualis: & jungatur A D, quæ semiparabolam tanget in D; & horizontalem B E secabit in E, eritque B E ipsi B C seu B A æqualis; constat, ipsam describi a projecto, cujus impetus æquabilis horizontalis sit, qualis est in B cadentis ex quiete in A, impetus vero naturalis deorsum, qualis est venientis in C ex quiete in B. Ex quo constat, impetum ex istis compositum, quique in termino D impingit, esse ut diagonalem A E, potentia nempe ipsis ambobus æqualem. Sit modo quælibet alia semiparabola G D; cujus amplitudo eadem C D, altitudo vero C G minor, vel major altitudine B C; eamque tangat H D, secans horizontalem per G ductam in puncto K; & fiat, ut H G ad G K, ita K G ad G L, erit ex ante demonstratis altitudo G L, ex qua cadens describet parabolam G D. Inter A B, & G L media proportionalis sit G M: erit G M tempus, & momentum, sive impetus in G cadentis ex L. (positum enim est, A B esse mensuram temporis, & impetus.) Sit rursus inter H C, C G, media G N, quæ erit temporis, & impetus mensura cadentis ex G in C. Si igitur jungatur M N, erit ipsa impetus men-

650

mensura projecti per parabolam B D, illidentis in termino D. Quem quidem impetum majorem esse dico impetu projecti per parabolam B D, cujus quantitas erat ut A E. Quia enim G N posita est media inter B C, C G, est autem B C æqualis B E, hoc est G K (est enim unaquæque subdupla D C:) erit ut C G ad G N, ita N G ad G K, & ut C G seu H G ad G K, ita quadratum N G ad quadratum G K; ut autem H G ad G K, ita facta est K G ad G L. ergo ut quadratum N G ad quadratum G K, ita K G ad G L, sed ut K G ad G L, ita quadratum K G ad quadratum G M (media enim est G M inter K G, G L) ergo tria quadrata N G, K G, G M, sunt continue proportionalia: & duo extrema N G, G M, simul sumpta, idest, quadratum M N, majus quam duplum quadrati K G, cujus quadratum A E duplum est: ergo quadratum M N majus est quadrato A E; & linea M N major linea E A. quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

651 Hinc apparet, quod conversim in projecto ex termino D per semiparabolam D B minor impetus requiritur, quam per quamcunque aliam juxta elevationem majorem, seu minorem elevatione semiparabolæ B D, quæ est juxta tangentem A D, angulum semirectum supra horizontem continentem. Quod cum ita sit, constat, quod, si cum eodem impetu fiant projectiones ex termino D, juxta diversas elevationes, maxima projectio, seu amplitudo semiparabolæ, sive integræ parabolæ erit, quæ consequitur ad elevationem anguli semirecti: reliquæ vero juxta majores, sive minores angulos factæ, minores erunt.

Sagr. Piena di maraviglia, e di diletto insieme è la forza delle dimostrazioni necessarie, quali sono le sole Matematiche. Già sapeva io per fede prestata alle relazioni di più Bombardieri, che di tutti i tiri di volata dell' artiglieria, o del mortaro, il massimo, cioè quello, che in maggior lontananza caccia la palla, era il fatto all' elevazione di mezzo angolo retto, che essi dicono, del sesto punto della squadra; ma l' intender la cagione, onde ciò avvenga, supera d' infinito intervallo la semplice notizia avuta dalle altrui attestazioni, ed anco da molte replicate esperienze.

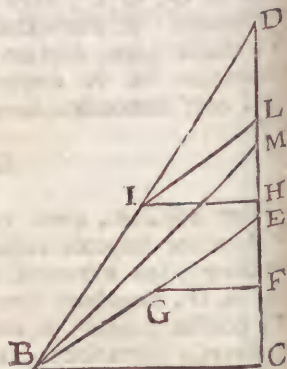
Salv. V. S. molto veridicamente discorre: e la cognizione di un solo effetto acquistata per le sue cause ci apre l' intelletto a intendere, ed assicurarci di altri effetti, senza bisogno di ricorrere all' esperienze, come appunto avviene nel presente caso, dove guadagnata per lo discorso dimostrativo la certezza dell' essere il massimo di tutti i tiri di volata quello dell' elevazione dell' angolo semiretto, ci dimostra l' Autore quello, che forse per l' esperienza non è stato osservato; e questo è, che degli altri tiri, quelli sono tra di loro eguali, le elevazioni de i quali superano, o mancano per angoli eguali dalla semiretta: sicchè le palle tirate dall' orizzonte una secondo l' elevazione di 7 punti, e l' altra di 5, andranno a ferir su l' orizzonte in lontananze eguali, e così eguali saranno i tiri di 8 e di 4 punti; di 9 e di 3 ec. Or sentiamone la dimostrazione.

THEOR. V. PROPOS. VIII.

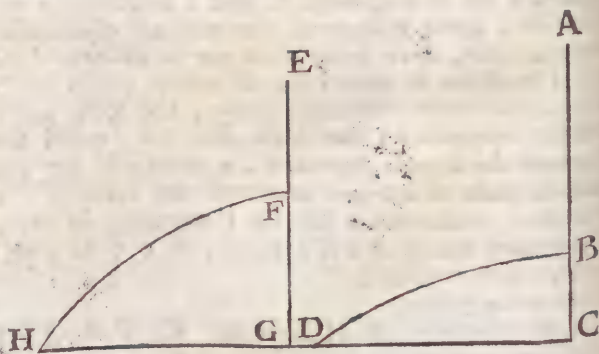
Amplitudines parabolarum a projectis eodem impetu explosis factarum, juxta elevationes per angulos æquales supra, & infra a semirecto distantes, æquales sunt inter se.

Trianguli M C B circa angulum rectum C sint horizontalis B C, & perpendicu-

dicularis C M æquales; ſic enim angulus M B C ſemirectus erit: & extenſa C M in D, ſupra & infra diagonalem M B conſtituantur in B duo anguli æquales M B E, M B D. Demonſtrandum eſt, amplitudines Parabolarum a Projectis exploſis eodem impetu ex termino B, juxta elevationes angulorum E B C, D B C, eſſe æquales. Quia enim angulus externus B M C internis M D B, D B M eſt æqualis, iiſdem æquabitur quoque angulus M B C. Quod ſi loco anguli D B M ponamus M B E, erit idem angulus M B C duobus M B E, B D C æqualis: & dempto communi M B E, reliquus B D C reliquo E B C erit æqualis. Sunt igitur trianguli D C B, B C E ſimiles. Dividantur rectæ D C, E C bifariam in H, & F; & ducantur H I, F G, horizontali C B æquidiſtantes; & ut D H ad H I, ita fiat I H ad H L: erit triangulus I H L ſimilis triangulo I H D, cui etiam ſimilis eſt E G F. Cumque I H, G F ſint æquales (dimidiæ nempe ipſius B C) erit F E, ideſt F C, æqualis H L: & addita communi F H, erit C H ipſi F L æqualis. Si itaque intelligamus per H & B ſemiparabolam eſſe deſcriptam, cujus altitudo erit H C, ſublimitas vero H L, erit amplitudo ejus C B; quæ dupla eſt ad H I, media ſcilicet inter D H ſeu C H, & H L; eamque tanget D B, æqualibus exiſtentibus C H, H D. Quod ſi rurſus parabolam per F B deſcriptam concipiamus, a ſublimitate F L cum altitudine F C; quarum media proportionalis eſt F G; cujus dupla eſt horizontalis C B: erit pariter C B ejus amplitudo: illamque tanget E B, cum E F, F C ſint æquales. Diſtant anguli D B C, E B C, (elevationes ſcilicet ipſarum) æqualiter a ſemirecto: ergo patet propoſitum.

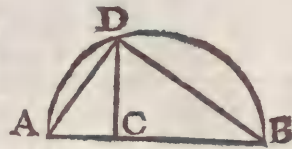
652

THEOR. VI. PROPOS. IX.

Æquales ſunt amplitudines Parabolarum, quarum altitudines, & ſublimitates e contrario ſibi reſpondent.

Parabolæ F H altitudo G F ad altitudinem C B parabolæ B D eandem habeat rationem, quam ſublimitas B A ad ſublimitatem F E. Dico, amplitudinem H G amplitudini D C eſſe æqualem. Cum enim prima G F ad ſecundam C B eandem habeat rationem, quam tertia B A ad quartam F E: rectangulum G F E primæ, & quartæ æquale erit rectangulo C B A ſecundæ, & tertiæ; ergo quadrata, quæ hiſce rectangulis æqualia ſunt, æqualia erunt inter ſe: rectangulo vero G F E æquale eſt quadratum dimidiæ G H: rectangulo autem

autem C B A æquale eſt quadratum dimidiæ C D. ergo quadrata hæc, & eorum latera, & laterum dupla, æqualia erunt. Hæc autem ſunt amplitudines G H, C D. ergo patet propoſitum. 653

LEMMA PRO SEQUENTI.

Si recta linea secta fuerit utcumque, quadrata mediarum inter totam, & partes æqualia ſunt quadrato totius.

Secta ſit A B utcunque in C. Dico, quadrata linearum mediarum inter totam A B, & partes A C, C B, ſimul ſumpta, æqualia eſſe quadrato totius A B. Id autem conſtat deſcripto ſemicirculo ſuper tota B A, & ex C erecta perpendiculari C D, junctiſque D A, D B, Eſt enim D A media inter B A, A C, eſtque D B media inter A B, B C, ſuntque quadrata linearum D A, D B ſimul ſumpta æqualia quadrato totius A B, recto exiſtente angulo A D B in ſemicirculo; ergo patet propoſitum.

THEOR. VII. PROPOS. X.

Impetus, ſeu momentum cujuslibet ſemiparabolæ æquatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quæ tanta ſit, quanta eſt compoſita ex ſublimitate cum altitudine ſemiparabolæ.

Sit ſemiparabola A B, cujus ſublimitas D A, altitudo vero A C ex quibus componitur perpendicularis D C. Dico, impetum ſemiparabolæ in B eſſe æqualem momento naturaliter deſcendentis ex D in C. Ponatur ipſamet D C menſura eſſe temporis, & impetus: & accipiatur media proportionalis inter C D, D A, cui æqualis ponatur C F. Sit inſuper inter D C, C A media C E. erit jam C F menſura temporis, & momenti deſcendentis per D A ex quiete in D, C E vero tempus erit, & momentum deſcendentis per A C ex quiete in A, & diagonalis E F erit momentum ex illis compoſitum: hoc eſt ſemiparabolæ in B. Et quia D C ſecta eſt utcunque in A, ſuntque C F, C E mediæ inter totam C D, & partes D A, A C: erunt harum quadrata ſimul ſumpta æqualia quadrato totius ex Lemmate ſuperiori; verum iiſdem quadratis æquatur quoque quadratum ipſius E F. ergo & linea E F ipſi D C æqualis eſt. Ex quo conſtat, momenta per D C, & per ſemiparabolam A B, in C, & B eſſe æqualia. quod oportebat.

COROLLARIUM.

Hinc conſtat, ſemiparabolarum omnium, quarum altitudines cum ſublimitatibus junctæ pares ſunt, impetus quoque æquales eſſe.

PROBL. II. PROPOS. XI.

Dato impetu, & amplitudine semiparabolæ, altitudinem ejus reperire.

654 Impetus datus definitus sit a perpendiculo ad horizontem A B; amplitudo vero in horizontali sit B C. Oportet sublimitatem semiparabolæ reperire, cujus impetus sit A B, amplitudo vero B C. Constat ex jam demonstratis, dimidiam amplitudinem B C futuram esse mediam proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem ipsius semiparabolæ, cujus impetus ex præcedenti est idem cum impetu cadentis ex quiete in A per totam A B. Est propterea B A ita secanda, ut rectangulum a partibus ejus contentum æquale sit quadrato dimidiæ B C, quæ sit B D. Hinc apparet, necessarium esse, quod D B dimidiam B A non superet, rectangulorum enim a partibus contentorum maximum est, cum tota linea in partes secatur æquales. Dividatur itaque B A bifariam in E. Quod si ipsa B D æqualis fuerit B E, absolutum est opus: eritque semiparabolæ altitudo B E, sublimitas vero E A (& ecce Parabolæ elevationis semirectæ amplitudinem, ut supra demonstratum est, omnium esse maximam ab eodem impetu descriptarum.) At minor sit B D quam dimidia B A, quæ ita secanda est, ut rectangulum sub partibus quadrato B D sit æquale. Supra E A semicirculus describatur, in quo ex A applicetur A F æqualis B D: & jungatur F E; cui secetur pars æqualis E G. Erit jam rectangulum B G A cum quadrato E G æquale quadrato E A, cui quoque æqualia sunt duo quadrata A F, F E. Demptis itaque quadratis G E, F E, æqualibus, remanet rectangulum B G A æquale quadrato A F, nempe B D; & linea B D media proportionalis inter B G, G A. Ex quo patet, semiparabolæ, cujus amplitudo B C, impetus vero A B, altitudinem esse B G, sublimitatem G A. Quod si ponatur inferius B I æqualis G A, erit hæc altitudo; I A vero sublimitas semiparabolæ I C. Ex demonstratis hucusque possumus

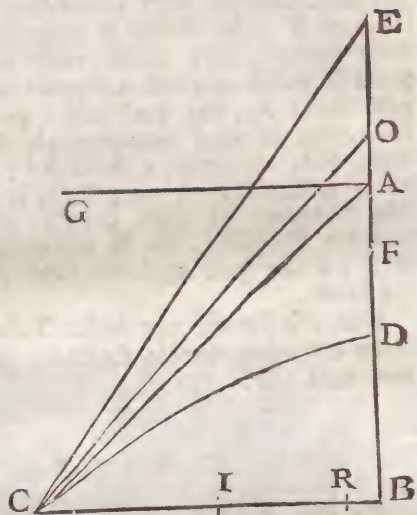
A G F E I C D B

PROBL. III. PROPOS. XII.

Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in Tabulas exigere, quæ a projectis eodem impetu explosis describuntur.

Constat ex prædemonstratis, tunc parabolas a projectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates cum altitudinibus junctæ æquales conficiunt perpendiculares supra horizontem. Inter easdem ergo parallelas horizontales hæ perpendiculares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali C B perpendicularis B A æqualis, & connectatur diagonalis A C. Erit angulus A C B semirectus, gr. 45. Divisaque perpendiculari B A bifariam in D, semiparabola D C erit ea, quæ a sublimitate A D cum altitudine D B designatur: & impetus ejus in C tantus erit, quantus est in B mobilis venientis ex quiete in A per 655 lineam A B. Et, si ducatur A G æquidistans B C; reliquarum omnium semipara-

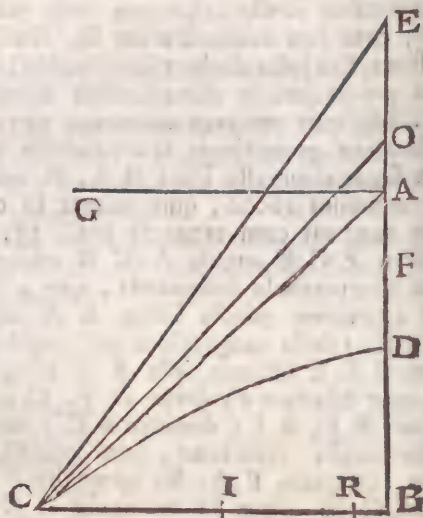
ra-

rabolarum, quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum sublimitatibus junctæ, spatium inter parallelas A G, B C explere debent. Insuper, cum jam demonstratum sit, semiparabolarum, quarum tangentes æqualiter sive supra, sive infra ab elevatione semirecta distant, amplitudines æquales esse, calculus, quem pro majoribus elevationibus compilabimus, pro minoribus quoque deserviet. Eligimus præterea numerum partium decem mille, 10000, pro maxima amplitudine projectionis semiparabolæ ad elevationem grad. 45. factæ: itaque tanta supponatur esse linea B A, & amplitudo semiparabolæ B C. Eligimus autem numerum 10000, quia utimur in calculis tabula tangentium, cujus hic numerus congruit cum tangente grad. 45. Jam, ad opus accedendo, ducatur C E, angulum E C B angulo A C B majorem (acutum tamen) comprehendens: sitque semiparabola designanda, quæ a linea E C tangatur, & cujus sublimitas cum altitudine juncta ipsam B A adæquet. Ex tabula tangentium per angulum datum B C E tangens ipsa B E accipiatur; quæ bifariam dividatur in F. Deinde ipsarum B F, B I (dimidiæ B C) tertia proportionalis reperiatur, quæ necessario major erit quam F A. Sit igitur illa F O. Semiparabolæ igitur in triangulo E C B inscriptæ, juxta tangentem C E, cujus amplitudo est C B, reperta est altitudo B F, & sublimitas F O. Verum tota B O supra parallelas A G, C B attollitur, cum nobis opus sit inter easdem contineri: sic enim tum ipsa, tum semiparabolę D C describentur a projectis ex C impetu eodem explosis. Reperienda igitur est altera huic similis (innumeræ enim intra angulum B C E majores, & minores inter se similes designari possunt) cujus composita sublimitas cum altitudine (homologa scilicet ipsi B A) æquetur B A. Fiat igitur, ut O B ad B A, ita amplitudo B C ad C R, & inventa erit C R, amplitudo scilicet semiparabolæ juxta elevationem anguli B C E; cujus sublimitas cum altitudine juncta spatium a parallelis G A, C B contentum adæquat: quod quærebatur. Operatio itaque talis erit.

Anguli dati B C E tangens accipiatur, cujus medietati adjungatur tertia proportionalis ipsius, & medietatis B C, quæ sit F O. Fiat deinde ut O B ad B A, ita B C ad aliam, quæ sit C R, amplitudo nempe quæsita. Exemplum ponamus.

Sit angulus E C B grad. 50, erit ejus tangens 11918, cujus dimidium, nempe B F 5959, dimidia B C 5000, harum dimidiarum tertia proportionalis 4195. quæ addita ipsi B F conficit 10154 pro ipsa B O. Fiat rursus ut O B ad B A, nempe ut 10154 ad 10000, ita B C, nempe 10000. (utraque enim grad. 45. est tangens) ad aliam, & habebimus quæsitam amplitudinem R C, 9848. qualium B C (maxima amplitudo) est 10000. Harum autem duplæ sunt amplitudines integrarum parabolarum, nempe 19696, & 20000. Tantaque est etiam amplitudo parabolæ juxta elevationem grad. 40. cum æqualiter distet a grad. 45. 656

Sagr. Mi manca per l' intiera intelligenza di questa dimostrazione il saper come sia vero, che la terza proporzionale delle BF, B I sia (come dice l' Autore) necessariamente maggiore della F A.

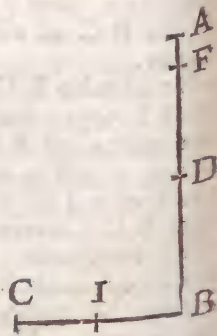
 Salv.

Salv. Tal conseguenza mi par, che si possa dedurre in tal modo. Il quadrato della media di tre linee proporzionali è eguale al rettangolo dell' altre due, onde il quadrato della B I, o della B D ad essa eguale, dee esser' eguale al rettangolo della prima F B nella terza da ritrovarsi; la qual terza è necessario, che sia maggiore della F A, perchè il rettangolo della B F in F A è minore del quadrato B D; ed il mancamento è quanto il quadrato della D F, come dimostra Euclide in una del secondo. Debbesi anco avvertire, che il punto F, che divide la tangente E B in mezzo, altre molte volte cadrà sopra il punto A, ed una volta anco nell' istesso A; nei quali casi è per se noto, che la terza proporzionale della metà della tangente, e della BI (che dà la sublimità,) è tutta sopra la A. Ma l' Autore ha preso il caso, dove non era manifesto, che la detta terza proporzionale fusse sempre maggiore della F A; e che però aggiunta sopra il punto F passasse la parallela A G. Or seguitiamo.

Non erit inutile ope hujus Tabulæ alteram componere complectentem altitudines earundem semiparabolarum projectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.

PROBL. IV. PROP. XIII.

Ex datis Semiparabolarum amplitudinibus in sequenti Tabula digestis, retentoque communi impetu, quo unaquæque describitur, singularum semiparabolarum altitudines elicere.

Sit Amplitudo data B C. Impetus vero, qui semper idem intelligatur, mensura sit A B, aggregatum nempe altitudinis, & sublimitatis. Reperienda est, ac distinguenda ipsamet altitudo. Quod quidem tunc consequemur, cum B A ita divisa fuerit, ut rectangulum sub ejus partibus contentum æquale sit quadrato dimidiæ amplitudinis B C. Incidat talis divisio in F. Et utraque A B, B C secetur bifariam in D, I. Est igitur quadratum I B æquale rectangulo B F A: quadratum vero D A æquatur eidem rectangulo cum quadrato F D. Si igitur ex quadrato D A auferatur quadratum B I, quod rectangulo B F A est æquale, remanebit quadratum F D, cujus latus D F additum lineæ B D dabit quæsitam altitudinem B F. Componitur itaque sic ex datis. Ex quadrato dimidiæ B A notæ aufer quadratum B I pariter notæ: residui sume radicem quadratam, quam adde notæ B D, & habebis altitudinem quæsitam B F. Exemplum.

In-

Invenienda ſit altitudo ſemiparabolæ ad elevationem grad. 55 deſcriptæ. Amplitudo ex præcedenti Tabula eſt 9396. ejus dimidium eſt 4698, quadratum ipſius 22071204; hoc dempto ex quadrato dimidiæ B A, quod ſemper idem eſt, nempe 25000000, reſiduum eſt 2928796, cujus radix quadrata 1710, proxime. Hæc dimidiæ B A, nempe 5000 addita exhibet 6710, tantaque eſt altitudo B F. Non erit inutile, tertiam exponere Tabulam, altitudines, & ſublimitates continentem ſemiparabolarum, quarum eadem futura ſit amplitudo.

Sagr. Queſta vedrò io molto volentieri, mentrechè per eſſa potrò venir in cognizione della differenza degl' impeti, e delle forze, che ſi ricercano per cacciare il projetto nella medeſima lontananza con tiri, che chiamano di volata; la qual differenza credo, che ſia grandiſſima ſecondo le diverſe elevazioni: ſicchè per eſempio, ſe altri voleſſe alla elevazione di 3, o 4 gradi, o di 87, o 88 far cader la palla, dove fu cacciata alla elevazione di 45. (dove ſi è moſtrato ricercarſi l' impeto minimo) credo ſi ricercherebbe un eceſſo immenſo di forza. 657

Salv. V. S. ſtima beniſſimo, e vedrà che per eſequire l' opera intera in tutte l' elevazioni biſogna andare a gran paſſo verſo l' impeto infinito. Or vediamo la coſtruzione della Tavola.

Ampli-

658

Amplitudines ſemiparabolarum ab eodem impetu deſcriptarum.

gr.		gr.
45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

Gradus Elevationum.

Altitudines ſemiparabolarum, quarum impetus ſit idem.

gr.		gr.	
1	3	46	5173
2	13	47	5346
3	28	48	5523
4	50	49	5698
5	76	50	5868
6	108	51	6038
7	150	52	6207
8	194	53	6379
9	245	54	6546
10	302	55	6710
11	365	56	6873
12	432	57	7033
13	506	58	7190
14	585	59	7348
15	670	60	7502
16	760	61	7649
17	855	62	7796
18	955	63	7939
19	1060	64	8078
20	1170	65	8214
21	1285	66	8346
22	1402	67	8474
23	1527	68	8497
24	1685	69	8715
25	1786	70	8830
26	1922	71	8940
27	2061	72	9045
28	2204	73	9144
29	2351	74	9240
30	2499	75	9330
31	2653	76	9415
32	2810	77	9493
33	2967	78	9567
34	3128	79	9636
35	3289	80	9698
36	3456	81	9755
37	3621	82	9806
38	3793	83	9851
39	3962	84	9890
40	4132	85	9924
41	4302	86	9951
42	4477	87	9972
43	4654	88	9987
44	4827	89	9998
45	5000	90	10000

Gradus Elevationum.

Tabula continens altitudines, & sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines eædem sint, partium scilicet 10000. ad singulos gradus elevationis calculata.

gr.	alt.	subl.	gr.	alt.	subl.
1	87	286533	46	5177	4828
2	175	142450	47	5362	4662
3	262	95802	48	5553	4502
4	349	71531	49	5752	4346
5	437	57142	50	5959	4196
6	525	47573	51	6174	4048
7	614	40716	52	6395	3906
8	702	35587	53	6635	3768
9	792	31565	54	6882	3632
10	881	28356	55	7141	3500
11	972	25720	56	7413	3372
12	1062	23518	57	7699	3247
13	1154	21701	58	8002	3124
14	1246	20056	59	8336	3008
15	1339	18660	60	8659	2887
16	1434	17405	61	9020	2772
17	1528	16355	62	9404	2658
18	1624	15388	63	9814	2547
19	1722	14522	64	10253	2438
20	1820	13736	65	10722	2332
21	1919	13025	66	11230	2226
22	2020	12376	67	11878	2122
23	2122	11778	68	12376	2020
24	2226	11230	69	13025	1919
25	2332	10722	70	13736	1820
26	2438	18253	71	14522	1722
27	2547	9814	72	15388	1624
28	2658	9404	73	16355	1528
29	2772	9020	74	17405	1434
30	2887	8659	75	18660	1339
31	3008	8336	76	20056	1246
32	3124	8002	77	21701	1154
33	3247	7699	78	23518	1062
34	3372	7413	79	25720	972
35	3500	7141	80	28356	881
36	3638	6282	81	31565	792
37	3768	6635	82	35573	702
38	3906	6395	83	40716	614
39	4048	6174	84	47573	525
40	4196	5959	85	57142	437
41	4346	5752	86	71531	349
42	4502	5553	87	95802	262
43	4662	5362	88	142450	175
44	4828	5177	89	286533	87
45	5000	5000	90	infinita	

PRO-

PROPOS. XIV. PROBL. V.

660 *Altitudines, atque ſublimitates ſemiparabolarum, quarum amplitudines æquales futuræ ſint, per ſingulos elevationis gr. reperire.*

Hæc omnia facili negotio conſequemur. Poſita enim ſemiparabolæ amplitudine partium ſemper 10000, medietas tangentis cujuslibet gradus elevationis altitudinem exhibet. Ut exempli grat. ſemiparabolæ, cujus elevatio ſit gr. 30. amplitudo vero, ut ponitur, partium 10000, altitudo erit 2887, tanta enim eſt proxime medietas tangentis. Inventa autem altitudine, ſublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonſtratum ſit dimidiam amplitudinem ſemiparabolæ mediam eſſe proportionalem inter altitudinem, & ſublimitatem, ſitque altitudo jam reperta, medietas vero amplitudinis ſemper eadem, partium ſcilicet 5000, ſi hujus quadratum per altitudinem datam diviſerimus, ſublimitas quæſita exurget. Ut in exemplo. Altitudo reperta fuit 2887, Quadratum partium 5000 eſt 25000000. quod diviſum per 2887 dat 8659 proxime pro ſublimitate quæſita.

Salv. Or qui ſi vede primieramente, come è veriſſimo il concetto accennato di ſopra, che nelle diverſe elevazioni, quanto più ſi allontanano dalla media, o ſia nelle più alte, o nelle più baſſe, tanto ſi ricerca maggiore impeto, e violenza per cacciar il projetto nella medeſima lontananza. Imperocchè conſiſtendo l' impeto nella miſtione dei due moti, orizzontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato, del quale impeto viene ad eſſer miſura l' aggregato dell' altezza, e della ſublimità, vedeſi dalla propoſta tavola tale aggregato eſſer minimo nell' elevazione di grad. 45, dove l' altezza, e la ſublimità ſono eguali, cioè 5000 ciaſcheduna; e l' aggregato loro 10000. Che ſe noi cercheremo ad altra maggiore altezza, come per eſempio di grad. 50. troveremo l' altezza eſſer 5959, e la ſublimità 4196, che giunti inſieme ſommano 10155. E tanto troveremo parimente eſſer l' impeto di grad. 40, eſſendo queſta, e quella elevazione egualmente lontane dalla media. Dove dobbiamo ſecondariamente notare eſſer vero, che eguali impeti ſi ricercano a due a due delle elevazioni diſtanti egualmente dalla media, con queſta bella alternazione di più, che l' altezze, e le ſublimità delle ſuperiori elevazioni contrariamente riſpondono alle ſublimità, ed altezze delle inferiori: ſicchè dove nell' eſempio propoſto nell' elevazione di 50 grad. l' altezza è 5959, e la ſublimità 4196. nell' elevazione di grad. 40 accade all' incontro l' altezza eſſer 4196 e la ſublimità 5559. e l' iſteſſo accade in tutte l' altre ſenza veruna differenza: ſe non in quanto per fuggire il tedio del calcolare non ſi è tenuto conto di alcune frazzioni, le quali in ſomme così grandi non ſono di momento, nè di pregiudizio alcuno.

Sagr. Io vo oſſervando, come delli due impeti orizzontale, e perpendicolare nelle projezioni, quanto più ſono ſublimi, tanto meno vi ſi ricerca dell' orizzontale, e molto del perpendicolare. All' incontro nelle poco elevate, grande biſogna che ſia la forza dell' impeto orizzontale, che a poca altezza dee cacciar il projetto. Ma ſebben io capiſco beniſſimo, che nella totale elevazione di gr. 90. per cacciare il projetto un ſol dito lontano dal perpendicolo, non baſta tutta la forza del mondo: ma neceſſariamente dee egli ricadere nell' iſteſſo luogo, 661 onde fu cacciato; non però con ſimil ſicurezza ardirei di affermare, che anco nella nulla elevazione, cioè nella linea orizzontale, non poteſſe da qualche forza, benchè non infinita, eſſer in alcuna lontananza ſpinto il projetto. Sicchè per eſempio nè anco una Colubrina ſia potente a ſpignere una palla di ferro orizzontalmente, come dicono, di punto bianco, cioè di punto niuno, che è dove non ſi dà elevazione. Io dico, che in queſto caſo reſto con qualche ambiguità: e che io non neghi riſolutamente il fatto, mi ritiene un altro accidente, che par non meno ſtrano, e pure ne ho la dimoſtrazione concludente neceſſariamente.

mente. E l' accidente è l' eſſer impoſſibile diſtendere una corda, ſicchè reſti teſa diritttamente, e parallela all' orizzonte, ma ſempre fa ſacca, e ſi piega, nè vi è forza, che baſti a tenderla rettamente.

Salv. Adunque, Sig. Sagr. in queſto caſo della corda ceſſa in voi la maraviglia circa la ſtravaganza dell' effetto, perchè ne avete la dimoſtrazione. Ma ſe noi ben conſidereremo, forſe troveremo qualche corriſpondenza tra l' accidente del projetto, e queſto della corda. La curvità della linea del projetto orizzontale par, che derivi dalle due forze, delle quali una (che è quella del projciente) lo caccia orizzontalmente, e l' altra (che è la propria gravità) lo tira in giù a piombo. Ma nel tender la corda vi ſono le forze di coloro, che orizzontalmente la tirano, e vi è ancora il peſo dell' iſteſſa corda, che naturalmente inclina al baſſo. Son dunque queſte due generazioni aſſai ſimili. E ſe voi date al peſo della corda tanta poſſanza, ed energia di poter contraſtare, e vincer qualſivoglia immenſa forza, che la voglia diſtendere dirittamente, perchè vorrete negarla al peſo della palla? Ma più voglio dirvi, recandovi inſieme maraviglia, e diletto, che la corda così teſa, e poco, o molto tirata, ſi piega in linee, le quali aſſai ſi avvicinano alle paraboliche, e la ſimilitudine è tanta, che ſe voi ſegnerete in una ſuperficie piana, ed eretta all' orizzonte una linea parabolica, e tenendola inverſa, cioè col vertice in giù, e colla baſe parallela all' orizzonte, facendo pendere una catenella ſoſtenuta nelle eſtremità della baſe della ſegnata parabola, vedrete allentando più, o meno la detta catenuzza incurvarſi, e adattarſi alla medeſima parabola; e tale adattamento tanto più eſſer preciſo, quanto la ſegnata parabola ſarà men curva, cioè più diſteſa; Sicchè nelle parabole deſcritte con elevazioni ſotto a i grad. 45. la catenella cammina quaſi *ad unguem* ſopra la parabola.

Sagr. Adunque con una tal catena ſottilmente lavorata ſi potrebbero in un ſubito punteggiar molte linee paraboliche ſopra una piana ſuperficie.

Salv. Potrebbeſi, ed ancora con qualche utilità non piccola, come appreſſo vi dirò.

Simp. Ma prima che paſſar più avanti, vorrei pur io ancora reſtar aſſicurato almeno di quella Propoſizione, della quale voi dite eſſercene dimoſtrazione neceſſariamente concludente, dico dell' eſſer impoſſibile per qualunque immenſa forza fare ſtar teſa una corda drittamente, ed equidiſtante all' Orizzonte.

Sagr. Vedrò ſe mi ſovviene della dimoſtrazione, per intelligenza della quale biſogna Sig. Simp. che voi ſupponghiate per vero quello, che in tutti gli ſtrumenti meccanici non ſolo coll' eſperienza, ma colla dimoſtrazione ancora ſi verifica; e queſto è, che la velocità del movente, benchè di forza debole, può ſuperare la reſiſtenza, benchè grandiſſima, di un reſiſtente, che lentamente debba eſſer moſſo, tuttavolta che maggior proporzione abbia la velocità del movente alla tardità del reſiſtente, che non ha la reſiſtenza di quel, che debbe eſſer moſſo alla forza del movente. 662

Simp. Queſto mi è notiſſimo, e dimoſtrato da Ariſtotile nelle ſue quiſtioni meccaniche, e manifeſtamente ſi vede nella leva, e nella ſtadera, dove il romano, che non peſi più di 4. libbre, leverà un peſo di 400, mentre che la lontananza di eſſo romano dal centro, ſopra il quale ſi volge la ſtadera, ſia più di cento volte maggiore della diſtanza dal medeſimo centro di quel punto, dal quale pende il gran peſo: e queſto avviene, perchè nel calar che fa il romano, paſſa ſpazio più di cento volte maggiore dello ſpazio, per lo quale nel medeſimo tempo monta il gran peſo. Che è l' iſteſſo che dire, che il piccolo romano ſi muove con velocità più, che cento volte maggiore della velocità del gran peſo.

Sagr. Voi ottimamente diſcorrete, e non mettete dubbio alcuno nel concedere, che per piccola che ſia la forza del movente, ſupererà qualſivoglia gran

resistenza, tutta volta che quello più avanzi di velocità, che ei non cede di vigore, e gravità. Or venghiamo al caso della corda. E segnando un poco di figura intendete per ora questa linea A B, passando sopra i due punti fissi, e stabili A, B, aver nelle estremità sue pendenti, come vedete, due immensi pesi C, D, li quali tirandola con grandissima forza la facciano star veramente tesa dirittamente, essendo essa una semplice linea senza veruna gravità. Or qui vi soggiungo, e dico, che se dal mezzo di quella, che sia il punto E, voi sospenderete

qualsivoglia piccolo peso, quale sia questo H; la linea A B cederà, ed inclinandosi verso il punto F, ed in conseguenza allungandosi costrignerà i due gravissimi pesi C, D a salire in alto: il che in tal guisa vi dimostro. Intorno a i due punti A, B, come centri, descrivo due quadranti E F G, E L M; ed essendo che li due semidiametri A I, B L sono eguali alli due A E, E B, gli avanzi F I, F L saranno le quantità de gli allungamenti delle parti A F, F B, sopra le A E, E B; ed in conseguenza determinano le salite de i pesi C, D, tutta volta però che il peso H avesse avuto facoltà di calare in F. Il che allora potrebbe seguire, quando la linea E F, che è la quantità della scesa di esso peso H, avesse maggior proporzione alla linea F I, che determina la salita de i due pesi C, D; che non ha la gravità di amendue essi pesi alla gravità del peso H. Ma questo necessariamente avverrà, sia pur quanto si voglia massima la gravità de i pesi C, D, e minima quella dell' H. Imperocchè non è sì grande l' eccesso de i pesi C, D sopra il peso B, che maggiore non possa essere a proporzione l' eccesso della tangente E F sopra la parte della segante F I. Il che proveremo così: Sia il cerchio, il cui diametro G I: e qual proporzione ha la gravità de i pesi C, D alla gravità di H, tale l' abbia la linea B O ad un' altra, che sia C, della quale sia minore la D, sicchè maggior proporzione avrà la B O alla D, che alla C; prendasi delle due O B, D la terza proporzionale B E, e come O E ad E B, così si faccia il diametro G I (prolungandolo) all' I F, e dal termine F tirisi la tangente F N. E perchè si è fatto, come O E ad E B, così

663

G I

G I ad I F, ſarà componendo, come O B a B E, così G F ad F I. Ma tra O B, e B E media la D, e tra G F, F I media la N F; adunque N F alla F I ha la medeſima proporzione, che la O B alla D, la qual proporzione è maggiore di quella de i peſi C D al peſo H. Avendo dunque maggior proporzione la ſceſa, o velocità del peſo H alla ſalita, o velocità de i peſi C, D, che non ha la gravità di eſſi peſi C, D alla gravità del peſo H; reſta manifeſto, che il peſo H deſcenderà, cioè la linea A B partirà dalla rettitudine orizzontale. E quel che avviene alla retta A B priva di gravità, mentre ſi attacchi in E qualſivoglia minimo peſo H, avviene all' iſteſſa corda A B inteſa di materia peſante, ſenza l' aggiunta di alcun' altro grave; poichè vi ſi ſoſpende il peſo iſteſſo della materia componente eſſa corda A B.

Simp. Io reſto ſoddisfatto a pieno; però potrà il Sig. Salv. conforme alla promeſſa eſplicarci, qual ſia l' utilità, che da ſimile catenella ſi può ritrarre, e dopo queſto arrecarci quelle ſpeculazioni, che dal noſtro Accademico ſono ſtate fatte intorno alla forza della percoſſa.

Salv. Aſſai per queſto giorno ci ſiamo occupati nelle contemplazioni paſſate, l' ora, che non poco è tarda, non ci baſterebbe a gran ſegno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congreſſo ad altro tempo più opportuno.

Sagr. Concorro col parere di V. S. perchè da diverſi ragionamenti avuti con amici intrinſeci del noſtro Accademico ho ritratto, queſta materia della forza della percoſsa eſſere oſcuriſſima, nè di quella ſin ora eſſerne, da chiunque ne ha trattato, penetrato i ſuoi ricetti pieni di tenebre, ed alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginazioni umane; e tra le concluſioni ſentite profferire me ne reſta in fantaſia una ſtravagantiſſima, cioè, che la forza della percoſſa è indeterminata, per non dire infinita. Aſpetteremo dunque la comodità del Sig. Salv. Ma intanto dicami che materie ſon queſte, che ſi vedono ſcritte dopo il trattato dei projetti?

Salv. Queſte ſono alcune propoſizioni attenenti al centro di gravità dei ſolidi, le quali in ſua gioventù andò ritrovando il noſtro Accademico, parendogli, che quello, che in tal materia aveva ſcritto Federigo Comandino, non mancaſſe di qualche imperfezione. Credette dunque con queſte propoſizioni, che qui vedete ſcritte, poter ſupplire a quello, che ſi deſiderava nel libro del Comandino, ed applicoſſi a queſta contemplazione ad inſtanza dell' Illuſtriſs. Sig. Marcheſe Guid' Ubaldo del Monte grandiſſimo Matematico de' ſuoi tempi, come le diverſe ſue opere pubblicate ne moſtrano, ed a quel Sig. ne dette copia con penſiero di andar ſeguitando cotal materia anco negli altri ſolidi non tocchi dal Comandino, ma incontratoſi dopo alcun tempo nel libro del Sig. Luca Valerio, maſſimo Geometra, e veduto, come egli riſolve tutta queſta materia ſenza niente laſciare indietro, non ſeguitò più avanti, benchè le aggreſſioni ſue ſieno per iſtrade molto diverſe da quelle del Sig. Valerio. 664

Sagr. Sarà bene dunque, che in queſto tempo, che s' intermette tra i noſtri paſſati, ed i futuri congreſſi, V. S. mi laſci nelle mani il libro, che io tra tanto anderò vedendo, e ſtudiando le propoſizioni conſeguentemente ſcrittevi.

Salv. Molto volentieri eſeguiſco la voſtra domanda, e ſpero, che V. S. prenderà guſto di tali propoſizioni.

APPENDIX,

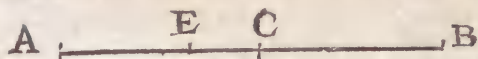
In qua continentur Theoremata, eorumque demonstrationes, quæ ab eodem Auctore circa centrum gravitatis solidorum olim conscripta fuerunt.

POSTULATUM.

PEtimus æqualium ponderum similiter in diversis libris dispositorum, si horum quidem compositorum centrum gravitatis libram secundum aliquam rationem diviserit, & illorum etiam gravitatis centrum libram secundum eandem rationem dividere.

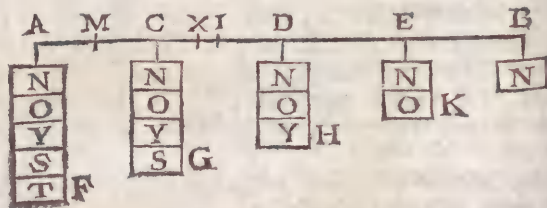
LEMMA.

Sit linea A B bifariam in C secta, cujus medietas A C divisa sit in E, ita ut quam rationem habet B E ad E A, hanc habeat A E ad E C. Dico B E ipsius E A duplam esse. Quia enim ut B E ad E A, ita E A ad E C; erit componendo,

A E C B

& permutando, ut B A ad A C, ita A E ad E C, est autem ut A E ad E C, nempe ut B A ad A C, ita B E ad E A, quare B E ipsius E A dupla est.

His positis demonstratur, si magnitudines quotcunque sese æqualiter excedentes, & quarum excessus earum minimæ sint æquales, ita in libra disponantur, ut ex distantiis æqualibus pendeant, centrum gravitatis omnium libram ita dividere, ut pars versus minores reliquæ sit dupla.

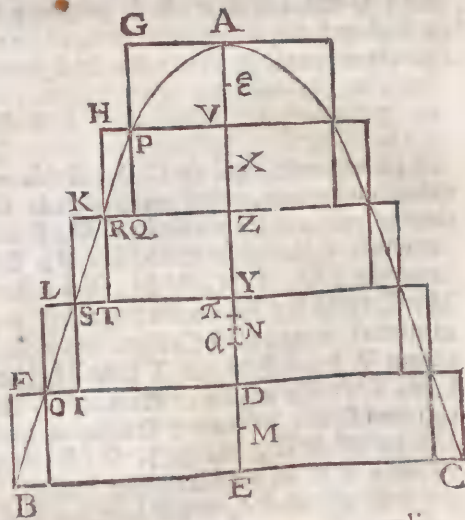
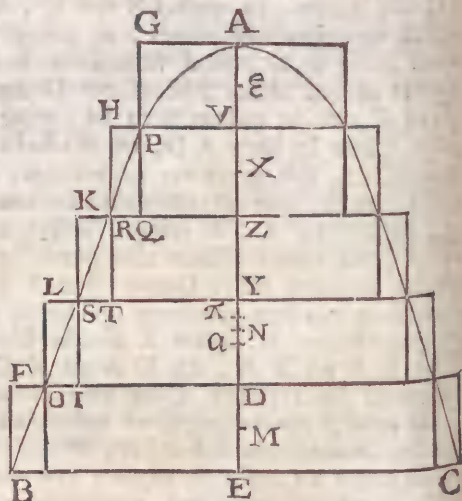
665 In Libra itaque A B ex distantiis æqualibus pendeant quotcunque numero magnitudines F, G, H, K, N, quales dictum est, quarum minima sit N; sintque puncta suspensionum A, C, D, E, B, sitque omnium magnitudinum sic dispositarum gravitatis centrum X. Ostendendum est partem libræ B X versus minores magnitudines reliquæ X A duplam esse.

Dividatur libra bifariam in puncto D; quod vel in aliquo puncto suspensionum, vel in duarum suspensionum medio cadet necessario, reliquæ vero suspensionum distantię, quæ inter A & D intercipiuntur, omnes bifariam dividantur punctis M, I; magnitudines deinde omnes

in partes ipsi N æquales dividantur: erunt jam partes ipsius F tot numero, quot sunt, quæ ex libra pendent magnitudines, partes vero ipsius G erunt una pauciores, & sic de reliquis. Sint itaque ipsius F partes N, O, Y, S, T, ipsius G vero N, O, Y, S, ipsius H quoque N, O, Y, ipsius denique K sint N, O;

O; eruntque magnitudines omnes, in quibus N ipsi F æquatur; magnitudines vero omnes, in quibus O ipsi G æquatur; & magnitudines, in quibus Y ipsi H; illæ autem, in quibus S ipsi K, & magnitudo T ipsi N æqualis est. Quia igitur magnitudines omnes, in quibus N inter se sunt æquales, æque ponderabunt in signo D, quod libram A B bifariam dividit, & eandem ob causam omnes magnitudines, in quibus O æque ponderant in I, illæ autem, in quibus Y in C, & in quibus S in M, æque ponderant; T autem in A suspenditur. Sunt igitur in libra A D, ex distantiis æqualibus D, I, C, M, A suspensæ magnitudines, sese æqualiter excedentes, & quarum excessus minimæ æquatur: maxima autem, quæ est composita ex omnibus N, pendet ex D; minima, quæ est T, pendet ex A, & reliquæ ordinate dispositæ sunt. Estque rursus alia libra A B; in qua magnitudines aliæ prædictis numero, & magnitudine æquales eodem ordine dispositæ sunt. Quare libræ A B, A D a centris omnium magnitudinum secundum eandem rationem dividentur. Est autem centrum gravitatis dictarum magnitudinum X: quare X dividit libras B A, A D sub eadem ratione: ita ut sicut B X ad X A, ita X A ad X D; quare B X dupla est ipsius X A ex lemmate supra posito. Quod erat probandum.

Si conoidi parabolico figura inscribatur, & altera circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, & axis dicti conoidis dividatur, ita ut pars ad verticem partis ad basin sit dupla: centrum gravitatis inscriptæ figuræ basi portionis dicto puncto divisionis erit propinquius: centrum autem gravitatis circumscriptæ a basi conoidis eodem puncto erit remotius; eritque utrorumque centrorum a tali puncto distantia æqualis lineæ, quæ sit pars sexta altitudinis unius cylindri, ex quibus figuræ constant.

Sit itaque conoidale parabolicum, & figuræ, quales dictæ sunt, altera sit inscripta, altera circumscripta, & axis conoidis qui sit A E dividatur in N, ita ut A N ipsius N E sit dupla. Ostendendum est centrum gravitatis inscriptæ figuræ esse in linea N E, circumscriptæ autem centrum esse in A N. Secentur figuræ ita dispositæ plano per axem, & sit sectio parabolæ B A C; plani autem secantis, & basis conoidis sectio sit B C linea; cylindrorum autem sectiones sint rectangulæ figuræ: ut in descriptione apparet: primus itaque cylindrus inscriptorum, cujus axis est D E, ad cylindrum, cujus axis est D Y, eandem habet rationem quam quadratum O D ad quadratum S Y, hoc est, quam D A ad A Y: cylindrus autem, cujus axis est D Y, ad cylindrum Y Z est ut S Y ad R Z potentia; hoc est, ut Y A ad A Z, & eadem ratione cylindrus, cujus axis est Z Y, ad eum, cujus axis est Z V, est ut Z A ad A V, dicti itaque cylindri sunt inter se ut lineæ D A, A Y; Z A, A V: istæ autem sunt sese ęqualiter excedentes, & est excessus ęqualis minimę, ita ut A Z dupla sit ad A V, A Y autem ejusdem est tripla, & D A quadrupla; sunt igitur dicti cylindri magnitudines quędam sese ad invicem ęqualiter excedentes, quarum excessus ęquantur earum minimæ, & est linea X M, in qua ex distantiis ęqualibus suspensę sunt (unumquodque enim cylin-

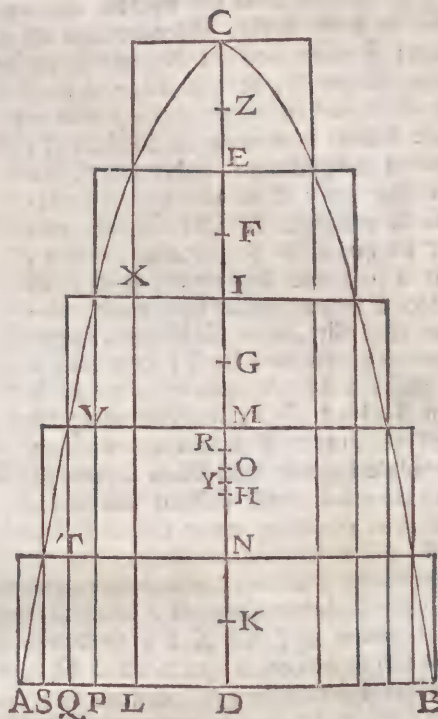
666

cylindrorum centrum gravitatis habet in medio axis) quare per ea quę superius demonstrata sunt centrum gravitatis magnitudinis ex omnibus compositę dividet lineam X M, ita ut pars ad X reliquę sit dupla. Dividatur itaque, & sit X α ipsius α M dupla; est ergo α centrum gravitatis inscriptę figurę. Dividatur A V bifariam in ε; erit ε X dupla ipsius M E; est autem X α dupla ipsius α M; quare ε E tripla erit E α; est autem A E tripla ipsius E N: constat ergo, E N majorem esse quam E α, & ideo α, quod est centrum figurę inscriptę, magis accedere ad basin conoidis quam N, & quia est ut A E ad E N, ita ablatum ε E ad ablatum E α; erit & reliquum ad reliquum, idest, A ε ad N α, ut A E ad E N. Est ergo α N tertia pars ipsius A ε, & sexta ipsius a V. Eodem autem pacto cylindri circumscriptæ figuræ demonstrabuntur esse sese ęqualiter excedentes, & esse excessus æquales minimo, & habere in linea ε M centra gravitatum in distantiis ęqualibus. Si itaque dividatur ε M in π, ita ut $\varepsilon\pi$ reliquę π M sit dupla; erit π centrum gravitatis totius circumscriptę magnitudinis, & cum $\varepsilon\pi$ dupla sit ad π M; A ε autem minor sit quam dupla ad E M: (cum ei sit ęqualis :) erit tota A E minor quam tripla ipsius E π; quare E π major erit ipsa E N, & cum ε M tripla sit ad M π, & M E cum duabus ε A similiter tripla sit ad M E; erit tota A E cum A ε tripla ad E π, est autem A E tripla ad E N; quare reliqua A ε reliquę π N tripla erit. Est igitur N π sexta pars ipsius A V. Hęc autem sunt, quę demonstranda fuerunt. Ex his manifestum est, posse conoidi parabolico figuram inscribi; & alteram circumscribi, ita ut centra gravitatum earum a puncto N minus quacunque proposita linea distent. Si enim sumatur linea propositę lineę sexcupla, fiantque cylindrorum axes, ex quibus figurę componuntur hac sumpta linea minores; erunt, quę inter harum figurarum centra gravitatum, & signum N cadunt, lineę proposita linea minores.

667

ALITER IDEM.

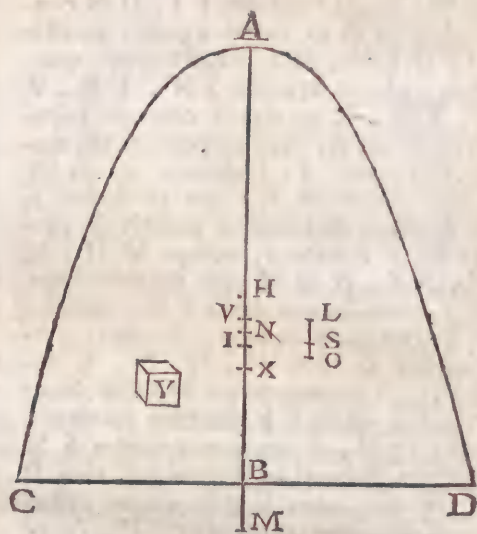
Axis conoidis, qui sit C D, dividatur in O, ita ut C O ipsius O D sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis inscriptę figuræ esse in linea O D; circumscriptæ vero centrum esse in C O. Secentur figuræ plano per axem, & C, ut dictum est. Quia igitur cylindri S N, T M, V I, X E, sunt inter se, ut quadrata linearum S D, T N, V M, X I; hæc autem sunt inter se, ut lineæ N C, C M, C I, C E; hæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimæ, nempe C E; estque cylindrus T M cylindro Q N æqualis; cylindrus autem V I ipsi P N, & X E ipsi L N æquatur; ergo cylindri S N, Q N, P N, L N, sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimo, eorum nempe cylindro L N. Est autem excessus cylindri S N super cylindrum Q N anulus, cujus altitudo est Q T, hoc est N D; latitudo autem S Q: excessus autem cylindri Q N super P N est anulus, cujus latitudo est Q P, excessus autem cylindri P N super L N est anulus, cujus latitudo P L. Quare dicti anuli S Q, Q P, P L, sunt inter

inter se æquales, & cylindro L N. Anulus igitur S T æquatur cylindro X E; anulus Q V, qui ipsius est duplus, æquatur cylindro V I, qui similiter cylindri X E duplus est, & eamdem ob causam anulus P X cylindro T M, & cylindrus L E cylindro S N æqualis erit. In libra itaque K F puncta media rectarum E I, D N connectente, & in partes æquales punctis H, G secta, sunt magnitudines quædam, nempe cylindri S N, T M, V I, X E, & gravitatis centrum primi cylindri est K; secundi vero est H; tertii G; quarti F. Habemus autem & aliam libram M K; quæ est ipsius F K dimidia, totidemque punctis in partes æquas distributa, nempe M H, H N, N K, & in ea aliæ magnitudines illis, quæ sunt in libra F K, numero & magnitudine æquales, & centra gravitatum in signis M, H, N, K habentes, & eodem ordine dispositæ sunt: cylindrus enim L E centrum gravitatis habet in M, & æquatur cylindro S N centrum habenti in K: anulus vero P X centrum habet H, & æquatur cylindro T M, cujus centrum est H, & anulus Q V, centrum habens N, æquatur cylindro V I, cujus centrum est G; & denique anulus S T, centrum habens K, æquatur cylindro X E, cujus centrum est F. Igitur centrum gravitatis dictarum magnitudinum libram dividet in eadem ratione: earundem vero unum est centrum, ac propterea punctum aliquod utrique libræ commune, quod sit Y. Itaque F Y ad Y K erit ut K Y ad Y M; est ergo F Y dupla ipsius Y K; & divisa C E bifariam in Z, erit Z F dupla ipsius K D; ac propterea Z D tripla ipsius D Y; rectæ vero D O tripla est C D: major est ergo recta D O, quam D Y; ac propterea Y centrum inscriptæ magis ad basim accedit, quam punctum O. Et quia, ut C D ad D O, ita est ablatum Z D ad ablatum D Y; erit & reliquum C Z ad reliquum Y O, ut C D ad D O; nempe Y O tertia pars erit ipsius C Z; hoc est pars sexta ipsius C E. Eadem prorsus ratione demonstrabimus, cylindros circumscriptæ figuræ sese æqualiter excedere, & esse excessus æquales minimo, & ipsorum centra gravitatum in distantiis æqualibus libræ K Z constituta, & pariter anulos iisdem cylindris æquales similiter disponi in altera libra K G ipsius K Z dimidia, ac propterea circumscriptæ gravitatis centrum, quod sit R, libras ita dividere, ut Z R ad R K sit, ut K R ad R G. Erit ergo Z R dupla ipsius R K; C Z vero rectæ K D æqualis est, & non dupla; erit tota C D minor quam tripla ipsius D R; quare recta D R major est quam D O, scilicet centrum circumscriptæ a basi magis recedit quam punctum O. Et quia Z K tripla est ad K R, & K D cum duabus Z C tripla ad K D; erit tota C D cum C Z tripla ipsius D R; est autem C D tripla ad D O, quare reliqua C Z reliquæ R O tripla erit; scilicet O R sexta pars est ipsius E C. Quod est propositum.

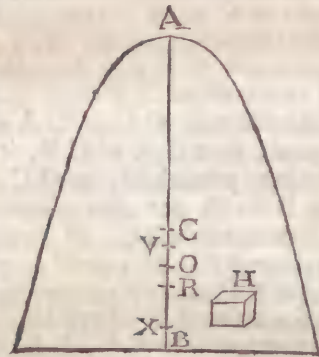
668

His autem prædemonstratis demonstratur, centrum gravitatis parabolici Conoidis

dis axem ita dividere ut pars ad verticem aliquæ ad basim sit dupla.

Esto parabolicum conoidale, cujus axis sit A B divisus in N, ita ut A N ipsius N B sit dupla. Ostendendum est, centrum gravitatis conoidis esse N punctum; si enim non est N, aut infra ipsum, aut supra ipsum erit. Sit primum infra, sitque X, & exponatur linea L O ipsi N X æqualis, & L O contingenter dividatur in S. & quam rationem habet utraque simul B X, O S, ad O S, hanc habeat conoidale ad solidum Y, & inscribatur conoidi figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut, quæ inter illius centrum gravitatis, & punctum N intercipitur, minor sit quam L S, excessus autem, quo a conoide superatur, minor sit solido Y; hoc autem fieri posse, clarum est. Sit itaque inscripta, cujus gravitatis centrum sit I; erit jam I X major S O: & quia est, ut X B cum S O ad S O, ita conoidale ad Y; (est autem Y majus excessu quo conoidale figuram inscriptam superat;) erit conoidalis ad dictum excessum proportio major quam utriusque B X, O S, ad S O, & dividendo figura inscripta ad dictum excessum majorem rationem habebit quam B X ad S O: habet autem B X ad X I proportionem adhuc minorem quam ad S O: inscripta igitur figura ad reliquas portiones multo majorem proportionem habebit quam B X ad X I: quam igitur proportionem habet inscripta figura ad reliquas portiones, alia quædam linea habebit ad X I; quæ necessario major erit quam B X. Sit igitur M X. Habemus itaque centrum gravitatis conoidis X: figuræ autem in ipso inscriptæ centrum gravitatis est I, reliquarum ergo portionum quibus conoidale inscriptam figuram excedit gravitatis centrum erit in linea X M, atque in eo ipsius puncto in quo sic terminata fuerit ut, quam proportionem habet inscripta figura ad excessum, quo a conoide superatur, eandem ipsam habeat ad X I. Ostensum autem est, hanc proportionem esse illam quam habet M X ac X I: erit ergo M gravitatis centrum earum portionum, quibus conoidale excedit inscriptam figuram, quod certe esse non potest; nam, si per M ducatur planum basi conoidis æquidistans, erunt omnes dictæ portiones versus eandem partem, nec ab eo dividentur. Non est igitur gravitatis centrum ipsius conoidis infra punctum N. Sed neque supra. Sit enim, si fieri potest, H, & rursus, ut supra, exponatur linea L O, æqualis ipsi H N, & contingenter divisa in S: & quam proportionem habet utraque simul B N, S O ad S L; hanc habeat conoidale ad Y, & conoidali circumscribatur figura ex cylindris, ut dictum est, a qua minori quantitate excedatur, quam sit solidum Y, & linea inter centrum gravitatis circumscriptæ, & signum N sit minor quam S O: erit residua V H major quam L S; & quia est, ut utraque B N, O S ad S L, ita conoidale ad Y; (est autem Y majus excessu, quo conoidale a circumscripta superatur: ergo B N, S O, ad S L minorem rationem habet quam conoidale ad dictum excessum. Est autem B N minor quam utraque BN, S O: V H autem major quam S L; multo igitur majorem rationem habet conoidale ad dictas portiones quam B V ad V H;

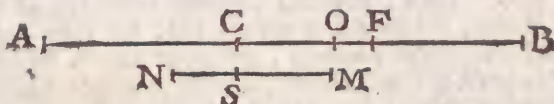
669

quam

quam igitur rationem habet conoidale ad easdem portiones, hanc habebit ad V H linea major ipsa B V. Habeat; sitque ea M V, & quia centrum gravitatis circumscriptæ figuræ est V, centrum vero conoidis est H, atque est, ut conoidale ad residuas portiones, ita M V ad V H, erit M centrum gravitatis residuarum portionum: quod similiter est impossibile. Non est ergo centrum gravitatis conoidis supra punctum N. Sed demonstratum est quod neque infra; restat ergo, ut in ipso N sit necessario. Et eadem ratione demonstrabitur de conoide plano super axe non erecto secto. Aliter idem, ut constat in sequenti, centrum gravitatis conoidis parabolici inter centrum circumscriptæ figuræ, & centrum inscriptæ cadit.

Sit conoidale, cujus axis A B, & centrum circumscriptæ sit C, inscriptæ vero sit O. Dico, centrum conoidis inter C, O puncta esse; nam si non, infra, vel supra, vel in altero eorum erit. Sit infra, ut in R, & quia R est centrum gravitatis totius conoidis, inscriptæ autem figuræ est gravitatis centrum O: reliquarum ergo portionum, quibus inscripra figura a conoide superatur, centrum gravitatis erit in linea O R ad partes R extensa, atque in eo puncto, in quo sic terminatur, ut quam rationem habent dictæ portiones ad inscriptam, eandem habeat O R ad lineam inter R, & punctum illud cadentem. Sit hæc ratio illa, quam habet O R ad R X. Aut igitur X cadet extra conoidem, aut intra, aut in ipsa basi. Si vel extra, vel in basi cadat, jam manifestum est absurdum: Cadat intra, & quia X R ad R O est ut inscripta figura ad excessum, quo a conoide superatur, rationem illam, quam habet B R ad R O, eandem habeat inscripta figura ad solidum H, quod necessario minus erit dicto excessu. Et inscribatur alia figura, quæ a conoide superetur minori quantitate quam sit H; cujus gravitatis centrum cadet intra O C: Sit V. Et quia prima figura ad H est, ut B R ad R O: secunda autem figura, cujus centrum V major est prima, & a conoide exceditur minori quantitate quam sit H; quam rationem habet secunda figura ad excessum, quo a conoide superatur, hanc habebit ad R U linea major ipsa B R. Est autem R centrum gravitatis conoidis; inscriptæ autem secundæ V: centrum ergo reliquarum portionum erit extra conoides infra B, quod est impossibile. Et eodem pacto demonstrabitur, centrum gravitatis ejusdem conoidis non esse in linea C A. Quod autem non sit alterum punctorum C, O, manifestum est. Si enim dicas esse, descriptis aliis figuris, inscripta quidem majori illa, cujus centrum O, circumscripta vero minore ea, cujus centrum C, centrum conoidis extra harum figurarum centrum caderet, quod nuper impossibile esse conclusum est. Restat ergo, ut inter centrum circumscriptæ, & inscriptæ figuræ sit. Quod si ita est, necessario erit in signo illo, quod axem dividit ut pars ad verticem reliquæ sit dupla, cum enim circumscribi, & inscribi possint figuræ, ita ut, quæ inter ipsarum centrum, & dictum signum cadunt lineæ, quacunque linea sint minores, aliter dicentem ad impossibile deduceremus, quod scilicet centrum conoidis non intra inscriptæ, & circumscriptæ centra caderet.

670

Si fuerint tres lineæ proportionales, & quam proportionem habet minima ad excessum, quo maxima minimam superat, eandem habeat linea quædam sumpta ad duas tertias excessus, quo maxima mediam superat, & item quam proportionem habet com-

posita ex maxima, & dupla mediæ ad compositam ex tripla maximæ, & mediæ; eandem habuerit alia linea sumpta ad excessum quo maxima mediam excedit; erunt ambæ lineæ sumptæ simul, tertia pars maximæ proportionalium.

Sint tres lineæ proportionales A B, B C, B F, & quam proportionem habet B F ad F A, hanc habeat M S ad duas tertias ipsius C A, quam vero proportionem habet composita ex A B, & dupla B C ad compositam ex tripla utriusque A B, B C, eandem habeat alia, nempe S N ad A C. Demonstrandum est, M N tertiam esse partem ipsius A B. Quia itaque A B, B C, B F, sunt proportionales, erunt etiam A C, C F, in eadem ratione; est igitur, ut A B ad B C, ita A C ad C F, & ut tripla A B ad triplam B C, ita A C ad C F. Quam itaque rationem habet tripla A B cum tripla B C ad triplam A B, hanc habebit A C ad lineam minorem ipsa C F. Sit illa C O. Quare componendo, & per conversionem proportionis, O A ad A C eandem habebit rationem, quam tripla A B cum sexcupla B C ad triplam A B cum tripla B C; habet autem A C ad S N eandem rationem, quam tripla A B cum tripla B C ad A B cum dupla B C; ex æquali igitur O A ad N S eandem habebit rationem, quam tripla A B cum sexcupla B C ad A B cum dupla B C; verum tripla A B cum sexcupla B C triplæ sunt ad A B cum dupla B C; ergo A O tripla est ad S N.

671

Rursus quia O C ad C A est ut tripla C B ad triplam A B cum tripla C B: est autem, sicut C A ad C F, ita tripla A B ad triplam B C, ex æquali ergo in proportione perturbata, ut O C ad C F, ita erit tripla A B ad triplam A B cum tripla B C: & per conversionem rationis, ut O F ad F C, sic tripla B C ad triplam A B cum tripla B C: est autem, sicut C F ad F B, ita A C ad C B, & tripla A C ad triplam B C. Ex æquali igitur, in proportione perturbata, ut O F ad F B, ita tripla A C ad triplam utriusque simul A B, B C. Tota igitur O B ad B F erit, ut sexcupla A B ad triplam utriusque A B, A C; & quia F C, C A in eadem sunt ratione, & C B, B A, erit sicut F C ad C A, ita B C ad B A, & componendo ut F A ad A C, ita utraque B A, B C ad B A, & sic tripla ad triplam: ergo ut F A ad A C, ita composita ex tripla B A & tripla B C ad triplam A B, quare sicut F A ad duas tertias ipsius A C, sit composita ex tripla B A, & tripla B C ad duas tertias triplæ B A: hoc est, ad duplam B A: sed sicut F A ad duas tertias ipsius A C, ita F B ad M S. Sicut ergo F B ad M S, ita composita ex tripla B A, & tripla B C ad duplam B A; verum sicut O B ad F B, ita erat sexcupla A B ad triplam utriusque A B, B C; ergo ex æquali O B ad M S eandem habebit rationem quam sexcupla A B ad duplam B A, quare M S erit tertia pars ipsius O B. Et demonstratum est, S N tertiam esse partem ipsius A O, constat ergo, M N ipsius A B tertiam similiter esse partem, & hoc est, quod demonstrandum fuit.

Cujuslibet frusti a conoide parabolico abscissi centrum gravitatis est in linea recta, quæ frusti est axis; qua in tres æquas partes divisa centrum gravitatis in media existit, eamque sic dividit, at pars versus minorem basim ad partem versus majorem basim, eandem habeat rationem quam major basis ad basim minorem.

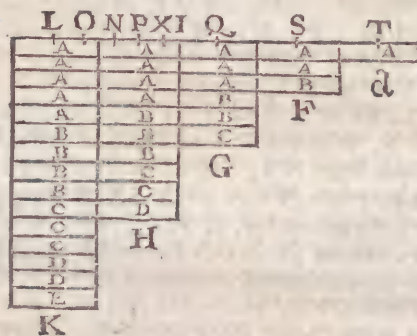
A conoide, cujus axis R B, abscissum sit solidum, cujus axis B E, & planum abscindens sit basi æquidistans, secetur autem altero plano per axem super basin erectum,

ctum, sitque sectio parabolæ V, R, C, hujus autem, & plani secantis, & basis sectiones sint lineæ rectæ L M, V C; erit R B diameter proportionis vel diametro æquidistans; L M, V C erunt ordinatim applicatæ. Dividatur itaque E B in tres partes æquales; quarum media sit Q Y; hæc autem signo I ita dividatur, ut, quam rationem habet basis, cujus diameter V C, ad basin, cujus diameter L M; hoc est, quam habet quadratum V C ad quadratum L M; eandem habeat Q I ad I Y. Demonstrandum est, I centrum gravitatis esse frusti L M C. Exponatur linea N S æqualis ipsi B R, & S X æqualis sit E R, ipsarum autem N S, S X sumatur tertia proportionalis S G, & quam proportionem habet N G ad G S, hanc habeat linea B Q ad I O. Nihil autem refert, si punctum O supra vel infra L M cadat; & quia in sectione V R C lineæ L M, V C ordinatim sunt applicatæ, erit ut quadratum V C ad quadratum L M, ita linea B R ad R E; est autem ut quadratum V C ad quadratum L M, ita Q I ad I Y, & ut B R ad R E, ita N S ad S X, ergo Q I ad I Y est ut N S ad S X. Quare ut Q Y ad Y I, ita erit utraque N S, S X, ad S X, & ut E B ad Y I, ita composita ex tripla N S, & tripla S X ad S X; est autem, ut E B ad B Y, ita composita ex tripla utriusque simul N S, S X ad compositam ex N S, S X; ergo ut E B ad B I, ita composita ex tripla N S, & tripla S X ad compositam ex N S & dupla S X. Sunt igitur 3. lineæ proportionales, N S, S X, G S, & quam proportionem habet S G ad G N, hanc habet quædam sumpta O I ad duas tertias ipsius E B, hoc est ipsius N X, quam autem proportionem composita ex N S, & dupla S X, ad compositam ex tripla N S, & tripla S X, eandem habet alia quædam sumpta I B ad B E, hoc est ad N X. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, erunt lineæ illæ simul sumptæ tertia pars ipsius N S; hoc est ipsius R B: est ergo R B tripla ipsius B O, quare O erit centrum gravitatis conoidis V R C. Sit autem A centrum gravitatis conoidis L R M; frusti ergo V L M C centrum gravitatis est in linea O B, atque in eo puncto, qui illam sic terminat, ut quam rationem habet V L M C frustum ad L R M portionem, eam habeat linea A O ad eam, quæ inter O, & dictum punctum intercedit. Et quia R O est duæ tertiæ ipsius R B; R A vero duæ tertiæ ipsius R E: erit reliqua A O duæ tertiæ reliquæ E B, & quia est, ut frustum V L M C ad portionem L R M, ita N G ad G S, ut autem N G ad G S, ita duæ tertiæ E B ad O I; duabus autem tertiis ipsius E B æqualis est linea A O; erit, ut frustum V L M C ad portionem L R M, ita A O ad O I. Constat igitur frusti V L M C gravitatis centrum esse punctum I, & axem ita dividere, ut pars versus minorem basin ad partem versus majorem sit, ut dupla majoris basis una cum minori ad duplam minoris una cum majori. Quod est propositum, elegantius explicatum.

672

Si magnitudines quotcunque ita inter se sint dispositæ, ut secunda addat super primam duplum primæ, tertia addat super secundam triplum primæ, quarta vero addat super tertiam quadruplum primæ, & si unaquæque sequentium super sibi proximam addat magnitudinem primæ, multiplicem secundum numerum, quem ipsa in ordine retinuerit: si, inquam, hæ magnitudines ordinatim in libra ex distantiis æqualibus suspendantur: centrum æquilibrii omnium compositarum libram ita dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit tripla.

Esto libra L T, & magnitudines, quales dictum est, in ea pendeant, & sint

A, F, G, H, K, quarum A ex T suspensa sit prima. Dico, centrum æquilibri libram T L ita secare, ut pars versus T reliquæ sit tripla. Sit T L tripla ad L I, & S L tripla L P, & Q L ipsius L N, & L P ipsius L O, erunt I P, P N, N O, O L æquales. Et accipiatur in F magnitudo ipsius A dupla, in G vero alia ejusdem tripla, in H ejusdem quadrupla, & sic deinceps, & sint sumptæ magnitudines illæ, in quibus A, & idem fiat in magnitudinibus F, G, H, K. Quum enim in F reliqua magnitudo, nempe B, sit æqualis A, sumatur in G ipsius dupla, in H tripla, &c. & sint hæ magnitudines sumptæ, in quibus B; & eodem pacto sumantur illæ, in quibus C, & in quibus D, & E, erunt jam omnes, in quibus A; æquales ipsi K; composita vero ex omnibus B æquabitur ipsi H; composita ex C ipsi G: ex omnibus D vero composita æquabitur F; & E ipsi A: & quia T I dupla est I L, erit I punctum æquilibrii magnitudinis compositæ ex omnibus A, & similiter, cum S P ipsius P L sit dupla, erit P punctum æquilibrii compositæ ex omnibus B, & eamdem ob causam N erit punctum æquilibrii compositæ ex omnibus C; O vero compositæ ex D, & L ipsius E.
673 Est igitur libra quædam T L, in qua ex distantiis æqualibus pendent magnitudines quædam K, H, G, F, A, & rursus est alia libra L I, in qua ex distantiis similiter æqualibus pendent totidem numero magnitudines, & eodem ordine prædictis æquales, est enim composita ex omnibus A quæ pendet ex I æqualis K pendenti ex L, & composita ex omnibus B, quæ pendet ex P, æquatur H pendenti ex P; & similiter composita ex C, quæ pendet ex N, æquatur G, & composita ex D, quæ pendet ex O, æquatur F, & E pendens ex L æqualis est A. Quare libræ eadem ratione a centro compositarum magnitudinum dividentur. Unum est autem centrum compositæ ex dictis magnitudinibus. Erit ergo punctum commune rectæ T L; & rectæ L I centrum, quod sit X. Itaque ut T X ad X L, ita erit L X ad X I, & tota T L ad L I, est autem T L ipsius L I tripla, quare, & T X ipsius X L tripla erit.

Si magnitudines quotcumque ita sumantur, ut secunda addat super primam triplum primæ, tertia vero super secundam addat quintuplum primæ, quarta autem super tertiam addat septuplum primæ, & sic deinceps uniscujusque augmentum super sibi proximam procedat, multiplex primæ magnitudinis secundum numeros consequenter impares, sicuti procedunt quadrata linearum sese equaliter excedentium, quarum excessus minimæ sit æqualis, & in libra ex distantiis æqualibus suspendantur; omnium compositarum centrum æquilibrii libram dividet, ut pars versus minores magnitudines reliquæ sit major quam tripla, eadem vero dempta una distantia ejusdem minor sit quam tripla.

Sint in libra B E magnitudines, quales dictum est, a quibus auferantur magnitudines aliquæ inter se, ut quæ in præcedenti dispositæ fuerunt; & sint compositæ ex omnibus A, erunt reliquæ, in quibus C, eodem ordine distributæ,

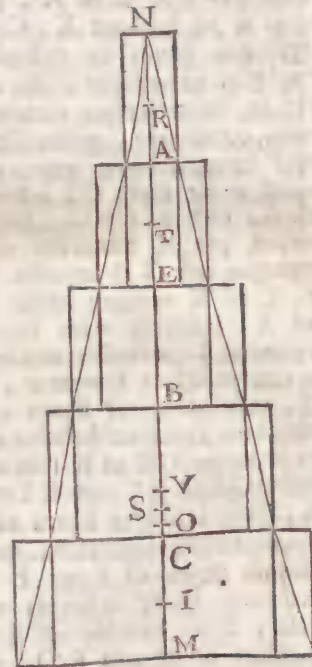
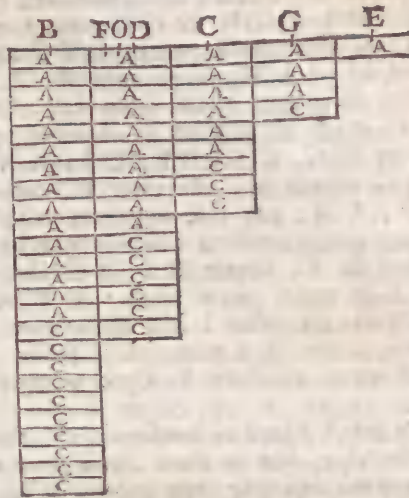
sed

fed deficientes maxima. Sit E D tripla D B, & G F tripla F B; erit D centrum æquilibrii compositæ ex omnibus A; F vero compositæ ex omnibus C, quare compositæ ex omnibus A, C, centrum cadet inter D & F. Sit O. Manifestum itaque est, E O ipsius O B majorem esse quam triplam; G O vero ejusdem O B minorem esse quam triplam. Quod demonstrandum erat.

674

Si cuicumque cono, vel coni portioni ex cylindris æqualem altitudinem habentibus figura una inscribatur, & altera circumscribatur; itemque axis ejus ita dividatur, ut pars, quæ inter punctum divisionis, & verticem intercipitur, reliquæ sit tripla: erit inscriptæ figuræ gravitatis centrum propinquius basi coni, quam punctum illud divisionis, circumscriptæ vero centrum gravitatis eodem puncto erit vertici propinquius.

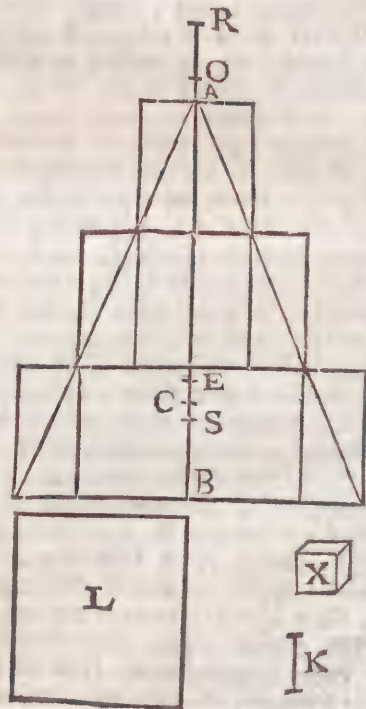
Sit itaque conus, cujus axis N M dividatur in S, ita ut N S reliquæ S M sit tripla. Dico, cujuscumque figuræ cono, ut dictum est, inscriptæ centrum gravitatis in axe N M consistere, & ad basin coni magis accedere quam S punctum, circumscriptæ vero gravitatis centrum similiter in axe N M esse, & vertici propinquius, quam sit S. Intelligatur itaque inscripta figura ex cylindris, quorum axes M C, C B, B E, E A æquales sint. Primus itaque cylindrus, cujus axis M C, ad cylindrum, cujus axis C B, eamdem habet rationem quam sua basis ad basin alterius (sunt enim eorum alitudines æquales) hæc autem ratio eadem est ei, quam habet quadratum C N ad quadratum N B. Et similiter ostendetur, cylindrum, cujus axis C B, ad cylindrum, cujus axis B E, eandem habere rationem quam quadratum B N ad quadratum N E, cylindrum vero, cujus axis B E, ad cylindrum circa axem E A eam, quam habet quadratum E N ad quadratum N A; sunt autem lineæ N C, N B, N E, N A sese æqualiter excedentes, & earum excessus æquantur minimæ, nempe ipsi N A. Sunt igitur magnitudines quædam, nempe inscripti cylindri, eam inter se consequenter rationem habentes, quam quadrata linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus minimæ æquantur: suntque ita dispositi in libra T I, ut singu-

675

lorum

lorum centra gravitatum in ea, & in distantiis æqualibus consistant. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, constat, gravitatis centrum omnium ita compositorum libram T I ita dividere, ut pars versus T sit major quam tripla reliquæ. Sit hoc centrum O; est ergo T O major quam tripla ipsius O I. Verum T N tripla est ad I M; ergo tota M O minor erit quam pars quarta totius M N, cujus M S pars quarta posita est. Constat ergo, signum O basi coni magis accedere quam S. Verum sit jam circumscripta figura constans ex cylindris, quorum axes M C, C B, B E, E A, A N inter se sint æquales; similiter, ut de inscriptis, ostendetur, esse inter se sicut quadratum linearum M N, N C, B N, N E, A N; quæ sese æqualiter excedunt, excessusque æquatur minimæ A N; quare per præmissam centrum gravitatis omnium cylindrorum ita dispositorum, quod sit V, libram R I sic divides, ut pars versus R, nempe R V, reliquæ V I sit major quam tripla; T V vero ejusdem minor erit quam tripla. Sed N T tripla est ipsius I M; igitur tota V M major est quam pars quarta totius M N, cujus M S pars quarta posita est. Itaque punctum V vertici propinquius est quam punctum S. Quod ostendendum erat.

Cono dato potest figura circumscribi, & altera inscribi ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut linea, quæ inter centrum gravitatis circumscriptæ, & centrum gravitatis inscriptæ intercipitur, minor sit quacumque linea proposita.

Sit datus conus, cujus axis A B, data autem recta sit K. Dico; Exponatur cylindrus L æqualis ei, qui in cono inscribitur, altitudinem habens dimidium axis A B, & A B dividatur in C, ita ut A C ipsius C B tripla sit, & quam rationem habet A C ad K, hanc habeat cylindrus L ad solidum X. Cono autem circumscribatur figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, & altera inscribatur, ita ut circumscripta excedat inscriptam minori quantitate, quam sit solidum X; sitque circumscriptæ gravitatis centrum E, quod cadet supra C; inscriptæ vero centrum sit S, cadens sub C. Dico iam, E S lineam ipsa K minorem esse. Nam si non; ponatur ipsi C A æqualis E O, quia igitur O E ad K eandem habet rationem quam L ad X; inscripta vero figura minor non est cylindro L: excessus autem quo dicta figura a circumscripta superatur, minor est solido X, inscripta igitur figura ad dictum excessum majorem rationem habebit quam O E ad K; ratio autem O E ad K non est minor ea, quam habet O E ad E S cum E S non ponatur minor K; Igitur inscripta figura ad excessum, quo a circumscripta superatur, majorem habet rationem quam O E ad E S. Quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad lineam E S linea quædam major ipsa E O; sit illa E R; est autem inscriptæ figuræ centrum gravitatis S; circumscriptæ vero centrum est E. constat

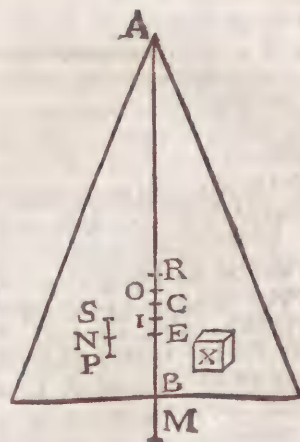
676

ergo

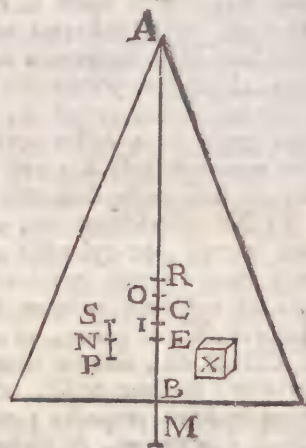
ergo reliquarum portionum, quibus circumſcripta excedit inſcriptam, centrum gravitatis eſſe in linea R E, atque in eo puncto, a quo ſic terminatur, ut quam rationem habet inſcripta ad dictas portiones, eandem habeat linea inter E, & punctum illud intercepta ad lineam E S; hanc vero rationem habet R E ad E S; ergo reliquarum portionum, quibus circumſcripta ſuperat inſcriptam figuram, gravitatis centrum erit R, quod eſt impoſſibile, planum enim ductum per R baſi coni æquidiſtans dictas portiones non ſecat. Falſum igitur eſt, lineam E S non eſſe minorem ipſa K; erit ergo minor. Hæc autem non diſſimili modo in pyramide fieri poſſe demonſtrabuntur.

Ex his manifeſtum eſt, cono dato poſſe figuram unam circumſcribi, & alteram inſcribi, ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita ut lineæ, quæ inter earum centra gravitatum, & punctum, quod axem coni ita dividit, ut pars ad verticem reliquæ ſit tripla, intercipiuntur, quacunque data linea ſint minores. Cum enim, ut demonſtratum eſt, dictum punctum axem dividens, ut dictum eſt, ſemper inter circumſcriptæ, & inſcriptæ gravitatum centra reperiatur; fierique poſſit, ut quæ inter eadem centra mediat, linea minor ſit quacumque linea propoſita; multo minor eadem propoſita linea ſit, quæ inter alterum centrorum, & dictum punctum axem dividens intercipitur.

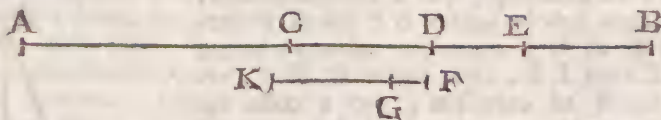
Cujuslibet coni, vel pyramidis centrum gravitatis axem dividit, ut pars ad verticem reliquæ ad baſin ſit tripla.

Eſto conus, cujus axis A B, & in C dividatur ita, ut A C reliquæ C B ſit tripla: oſtendendum eſt, C eſſe gravitatis centrum coni. Nam ſi non eſt, erit coni centrum aut ſupra, aut infra punctum C. Sit prius infra; & ſit E: & exponatur linea S P æqualis C E; quæ contingenter dividatur in N, & quam rationem habet utraque ſimul B E, P N, ad P N, hanc habeat conus ad ſolidum X, & inſcribatur cono ſolida figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, cujus centrum gravitatis a puncto C minus diſtet quam ſit linea S N; & exceſſus, quo a cono ſuperatur, minor ſit ſolido X; hæc enim fieri poſſe, ex demonſtratis manifeſtum eſt. Sit jam inſcripta figura qualis petitur, cujus centrum gravitatis ſit I. Erit igitur I E linea major quam N P, cum S P ſit æqualis C E, & I C minor S N: &, quia utraque ſimul B E, N P, ad N P eſt ut conus ad X: exceſſus autem, quo conus inſcriptam figuram ſuperat, minor eſt ſolido X: ergo conus ad dictum exceſſum majorem rationem habebit quam utraque B E, N P ad N P: & dividendo inſcripta figura ad exceſſum, quo a cono ſuperatur, majorem rationem habebit quam B E ad N P: habet autem B E ad E I minorem adhuc rationem quam ad N P cum I E, cum major ſit N P, ergo inſcripta figura ad exceſſum, quo a cono ſuperatur, multo majorem rationem habet quam B E ad E I. quam igitur rationem habet inſcripta ad dictum exceſſum, hanc habebit ad E I linea quædam major ipſa B E. Sit illa M E. Quia igitur M E ad E I eſt, ut inſcripta figura ad exceſſum, quo a cono ſuperatur, & eſt E centrum gravitatis coni, I vero eſt gravitatis centrum inſcriptæ: ergo M erit centrum gravitatis reliquarum portionum, quibus conus inſcriptam ſibi figuram excedit, quod eſt impoſſibile. Non eſt ergo centrum gravitatis coni infra C punctum. Sed neque ſupra. Nam, ſi poteſt, ſit R; & rurſus ſumatur linea S P contingenter in N ſecta: & quam rationem habet utraque

677

ſimul

ſimul B C, N P ad N S, hanc habeat conus ad X; & circumſcribatur ſimiliter cono figura, a qua minori quantitate ſuperetur, quam ſit ſolidum X: & linea, quæ inter illius centrum gravitatis, & C intercipitur, minor ſit ipſa N P. Sit jam circumſcripta, cujus centrum ſit O: erit reliqua O R major ipſa N S; & quia ut utraque ſimul B C, P N, ad N S, ita conus ad X: exceſſus vero, quo conus a circumſcripta ſuperatur, minor eſt quam X: ipſa vero B O minor eſt quam utraque ſimul B C, P N: ipſa autem O R major quam S N: Conus igitur ad reliquas portiones, quibus a circumſcripta ſuperatur, multo majorem rationem habebit, quam B O ad O R. Habeat rationem illam M O ad O R: erit M O major ipſa B C: & M erit centrum gravitatis portionum, quibus conus a circumſcripta ſuperatur figura, quod eſt inconveniens. Non eſt ergo gravitatis centrum ipſius coni ſupra punctum C: ſed neque infra, ut oſtenſum eſt, ergo erit ipſum C. Et idem eodem prorſus modo in pyramide quacumque demonſtrabitur.

Si fuerint quatuor lineæ continue proportionales; & quam rationem habet minima earum ad exceſſum, quo maxima minimam ſuperat, eandem habuerit linea quædam ſumpta ad $\frac{3}{4}$ exceſſus, quo maxima ſecundam ſuperat: quam autem rationem habet linea his æqualis (maximæ, duplæ ſecundæ, & triplæ tertiæ) ad lineam æqualem quadruplæ maximæ, quadruplæ ſecundæ, & quadruplæ tertiæ; eandem habuerit alia quædam ſumpta ad exceſſum, quo maxima ſecundam ſuperat: erunt iſtæ duæ lineæ ſimul ſumptæ quarta pas maximæ proportionalium.

Sint enim quatuor lineæ proportionales, A B, B C, B D, B E, & quam rationem habet B E ad E A, eandem habeat F G ad $\frac{3}{4}$ ipſius A C. quam autem rationem habet linea æqualis A B, & duplæ B C, & triplæ B D ad æqualem quadruplæ ipſarum A B, B C, B D: hanc habeat K G ad A C. Oſtendendum eſt, K F quartam eſſe partem ipſius A B. Quia igitur A B, B C, B D, B E ſunt proportiona-

678

les: in eadem ratione erunt etiam A C, C D, D E: & ut quadrupla ipſarum A B, B C, B D, ad A B cum dupla B C, & tripla B D, ita quadrupla ipſarum A C, C D, D E, hoc eſt quadrupla ipſius A E, ad A C cum dupla C D, & tripla D E; & ſic eſt A C ad K G; ergo ut tripla ipſius A E ad A C cum dupla C D, & tripla D E, ita $\frac{3}{4}$ ipſius A C ad K G. eſt autem, ut tripla A E ad triplam E B, ita $\frac{3}{4}$ A C ad G F; ergo per converſam vigeſimam quartam quinti ut tripla A E ad A C cum dupla C D, & tripla D B, ita $\frac{3}{4}$ ipſius A C ad K F, & ut quadrupla A E ad A C cum dupla C D, & tripla D B, hoc eſt ad A B cum C B, & B D; ita A C ad K F: & permutando, ut quadrupla A E ad A C, ita A B cum C B, & B D ad K F; ut autem A C ad A E, ita

ita A B ad A B cum C B, & B D. ergo ex æquali, in proportione perturbata, ut quadrupla A E ad A E, ita AB ad K F. Quare conſtat, K F quartam eſſe partem ipſius A B.

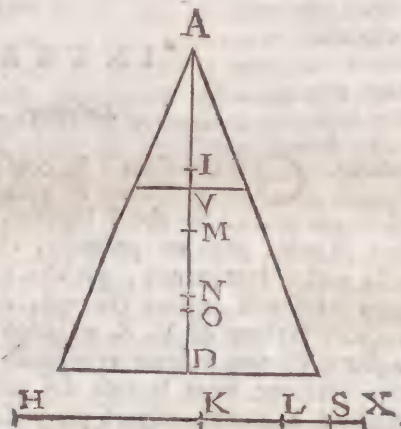
Cujuſcunque fruſti pyramidis ſeu coni plano baſi æquidiſtante ſecti centrum gravitatis in axe conſiſtit, eumque ita dividit ut pars verſus minorem baſin ad reliquam ſit ut tripla majoris baſis cum ſpatio duplo medii inter baſin majorem & minorem una cum baſi minori, ad triplam minoris baſis cum eodem duplo ſpatii medii etiam baſi majori.

A cono vel pyramide, cujus axis A D, ſecetur plano baſi æquidiſtante fruſtum, cujus axis V D, & quam rationem habet tripla maximæ baſis cum dupla mediæ, & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ, & maxima, hanc habeat V O ad O D. Oſtendendum eſt, O centrum gravitatis fruſti exiſtere. Sit V M quarta pars ipſius V D.

Exponatur linea H X ipſi A D æqualis, ſitque K X æqualis A V, ipſarum vero H X, K X, tertia proportionalis ſit X L, & quarta X S: & quam rationem habet H S ad S X, hanc habeat M D ad lineam ſumptam ab O verſus A, quæ ſit O N, & quia major baſis ad eam, quæ inter majorem, & minorem eſt media proportionalis, eſt, ut D A ad A U, hoc eſt, ut H X ad X K: dicta autem media ad minorem eſt, ut K X ad X L: erunt major, media, & minor baſis in eadem ratione, ac lineæ H X, X K, X L.

Quare ut tripla majoris baſis cum dupla mediæ, & minima, ad triplam minimæ cum dupla mediæ, & maxima, hoc eſt, ut V O ad O D; ita tripla H X cum dupla X K, & X L ad triplam X L cum dupla X K, & X H: & componendo, & convertendo, erit O D ad D V, ut H X cum dupla X K, & tripla X L ad quadruplam ipſarum H X, X K, X L.

Sunt igitur 4 lineæ proportionales, H X, X K, X L, X S: & quam rationem habet X S ad S H, hanc habet linea quædam ſumpta N O ad $\frac{3}{4}$ ipſius D V, nempe ad D M; hoc eſt, ad $\frac{3}{4}$ ipſius H K; quam autem rationem habet H X cum dupla X K, & tripla X L ad quadruplam ipſarum H X, X K, X L, eandem habet alia quædam ſumpta O D ad D V; hoc eſt, ad H K. ergo (per ea quæ demonſtrata ſunt) D N erit quarta pars ipſius H X; hoc eſt, ipſius A D; quare punctum N erit gravitatis centrum coni, vel pyramidis, cujus axis A D. Sit pyramidis, vel coni, cujus axis A V, centrum gravitatis I. Conſtat igitur, centrum gravitatis fruſti eſſe in linea I N ad partes N extenſa, in eoque ejus puncto, qui cum puncto N lineam intercipiat, ad quam I N eam habeat rationem, quam abſciſſum fruſtum habet ad pyramidem vel conum, cujus axis A V. Oſtendendum itaque reſtat, I N ad N O eandem habere rationem quam fruſtum ad conum, cujus axis A V. Eſt autem ut conus, cujus axis D A, ad conum, cujus axis A V; ita cubus D A ad cubum A V, hoc eſt, cubus H X ad cubum X K; hæc autem eadem eſt proportio, quam habet H X ad X S: quare dividendo, ut H S ad S X, ita erit fruſtum, cujus axis D V, ad conum vel pyramidem cujus axis V A; eſt autem, ut H S ad S X, ita etiam

679

M D ad O N: quare frustum ad pyramidem, cujus axis A V, est ut M D ad N O. Et quia A N est $\frac{3}{4}$ ipsius A D; A I autem est $\frac{3}{4}$ ipsius A V: erit reliqua I N $\frac{3}{4}$ reliquæ V D; quare I N æqualis erit ipsi M D. Et demonstratum est, M D ad N O esse ut frustum ad conum A V. Constat ergo, hanc eandem rationem habere etiam I N ad N O; quare patet propositum.

PRINCIPIO DELLA QUINTA GIORNATA
DEL GALILEO

Da aggiugnersi all' altre quattro de' discorsi, e dimostrazioni Matematiche intorno alle due nuove scienze appartenenti alla meccanica, ed ai movimenti locali.

INTERLOCUTORI.

Salviati, Sagredo, e Simplicio.

680 *Salv.* GRandissima è la consolazione, ch' io sento nel vedere, dopo l' interposizione di qualche anno, rinnovata in questo giorno la nostra solita adunanza. So che l' ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale, che non sa stare in ozio, però mi persuado, che egli non avrà mancato di fare, nel tempo della nostra lontananza, qualche reflessione sopra le dottrine del moto, le quali furon lette nell' ultima Giornata de' nostri passati colloquj. Io, che dalla virtuosa conversazione di V. S. ed anco del nostro Sig. Simplicio, ho sempre raccolto frutti di non volgare erudizione, la prego a voler proporre qualche nuova considerazione sopra le cose del nostro Autore già lette da noi. Così daremo principio agli usati discorsi per passar questa Giornata nell' occupazione di virtuoso trattenimento.

Sagr. Non nego a V. S. che in questi anni mi sieno passati per la fantasia varj pensieri sopra le novità dimostrate da quel buon Vecchio intorno alla sua Scienza del moto, sottoposta e ridotta da lui alle dimostrazioni della Geometria. Ed ora, poichè ella così comanda, procurerò di rammentarmi qualche cosa, e darò a lei occasione di beneficare il mio intelletto co' suoi dotti ragionamenti.

Per cominciar dunque per ordine dal principio del Trattato de' moti, proporrò a V. S. uno scrupolo mio antico rinnovatomi nel considerare la dimostrazione, che l' Autore apporta nella sua prima proposizione del moto equabile, la quale procede (come molte altre degli antichi, e moderni Scrittori) per via degli ugualmente multiplici. Questa è una certa ambiguità, che io ho sempre avuta nella mente intorno alla quinta, o come altri vogliono sesta difinizione del quinto Libro di Euclide. Stimo mia somma prosperità di aver potuto incontrare occasione di conferir questo dubbio con V. S. del quale spero dover restar totalmente liberato.

Simpl. Anzi che io ancora riconoscerò questo nuovo abboccamento colle SS. 681 VV. per benefizio singolare della fortuna, se mi succederà di poter ricever qualche luce intorno a questo punto accennato dal Sig. Sagredo. Non ebbi mai il più duro ostacolo di questo in quella poca di Geometria, che io studiai già nelle Scuole da giovanetto. Però ella s' immagini quanto sia per dovermi esser caro, se dopo tanto tempo sentirò intorno a questo particolare qualche cosa di mia soddisfazione.

Sagr. Dico dunque, che avendo sentito nel dimostrar la prima proposizione dell' Autore intorno al moto equabile adoprarsi gli ugualmente multiplici conforme alla quinta, ovvero sesta difinizione del V. Libro di Euclide, ed avendo io un poco di dubbio già antiquato intorno a questa difinizione, non restai con quella chiarezza, che io avrei desiderato nella predetta proposizione. Ora mi sarebbe pur caro il poter intender bene quel primo principio, per poter poi con altrettanta evidenza restar capace delle cose, che seguono intorno alla dottrina del moto.

Salv. Procurerò di soddisfare al desiderio di V. S. con addomesticare in qualche altra maniera quella difinizione di Euclide, e spianar la strada per quanto mi sarà possibile all' introduzione delle proporzionalità. In tanto sappia pure di aver avuto per compagni in questa ambiguità uomini di gran valore, i quali per lungo tempo sono stati colla medesima poca soddisfazione, colla quale V. S. mi dice di ritrovarsi fino a questo giorno.

Quando, e con qual occasione sovvenissero al Galileo queste speculazioni.

Io poi confesso, che per qualche anno dopo aver istudiato il V. Libro di Euclide, restai involto colla mente nella stessa caligine. Superai finalmente la difficultà, quando nello studiare le maravigliose Spirali di Archimede, incontrai nel bel principio del Libro una dimostrazione simile alla predetta del nostro Autore. Quell' occasione mi fece andar pensando, se per fortuna ci fosse altra strada più agevole, per la quale si potesse arrivare al medesimo fine, ed acquistare per me, ed anco per altri qualche precisa cognizione nella materia delle proporzioni: però applicai allora l' animo con qualche attenzione a questo proposito, ed esporrò adesso quanto fu da me speculato in quell' opportunità, sottoponendo ogni mio progresso al purgatissimo giudizio delle SS. VV.

Supposizione.

Suppongasi primieramente (come le suppose anco Euclide, mentre le difinì) che le grandezze proporzionali si trovino. Cioè, che date in qualunque modo tre grandezze, quella proporzione, o quel rispetto, o quella relazione di quantità, che ha la prima verso la seconda, la stessa possa averla una terza verso una quarta. Dico poi, che per dare una difinizione delle suddette grandezze proporzionali, la quale produca nell' animo del Lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esse grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la più facile di tutte, e quella per appunto, che si stimi la più intelligibile anco dal volgo non introdotto nelle Matematiche. Così fece Euclide stesso in molti altri luoghi. Sovvengavi, che egli non disse, il Cerchio essere una figura piana, dentro la quale segandosi due linee rette, il rettangolo sotto le parti dell' una sia sempre uguale al rettangolo sotto le parti dell' altra: ovvero dentro la quale tutti i quadrilateri abbiano gli angoli opposti uguali a due retti. Quando anche così avesse detto, sarebbero state buone difinizioni. Ma mentre egli sapeva un' altra passione del cerchio più intelligibile della precedente, e più facile da formarsene concetto, chi non si accorge, che egli fece assai meglio a mettere avanti quella più chiara, e più evidente come difinizione, per cavar poi da essa quell' altre più recondite, e dimostrarle come conclusioni?

Sagr. Per certo che così è, ed io credo, che rari saranno gl' ingegni, i quali totalmente si acquietino a questa difinizione, se io con Euclide dirò così. 682

Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, presi secondo qualunque multiplicità, si accorderanno sempre nel superare, mancare, o pareggiare gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta.

E chi è quello d' ingegno tanto felice, il quale abbia certezza, che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali, gli ugualmente multiplici si accordino sempre? Ovvero chi sa, che quegli ugualmente multiplici non si accordino sempre anco quando le grandezze non sieno proporzionali? Già Euclide nelle precedenti difinizioni aveva detto.

La proporzione tra due grandezze essere un tal rispetto o relazione tra di loro, per quanto si appartiene alla quantità.

Ora avendo il Lettore concepito già nell' intelletto, che cosa sia la proporzione fra due grandezze, sarà difficil cosa, che egli possa intendere, che quel rispetto, o relazione, che è fra la prima, e la seconda grandezza, allora sia simile al rispetto, o relazione, che si trova fra la terza, e la quarta grandezza, quando quegli ugualmente multiplici della prima, e della terza si accordan sempre nella maniera predetta con gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta nell' esser sempre maggiori, o minori, o uguali.

Salv. Comunque ciò sia, parmi questo di Euclide più tosto un Teorema da dimostrarsi, che una difinizione da premettersi. Però avendo io incontrato tanti ingegni, i quali hanno arenato in questo luogo, mi sforzerò di secondare colla difinizione delle proporzioni il concetto universale degli uomini anche ineruditi nella Geometria, e procederò in questo modo.

Difinizione delle grandezze proporzionali tra loro commensurabili.

Allora noi diremo quattro grandezze esser fra loro proporzionali, cioè aver la prima alla seconda la stessa proporzione, che ha la terza alla quarta, quando la prima sarà eguale alla seconda, e la terza ancora sarà eguale alla quarta. Ovvero quando la prima sarà tante volte multiplice della seconda, quante volte precisamente la terza è multiplice della quarta. Troverà dubbio alcuno il Sig. Simplicio nell' intender questo?

Simp. Certo che no.

Salv. Ma perchè non sempre accaderà, che fra le quattro grandezze si trovi per appunto la predetta egualità, ovvero multiplicità precisa, procederemo più oltre, e domanderò al Sig. Simplicio: Intendete voi, che le quattro grandezze allora sieno proporzionali, quando la prima contenga per esempio tre volte, e mezzo la seconda, ed anco la terza contenga tre volte, e mezzo la quarta?

Simp. Intendo benissimo fin qui, ed ammetto, che le quattro grandezze sieno proporzionali, non solo nel caso esemplificato da V. S. ma ancora secondo qualsivoglia altra denominazione di multiplicità, o superparziente, o superparticolare.

Salv. Per raccoglier dunque ora in breve, e con maggiore universalità tutto quello, che si è detto, ed esemplificato fin qui, diremo, che

Allora noi intendiamo quattro grandezze esser proporzionali fra loro, quando l' eccesso della prima sopra la seconda (qualunque egli sia) sarà simile all' eccesso della terza sopra la quarta.

683

Difiniz. generale delle grãdezze proporzionali, o commensurabili tra loro, o incõmensurabili.

Simp. Fin qui io non avrei difficultà, ma mi pare, che V. S. in questa maniera non apporti la difinizione delle grandezze proporzionali, se non quando le antecedenti saranno maggiori delle loro conseguenti, poichè ella suppone, che la prima ecceda la seconda, e che anco la terza ecceda similmente la quarta. Ma ora interrogo io, come dovrò governarmi quando le antecedenti sieno minori delle loro conseguenti?

Salv. Rispondo, che quando V. S. avrà le quattro grandezze in tal modo, che la prima sia minor della seconda, e la terza minor della quarta, allora sarà la seconda maggior della prima, e la quarta maggior della terza. Però V. S. le consideri con quest' ordine inverso, e s' immagini, che la seconda sia prima, e la quarta sia terza. Così avrà le antecedenti maggiori delle conseguenti, e non avrà bisogno di cercare allora difinizione diversa dalla già apportata da noi.

Sagr. Così è per appunto. Ma seguiti V. S. per grazia col presupposto già fatto di considerare sempre le antecedenti maggiori delle loro conseguenti, il che mi pare, che faciliti assai a lei il discorso, ed a noi l' intelligenza.

Altro modo di difinire le

Salv. Stabilita questa per difinizione, soggiugnerò anco in qual altro modo s' intendano quattro grandezze esser fra loro proporzionali, ed è questo. Quando

la

la prima per avere alla seconda la medesima proporzione, che la terza alla quarta, non è punto nè maggiore nè minore di quello, che ella dovrebbe essere, allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proporzione, che ha la terza alla quarta. Con questa occasione difinirei ancora la proporzione maggiore, e direi così.

grandezze proporzionali. Difiniz. delle grãdezze non proporzionali, o commensurabili, o incommensurabili.

Ma quando la prima grandezza sarà alquanto più grande di quel, che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la medesima proporzione, che ha la terza alla quarta, allora voglio, che convenghiamo di dire, che la prima abbia maggior proporzione alla seconda di quella, che ha la terza alla quarta.

Simp. Bene, ma quando la prima fosse minore di quel, che ella dovrebbe esser, per avere alla seconda quella medesima proporzione, che ha la terza alla quarta?

Salv. Mentre la prima sia minor di quel, che si ricercherebbe per aver alla seconda quella medesima proporzione, che ha la terza alla quarta, sarà segno evidente, che la terza è maggior del giusto, per aver alla quarta quella tal proporzione, che ha la prima alla seconda. Però in questo caso ancora V. S. si contenti di concepir l' ordine in altro modo, e s' immagini, che quelle grandezze, che erano terza, e quarta, diventino prima, e seconda, e quell' altre, che erano prima, e seconda, V. S. le riponga ne' luoghi della terza, e della quarta.

Sagr. Fin' ora intendo benissimo il concetto di V. S. e l' introduzione, colla quale ella dà principio alla speculazione delle proporzionali. Parmi ora, che ella si sia messa in obbligo di adempire una delle due cose, cioè o di dimostrare con questi suoi principj tutto il quinto di Euclide, ovvero di dedurre da queste due difinizioni poste da V. S. quell' altre due, che Euclide mette per quinta, e per settima fra le difinizioni, sopra le quali poi egli fonda tutta la macchina del medesimo quinto Libro. Se V. S. dimostrerà queste come conclusioni, non mi resterà più che desiderare intorno a questa materia.

Salv. Questa per appunto è l' intenzion mia, poichè quando si comprenda con evidenza, che date quattro grandezze proporzionali conforme alla medesima difinizione, gli ugualmente multiplici della prima, e della terza si accordano eternamente per necessità in pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e quarta, allora senza altra scorta si può entrare nel quinto Libro di Euclide, e si possono intender con evidenza i Teoremi delle grandezze proporzionali. Così ancora se colla posta difinizione della proporzion maggiore dimostrerò, che in qualche caso presi gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, ed anco della seconda, e della quarta, quel della prima ecceda quel della seconda, ma quel della terza non ecceda quel della quarta, si potrà con questa dimostrazione scorrere gli altri Teoremi delle grandezze sproporzionali. Poichè questa nostra conclusione sarà per appunto la definizione, della quale, come per principio, si serve Euclide stesso.

684

Simp. Quando io restassi persuaso di queste due passioni degli ugualmente multiplici, cioè che mentre le quattro grandezze son proporzionali, quegli eternamente si accordano nel pareggiare, o eccedere, o mancare; e che, quando le quattro grandezze non son proporzionali, quegli in qualche caso discordano, io per me non richiederei altra luce per intender con chiarezza tutto il quinto degli Elementi Geometrici.

Salv. Ora ditemi, Signor Simplicio, se noi supporremo, che le quattro grandezze A, B, C, D, sieno proporzionali, cioè, che la prima A alla seconda B abbia la stessa proporzione, che la terza C ha verso la quarta D, intendete voi, che anco due delle prime verso la seconda avranno la medesima proporzione, che due delle terze verso la quarta?

A B

C D

Assioma.

Simp.

Il medesimo Assioma più universalmente spiegato.

Simp. Io l' intendo assai bene, imperciocchè mentre una prima alla seconda ha la medesima proporzione, che una terza alla quarta, non saprei immaginarmi per qual ragione due delle prime alla seconda debbano aver proporzion diversa da quella, che hanno due delle terze alla quarta.

Salv. Adunque mentre V. S. intende questo, intenderà ancora, che quattro, o dieci, o cento delle prime ad una seconda avranno la stessa proporzione, che hanno quattro, o dieci, o cento delle terze ad una quarta.

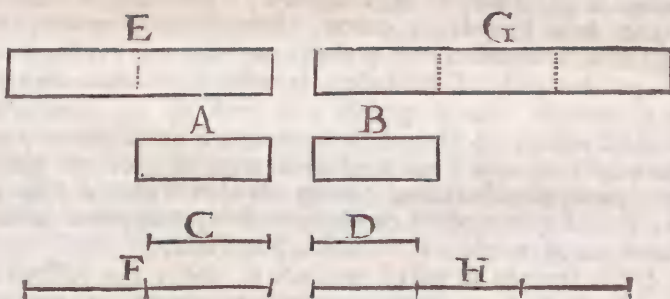
Simp. Certo che sì, e purchè i numeri delle multiplicità sieno uguali, facilmente apprendo, che la prima presa due volte, o dieci, o cento, avrà la stessa proporzione verso la seconda, che ha la terza presa anche essa due volte, o dieci, o cento, verso la quarta. Sarebbe ben difficile persuadermi il contrario.

Salv. Non è dunque ardua cosa il capire, che il multiplice della prima abbia la stessa proporzione alla seconda, che ha l' ugualmente multiplice della terza alla quarta: Cioè che la prima multiplicata quante volte ci pare abbia alla seconda quella proporzione stessa, che ha la terza multiplicata altrettante volte verso la quarta. Ora tutto quello, che io ho esemplificato fin qui con multiplicare le grandezze antecedenti, ma non già le conseguenti, immaginatevi, che sia detto anco intorno al multiplicare le conseguenti solamente senza punto alterare l' antecedenti, e ditemi: Credete voi, che date quattro grandezze proporzionali, la prima a due delle seconde abbia proporzion diversa da quella, che ha la terza a due delle quarte?

685

Simpl. Credo assolutamente di no; anzi quando una prima abbia ad una seconda la medesima proporzione, che una terza ha verso la quarta intendo assai bene, che quella stessa prima a due, o quattro, o dieci delle seconde avrà quella medesima proporzione, che ha la stessa terza verso due, o quattro, o dieci delle quarte.

PROP. I. che è la quarta del V. di Eucl.

Salv. Ammettendo dunque voi questo, confessate di restar appagato, e d' intender con facilità, che date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, e multiplicate egualmente la prima, e la terza, quella proporzione, che ha il multiplice E della prima A alla seconda B, la stessa ancora abbia precisamente l'ugualmente multiplice F della terza C alla quarta D. Immaginatevi dunque, che queste sieno le nostre quattro grandezze proporzionali, E, B, F, D, cioè il multiplice E della prima sia prima, la seconda stessa B sia seconda, il multiplice poi F della terza sia terza, e la quarta D sia quarta. V. S. mi ha anco detto di capire, che multiplicandosi egualmente le conseguenti B, D, cioè la seconda, e la quarta senza alterar punto le antecedenti, la medesima proporzione avrà la prima al multiplicato della seconda, che la terza al multiplicato della quarta. Ma queste quattro grandezze saranno per appunto E, F, ugualmente multiplici della prima, e della terza, e G, H, egualmente multiplici della seconda, e della quarta.

COROL. che è il converso

Sagr. Confesso, che di ciò resto interamente appagato, ed ora intendo benissimo la necessità, per la quale gli ugualmente multiplici delle quattro grandezze pro-

proporzionali eternamente si accordano nell' essere o maggiori, o minori, o eguali, ec. Poichè, mentre presi gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, e gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta V. S. mi dimostra, che il multiplice della prima al multiplice della seconda ha la medesima proporzione, che il multiplice della terza ha verso il multiplice della quarta, scorgo manifestamente, che quando il multiplice della prima sia maggiore del multiplice della seconda, allora il multiplice della terza dovrà necessariamente (per servar la proporzione) esser maggiore del multiplice della quarta. Quando poi sia minore, ovvero uguale, anche il multiplice della terza dovrà esser minore, ovvero uguale al multiplice della quarta.

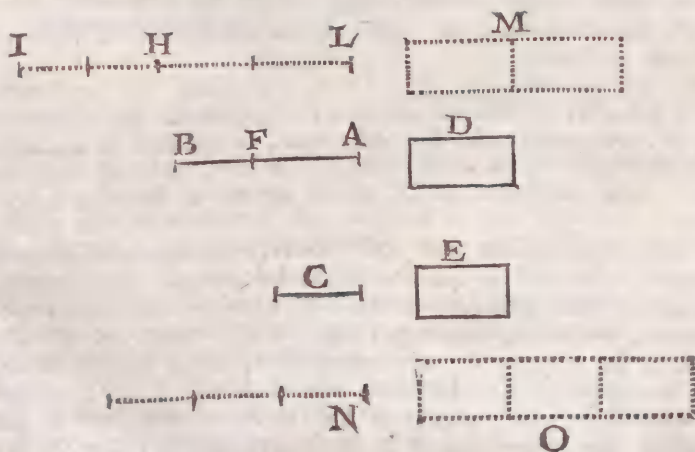
della dif. del V. degli Elementi.

Simp. Io ancora non sento in ciò repugnanza veruna. Resto bene con desiderio d' intendere come (supposte le quattro grandezze sproporzionali) sia vero, che gli ugualmente multiplici non servino sempre quella concordanza, nell' esser maggiori, o minori, o uguali.

Salv. Io in questo ancora procurerò, che V. S. abbia compiuta soddisfazione. Pongansi le quattro grandezze date A B, C, D, E, e sia la prima A B alquanto maggiore di quello, che ella dovrebbe essere per avere alla seconda C quella medesima proporzione, che ha la terza D alla quarta E. Mostrerò, che presi in certa particolar maniera gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, e presi altri ugualmente multiplici della seconda, e quarta, quello della prima si troverà maggiore di quello della seconda, ma quello della terza non sarà altrimenti maggiore di quello della quarta, anzi lo dimostrerò esser minore.

686 PROP. II. che è il converso della 7. defin. del V. di Euclid.

Intendasi dunque esser levato dalla prima grandezza A B quell' eccesso, il quale la faceva maggiore di quanto ella dovrebbe essere, acciò fosse precisamente proporzionale, e sia tale eccesso l' F B. Resteranno ora dunque le quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrà la medesima proporzione, che ha la D alla E.

Multiplichisi F B tante volte, che ella sia maggior della C, e sia questo multiplice il segnato H I. Prendasi poi H L altrettante volte multiplice della A F, e la M della D, quante volte per appunto l' H I sarà stata presa multiplice della F B. Stante questo non è dubbio alcuno, che tante volte sarà multiplice la composta L I della composta A B, quante volte la H I della F B, ovvero la M della D è multiplice.

Prendasi ora la N multiplice della C con tal legge, che la stessa N sia prossimamente maggiore della L H; ed in ultimo quanto sarà multiplice la N della C, altrettanto pongasi la O multiplice della E.

Ora essendo la multiplice N prossimamente maggiore della L H, se noi dalla N inten-

tenderemo esser levata una delle grandezze sue componenti (che sarà eguale alla C) resterà il residuo non maggiore della L H. Se dunque alla stessa N renderemo la grandezza eguale alla C, (che intendemmo esser levata) ed alla L H, che è non minore di detto residuo, aggiugneremo la H I, che pure è maggiore dell' aggiunta alla N, sarà tutta la L I maggior della N.

687 Ecco dunque un caso, nel quale il multiplice della prima supera il multiplice della seconda. Ma essendo le quattro grandezze A F, C, D, E, fatte proporzionali da noi, ed essendosi presi gli ugualmente multiplici L H, ed M della prima, e della terza, ed N, ed O della seconda, e della quarta, saranno essi (per le cose già stabilite di sopra) sempre concordi nell' esser maggiori, o minori, o uguali. Però essendo il multiplice L H della prima grandezza minore del multiplice N della seconda, per la nostra construzione, sarà anco il multiplice M della terza minore necessariamente del multiplice O della quarta.

Si è per tanto provato, che mentre la prima grandezza sarà alquanto maggiore di quello, che ella dovrebbe essere, per avere alla seconda la stessa proporzione, che ha la terza alla quarta: allora sarà possibile di prendere in qualche modo gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, ed altri ugualmente multiplici della seconda, e della quarta, e dimostrare, che il multiplice della prima eccede il multiplice della seconda, ma il multiplice della terza non eccede quel della quarta,

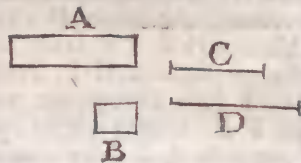
Sagr. Molto bene ho inteso quanto V. S. ha dimostrato sin qui. Resta ora, che ella da queste dimostrate premesse deduca come necessarie conclusioni le due controverse difinizioni di Euclide, il che spero le sarà facile, avendo di già dimostrati due Teoremi conversi di quelle.

Salv. Facili per appunto riusciranno; e per dimostrare la quinta difinizione io procederò così.

PROP. III. che è la difin. 5. del V. di Eucl.

Se delle quattro grandezze A, B, C, D, gli ugualmente multiplici della prima, e terza presi secondo qualunque multiplicità sempre si accorderanno nel pareggiare, o mancare, ovvero eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta respettivamente, io dico, che le quattro grandezze son fra di loro proporzionali.

A C D B

Imperciocchè sieno (se è possibile) non proporzionali. Adunque una delle antecedenti sarà maggiore di quello, che ella dovrebbe essere per avere alla sua conseguente la stessa proporzione, che ha l' altra antecedente alla sua conseguente. Sia per esempio la segnata A. Adunque per le cose già dimostrate, pigliandosi gli ugualmente multiplici della A, e della C, in una tal maniera, e pigliandosi gli ugualmente multiplici delle B, D, nel modo, che si è insegnato, si mostrerà la multiplice di A maggiore della multiplice di B, ma la multiplice di C non sarà altrimenti maggiore, ma minore della multiplice di D, che è contro al supposto fatto da noi.

PROP. IV. che è la 7. difin. del V. di Euc.

Per dimostrar la settima difinizione dirò così. Sieno le quattro grandezze A, B, C, D, e suppongasi, che presi in qualche particolar maniera gli ugualmente multiplici delle due antecedenti prima, e terza, e gli ugualmente multiplici delle due conseguenti seconda, e quarta, suppongasi dico, che si trovi un caso, nel quale il multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggior del multiplice di D. Io dico, che la A alla B avrà maggior proporzione, che la C alla D, cioè, che la A sarà alquanto maggiore di quel, che ella dovrebbe essere per avere alla B la stessa proporzione, che ha la C alla D.

Se

Se è possibile non sia A maggior del giusto, sarà dunque precisamente proporzionale, ovvero minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo, se ella fosse precisamente aggiustata, e proporzionale, sarebbero, per le cose già provate, gli ugualmente multiplici della prima, e della terza presi in qualunque modo sempre concordi nel pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta; il che è contro alla supposizione. 688

Se poi la prima fosse minor del giusto per esser proporzionale, questo è segno, che la terza sarebbe maggiore del suo dovere, per avere alla quarta quella proporzione, che ha la prima alla seconda. Allora io direi, che si levasse dalla terza quell' accesso, che la fa esser maggior del giusto. E però la rimanente resterebbe poi per appunto proporzionale. Ora, considerando quei multiplici particolari supposti da principio, è manifesto, che essendo il multiplice della prima maggior del multiplice della seconda, anco il multiplice della terza, cioè di quella rimanente, sarà maggior del multiplice della quarta. Adunque se in cambio di pigliar il multiplice di quella rimanente, ripiglieremo l' egualmente multiplice di tutta la terza intera, questo sarà maggior, che non era il multiplice di quella rimanente; e però sarà questo stesso molto maggiore di quel della quarta. Il che è contro la supposizione.

Sagr. Resto soddisfattissimo di questa dilucidazione fattami da V. S. in materia, nella quale io ne aveva già lungo tempo bisogno: nè saprei esprimere quale in me sia maggiore, o il gusto di questa cognizione nuovamente acquistata, o il rammarico di non averla io procurata col chiederla a V. S. fin dal principio de' nostri primi abboccamenti, tanto più avendo io inteso, che ella la conferiva a diversi Amici, a' quali per la vicinanza era lecito di frequentar la sua Villa. Ma seguitiamo di grazia i discorsi, quando però il Sig. Simplicio non abbia che replicare intorno alla materia fin qui considerata.

Simp. Io non saprei che soggiugnere, anzi resto interamente appagato del discorso, e capace delle dimostrazioni sentite.

Salv. Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare in parte, e riordinare tutto il quinto di Euclide, ma ciò sarebbe una digressione troppo lunga, e troppo lontana dal nostro principale intento. Oltre che io so, che le SS. VV. averanno veduto di simili compendj stampati da altri Autori.

Ora essendosi considerate fin qui a riquisizione delle SS. VV. le difinizioni quinta, e settima del quinto Libro, spero, che esse concederanno volentieri a me il poter proporre adesso un' antica mia osservazione sovvenutami sopra un' altra difinizione di Euclide medesimo. Il soggetto non sarà diverso dall' incominciato, e non parrà alieno dal nostro proposito, essendo intorno alla proporzion composta, la quale vien maneggiata spesse volte dal nostro Autore ne' suoi Libri.

Trovasi fra le difinizioni del sesto Libro di Euclide la quinta della proporzion composta, la quale dice in questo modo.

Allora una proporzione si dice comporsi di più proporzioni, quando le quantità di dette proporzioni multiplicate insieme avranno prodotto qualche proporzione.

Difin. 5. del sesto Libro di Eucl.

Osservo poi, che nè il medesimo Euclide, nè alcuno altro Autore antico si serve della stessa difinizione nel modo, nel quale ell' è stata posta nel Libro: onde ne seguono due inconvenienti, cioè al Lettore difficultà d' intelligenza, ed allo Scrittore nota di superfluità.

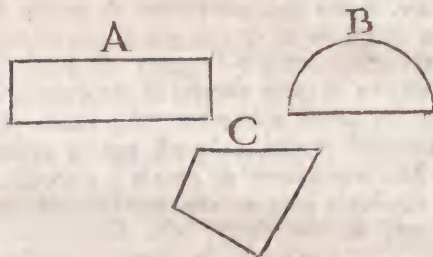
Sagr. Questo è verissimo, ma non mi par probabile, che la suprema accuratezza di Euclide abbia fra' suoi Libri posta questa difinizione inconsideratamente, ed invano. Però non sarei affatto fuor di sospetto, che ella vi fosse stata aggiunta da altri, o almeno alterata di tal sorta, che ella oggidì non si riconosca più, 689

mentre dagli Autori ſi pone in opera nel dimoſtrare i Teoremi.

Simp. Che gli altri Autori non ſe ne ſervano, io lo crederò alle SS. VV. non avendovi fatto molto ſtudio: mi diſpiacerebbe bene ſe da Euclide ſteſſo, il quale viene ſtimato da voi altri per tanto puntuale nelle ſue ſcritture, foſſe ſtata poſta indarno. Ma qui biſogna poi, che io confeſſi come l' intelletto mio, il quale non ſi è mai più che mediocremente inoltrato nella Matematica, ha incontrato difficultà intorno a queſta difinizione, forſe non minore, che nelle già ſpianate dal Sig. Salviati.

Mi ajutai un tempo fa con legger lunghiſſimi Comenti ſcritti ſopra queſte materie, ma per dire il vero, non conobbi giammai, che mi ſi ſgombraſſero quelle tenebre, che mi tenevano offuſcato l' intelletto. Però ſe V. S. aveſſe qualche particolar conſiderazione, che mi facilitaſſe queſto ancora, l' aſſicuro, che mi farebbe un favore molto ſegnalato.

Salv. Forſe ella ſi preſuppone, che queſta ſia materia di profonde ſpeculazioni, e pure troverà, che non conſiſte in altro, che in un ſempliciſſimo avvertimento.

S' immagini V. S. le due grandezze A, B, dello ſteſſo genere. Averà la grandezza A alla B una tal proporzione, e dopo concepiſca eſſer poſta fra di loro un' altra grandezza C pur dello ſteſſo genere. Si dice, che quella tal proporzione, che ha la grandezza A alla B viene ad eſſer compoſta delle due proporzioni intermedie cioè di quella, che ha la A alla C, e di quella, che ha la C alla B. Queſto è per appunto il ſenſo, ſecondo il quale Euclide ſi ſerve della predetta difinizione.

Simp. E' vero, che Euclide intende in queſto modo la proporzione compoſta, ma però non intend' io, come la grandezza A alla B abbia proporzion compoſta delle due proporzioni, cioè della A alla C, e della C alla B.

Salv. Ora ditemi, Sig. Simplicio, intendete voi, che la A alla B abbia qualche proporzione, qualunque ella ſia?

Simp. Eſſendo eſſe del medeſimo genere, Signor sì.

Salv. E che quella proporzione ſia immutabile, e non poſſa mai eſſere altra, o diverſa da quella che ella è?

690 *Simp.* Intendo queſto ancora.

Difin. da porſi in luogo della 5. difin. del VI. d' Euclide.

Salv. Vi ſoggiungo ora io, che nello ſteſſo modo per appunto l' A alla C ha una proporzione immutabile, e così anco la C alla B. La proporzione poi, che è fra le due eſtreme A, e B, ſi chiama eſſer compoſta delle due proporzioni, che mediano fra eſſe eſtreme, cioè di quella, che ha la A alla C, e di quella, che ha la C alla B.

Aggiungo di più, che ſe V. S. fra queſte grandezze A, e B, s' immaginerà, che ſia frappoſta non una grandezza ſola, ma più d' una, come ella vede in queſti ſegni A, C, D, B, s' intenderà pure la proporzione della A alla B eſſer compoſta di tutte le proporzioni, le quali ſono intermedie fra di eſſe, cioè delle proporzioni, che hanno la A alla C, la C alla D, e la D alla B, e così ſe più fuſſero le grandezze, ſempre la prima all' ultima ha proporzion compoſta di tutte quelle proporzioni, le quali mediano fra di eſſe.

A, C, D, B,

Avver-

Avvertisco ora in quest' occasione, che quando le proporzioni componenti sieno uguali fra di loro, o per dir meglio, sieno le stesse, allora la prima all' ultima averà, come di sopra abbiamo detto, una tal proporzione composta di tutte le proporzioni intermedie; ma perchè quelle proporzioni intermedie sono tutte uguali, potremo esprimere il medesimo nostro senso con dire, che la proporzione della prima all' ultima ha una proporzione tanto multiplice della proporzione, che ha la prima alla seconda, quante per appunto saranno le proporzioni, che si frappongono fra la prima, e l' ultima. Come per esempio, se fossero tre termini, e che la medesima proporzione fosse fra la prima, e la seconda, che è fra la seconda, e la terza, allora sarebbe vero, che la prima alla terza averebbe proporzion composta delle due proporzioni, le quali sono fra la prima, e la seconda, e fra la seconda, e la terza; ma perchè queste due proporzioni si suppongono uguali, cioè le stesse, potrà dirsi, che la proporzione della prima alla terza è duplicata della proporzione, che ha la prima alla seconda. Così, quando le grandezze fossero quattro, si potrebbe dire, che la proporzione della prima alla quarta è composta di quelle tre proporzioni intermedie, ed ancora, che è triplicata della proporzione della prima alla seconda, venendo composta tal proporzione, che ha la prima alla quarta, della proporzione della prima alla seconda tre volte presa, ec.

Ma qui finalmente non vanno contemplazioni, nè dimostrazioni, imperciocchè è una semplice imposizione di nome. Quando a V. S. non piacesse il vocabolo di composta, chiamiamola incomposta, o impastata, o confusa, o in qualunque modo più aggrada a V. S. solo accordiamoci in questo, che quando poi averemo tre grandezze dello stesso genere, ed io nominerò la proporzione incomposta, o impastata, o confusa, vorrò intendere la proporzione, che hanno l' estreme di quelle grandezze, e non altro.

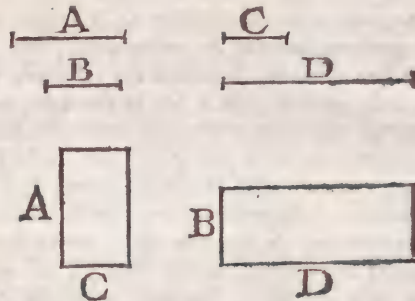
Sagr. Tutto questo intendo benissimo, anzi ho più d' una volta osservato l' artifizio d' Euclide nella proposizione, dove ei dimostra, che i parallelogrammi equiangoli hanno la proporzione composta delle proporzioni de' lati. Egli si trova in quel caso aver le due proporzioni componenti in quattro termini, che sono in quattro lati de' parallelogrammi; però comanda, che quelle due proporzioni si mettano in tre termini solamente; sicchè una di quelle proporzioni sia fra il primo termine, e il secondo, l' altra sia fra il secondo, e il terzo. Nella dimostrazione poi non fa altro, se non che ei dimostra, che l' un parallelogrammo all' altro è come il primo termine al terzo: Cioè ha la proporzione composta di due proporzioni, di quella, che ha il primo termine al secondo, e dell' altra, che ha il secondo al terzo, le quali sono quelle due proporzioni, che prima egli aveva disgiunte ne' quattro lati de' parallelogrammi. *691*

Salv. V. S. discorre benissimo. Ora intesa, e stabilita la difinizione della proporzione composta in questo modo (la quale non consiste in altro fuori che nell' accordarsi, che sorta di roba noi intendiamo sotto quel nome) si può dimostrare la proposizion ventitre del sesto libro d' Euclide, come la dimostra egli stesso, perchè quivi ei non suppone la difinizione nel modo, nel quale ell' è divulgata, ma bensì nel modo detto sopra da noi. Dopo la nominata proposizion 23. io soggiugnerei, come corollario di essa la divulgata difinizione quinta del sesto libro della proporzion composta, tramutandola però in un Teorema.

Pongasi due proporzioni, una delle quali sia ne' termini A, B, l' altra ne' termini C, D, Dice la difinizione vulgata, che la proporzione composta di queste due proporzioni si averà, se noi multiplicheremo fra di loro le quantità di esse proporzioni. Io concorro col Sig. Simplicio nel credere, che questa sia una proposta difficile da capirsi, e bisognosa di prova; però con poca fatica noi la dimostreremo così.

Se li quattro termini delle due proporzioni non fossero in linee, ma in altre *Qui si suppone*

saperſi quali ſieno le quãtità delle proporzioni, e come s'intenda il multiplicarle fra loro, ma il tutto meglio appariſce dal conſtruire, e dimoſtrare la preſente propoſizione.

grandezze, immaginiamoci che e' ſieno poſti in linee rette. Facciaſi poi delle due antecedenti A, C un rettangolo, ſiccome delle due conſeguenti B, D un altro rettangolo. E' chiaro per la 23. del ſeſto d' Euclide, che il rettangolo fatto dalle A, C al rettangolo dalle B, D averà quella proporzione, che è compoſta delle due proporzioni A verſo B, e C verſo D, le quali ſon queſte due, che ponemmo da principio affine di ritrovare qual foſſe la proporzione che riſultava dalla comparazione di eſſe. Eſſendo dunque la proporzione compoſta delle proporzioni A verſo B, e C verſo D quella, che ha il rettangolo A C al rettangolo B D, per la ſuddetta propoſizion 23. del ſeſto, io domando al Sig. Simplicio, come abbiamo noi fatto per ritrovare queſti due termini, ne' quali conſiſte la proporzione, che ſi cercava da noi?

Simp. Io non credo, che ſi ſia fatto altro, ſe non formar due rettangoli con quelle quattro linee poſte da principio, uno cioè colle antecedenti A, C, e l'altro colle conſeguenti B, D.

692 *Salv.* Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della Geometria corriſponde per appunto alla multiplicazione de' numeri nell' Arimmetica, come ſa ogni Matematico anche principiante, e le coſe che noi abbiamo multiplicate ſono ſtate le linee A, C, e le linee B, D, cioè i termini omologhi delle poſte proporzioni.

Ecco dunque, come multiplicando inſieme le quantità, o le valute delle date proporzioni ſemplici, ſi produce la quantità, o la valuta della proporzione, la quale poi ſi chiama compoſta di quelle.

GIORNATA SESTA

DEL GALILEO

DELLA FORZA DELLA PERCOSSA

Da aggiugnerſi ai diſcorſi, e alle dimoſtrazioni Matematiche intorno alle due nuove ſcienze appartenenti alle meccaniche, ed ai movimenti locali.

INTERLOCUTORI.

Salviati, Sagredo, e Aproino.

693 *Sagr.* L'Aſſenza di V. S. Sig. Salviati, di queſti quindici giorni mi ha dato campo di poter vedere le propoſizioni attenenti a' centri di gravità de' ſolidi, ed anco dare un' altra diligente lettura alle dimoſtrazioni delle tante, e sì nuove propoſizioni de' moti naturali, e violenti, e perchè ne ſono tra eſſe non poche di aſſai difficile apprenſione, di ſpeziale ajuto mi è ſtata la conferenza di queſto gentiluomo, che V. S. qui vede.

Salv.

Salv. Io voleva appunto domandar V. S. dell' essere appresso di lei questo Signore, e del mancarne il nostro Sig. Simplicio.

Sagr. Dell' assenza del Sig. Simplicio mi vo immaginando, anzi lo tengo per fermo, che cagione ne sia stata la grande oscurità, che egli ha incontrata in alcune dimostrazioni di varj problemi attenenti al moto, e più di altre sopra le proposizioni del centro di gravità. Parlo di quelle, che per lunghe concatenazioni di varie proposizioni degli elementi della Geometria vengono inapprensibili a quelli, che tali elementi non hanno prontissimi alle mani; questo gentiluomo, che qui vede, è il Sig. Paolo Aproino, nobile Trivisano, stato non solamente uditore del nostro Accademico, mentre lesse in Padova, ma suo intrinsechissimo familiare, e di lunga, e continuata conversazione, nella quale insieme con altri (tra' quali fu principalissimo il Sig. Daniello Antonini nobilissimo d' Udine, d' ingegno, e di valore sopraumano, il quale per difesa della Patria, e del suo Serenissimo Principe, gloriosamente morì, ricevendo onori condegni al suo merito dalla Serenissima Repubblica Veneta) intervenne in particolare a gran numero di esperienze, che intorno a diversi problemi in casa esso Accademico si facevano. Ora essendo circa dieci giorni fa venuto questo Sig. a Venezia, e conforme al suo solito a visitarmi, sentendo come aveva appresso di me questi trattati del comune amico, ha preso gusto, che gli vediamo insieme, e sentendo l' appuntamento del ritrovarci a parlare sopra il maraviglioso problema della percossa, mi ha detto come ne aveva più volte discorso, ma sempre irresolutamente, ed ambiguamente con esso Accademico, col quale mi diceva, che si era trovato, nel far diverse esperienze attenenti a varj problemi, a farne ancora alcune riguardanti alla forza della percossa, ed alla sua esplicazione, ed ora appunto stava in procinto di arrecarne tra l' altre una, per quanto egli dice, assai ingegnosa, e sottile. 694

Salv. Io mi reputo a gran ventura l' essermi incontrato nel Sig. Aproino, ed il poterlo conoscere di vista, e di presenza, come per fama, e per molte relazioni del nostro Accademico già aveva conosciuto, e di sommo piacere mi sarà il poter sentire almeno parte delle varie esperienze, che sopra diverse proposizioni furon fatte in casa l' amico nostro coll' intervento d' ingegni così accurati, quali sono quelli del Sig. Aproino, e del Sig. Antonini, del quale con tante lodi, ed ammirazioni mille volte mi parlò detto amico nostro. E perchè siamo ora qui per discorrere sopra il particolare della percossa, potrà V. S. Sig. Aproino dirci quello, che in tal materia ne trassero dalle esperienze, con promessa però di arrecarne con altra occasione altre fatte sopra altri problemi, che so che non glie ne mancheranno, per la sicurezza che ho dell' essere l' Accademico nostro stato sempre non meno curioso, che diligente sperimentatore.

Apr. Se io volessi con i debiti ringraziamenti pagare il debito, al quale la cortesia di V. S. mi obbliga, mi converrebbe spendere tante parole, che poco tempo, o punto ci avanzerebbe di tutto il giorno, per parlare dell' intrapresa materia.

Sagr. No no, Sig. Aproino, venghiamo pure a dar principio a i discorsi di dottrina, e lasciamo i complimenti di cerimonie a i cortigiani, ed io entro per sicurtà tra amendue loro della scambievole soddisfazione prodotta, per quanto basta, dalle brevi, ma candide, e sincere loro ofiziose parole.

Apr. Ancorchè io stimi di non essere per produr cosa ignota al Sig. Salv. e che perciò tutta la carica del discorso doverebbe essere appoggiata sulle sue spalle, tuttavia se non per altro, almeno per alleggerirlo in parte, andrò toccando quei primi motivi insieme colla prima esperienza, che mossero l' amico ad internarsi nella contemplazione di questo ammirabile problema della percossa. Cercando la maniera del poter trovare, e misurare la sua gran forza, ed insieme,

me, se fusse possibile, risolvere ne' suoi principj, e nelle sue prime cause l'essenza di cotale effetto, il quale molto diversamente par che proceda nell' acquisto della sua somma potenza, dal modo, nel quale procede la moltiplicazione di farla in tutte le altre macchine meccaniche (dico meccaniche, per escludere l' immenso vigore del fuoco) nelle quali si scorge, ed assai concludentemente s' intende, come la velocità d' un debile movente compensa la gagliardia di un forte resistente, che lentamente venga mosso. Ma perchè si scorge pur anco nella operazione della percossa intervenire il movimento del percuziente, congiunto colla sua velocità, contro al movimento del resistente, ed il suo poco, o molto dovere essere mosso; fu il primo concetto dell' Accademico di cercar d' investigare qual parte abbia nell' effetto, ed operazione della percossa v. gr. il peso del martello, e quale la velocità maggiore, o minore, colla quale vien mosso, cercando se fusse possibile di trovare una misura, la quale comunemente ci misurasse, ed assegnasse l'una, e l'altra energia. E per arrivare a tal cognizione s'immaginò, per quanto a me parve, una ingegnosa esperienza. Accomodò un' asta assai gagliarda, e di lunghezza di circa tre braccia, volubile sopra un perno a guisa dell' ago di una bilancia; sospese poi nell' estremità delle braccia di cotal bilancia due 695 pesi eguali, ed assai gravi, uno de' quali era il composto di due vasi di rame, cioè di due secchie, l' una delle quali appesa all' estremità detta dell' ago si teneva piena d'acqua, e dalle orecchie di tale secchia pendevano due corde di lunghezza circa due braccia l'una, alle quali era per gli orecchi attaccata un' altra simil secchia, ma vuota, la quale veniva a piombo a risponder sotto alla prima secchia già detta, e piena d' acqua; nell' estremo poi dell' altro braccio della bilancia si faceva pendere un contrappeso di pietra, o di qual si fusse altra materia grave, il quale equilibrasse giustamente la gravità di tutto il composto delle due secchie dell' acqua, e delle corde. La secchia superiore era forata nel fondo con foro largo alla grossezza di un uovo, o poco meno, e questo tal foro si poteva aprire, e serrare. Fu la prima immaginazione, e concetto comune di amendue noi, che fermata la bilancia in equilibrio, essendo preparato il tutto nella maniera detta, quando poi si sturasse la secchia superiore, e si desse l'andare all' acqua, la quale precipitando andasse a percuotere nella secchia da basso, l' aggiunta di cotal percossa dovesse aggiugnere tal momento in questa parte, che bisogno fusse per restituire l'equilibrio aggiugnere nuovo peso alla gravità del contrappeso dell' altro braccio, la quale aggiunta è manifesto, che ristorerebbe, e adeguerebbe la nuova forza della percossa dell' acqua; sicchè potessimo dire, essere il suo momento equivalente al peso delle 10, o 12 libbre, che fusse stato di bisogno aggiugnere all' altro contrappeso.

Sagr. Ingegnoso veramente mi pare cotesto macchinamento, e sto con avidità attendendo l' esito di tale esperienza.

Apr. La riuscita siccome agli altri fu inopinata, così fu maravigliosa; imperocchè subito aperto il foro, e cominciato ad uscirne l' acqua, la bilancia inclinò dall' altra parte del contrappeso, ma non tantosto arrivò l' acqua percuotendo nel fondo dell' inferior secchia, che restando di più inclinarsi il contrappeso, cominciò a sollevarsi, e con un moto placidissimo, mentre l' acqua precipitava, si ricondusse all' equilibrio, e quivi senza passarlo pur di un capello, si librò, e fermossi perpetuamente.

Sagr. Inaspettato veramente m' è stato l'esito di questo caso, e benchè il successo sia stato diverso da quello, che io mi aspettava, e dal quale pensava di potere imparare, quanta fosse la forza di tal percossa, nulladimeno mi par potere conseguire in buona parte la desiderata notizia, dicendo che la forza, ed il momento di cotal percossa equivale al momento, ed al peso di quella quantità d' acqua cadente, che si trova sospesa in aria tra le due acque delle due secchie, superiore, ed

ed inferiore, la qual quantità d' acqua non gravita punto, nè contro alla secchia superiore, nè contro all' inferiore; non contro alla superiore, perchè non essendo le parti dell' acqua attaccate insieme, non possono le basse far forza, e tirar giù le superiori, come farebbe v. gr. una materia viscosa, come pece, o pania; non contro all' inferiore, perchè andandosi continuamente accelerando il moto della cadente acqua, non possono le parti più alte gravitare, o premere sopra le più basse, laonde ne segue, che tutta l' acqua contenuta nella troscia è come se non fusse in bilancia. Il che anco più che chiaramente si manifesta, perchè se tal acqua esercitasse sua gravità sopra le secchie, queste colla giunta della percossa grandemente inclinerebbero a basso, sollevando il contrappeso, il che non si vede seguire. Confermasi anco puntualissimamente questo, perchè se noi ci immagineremo tutta quell' acqua repentinamente aggiacciarsi; già la troscia fatta un solido di ghiaccio peserebbe con tutto il resto della macchina, e cessando il moto, verrebbe tolta la percossa.

Apr. Il discorso di V. S. è puntualmente conforme a quello, che facemmo noi di subito sopra la veduta esperienza, ed a noi ancora parve di poter concludere, che l' operazione della sola velocità acquistata per la caduta di quella quantità d' acqua dall' altezza delle due braccia, operasse nell' aggravare senza il peso dell' acqua quel medesimo appunto, che il peso dell' acqua senza l'impeto della percossa, sicchè quando si potesse misurare, e pesare la quantità dell' acqua compresa in aria tra i vasi, si potesse sicuramente affermare, la tal percossa esser potente ad operare gravitando quello che opera un peso eguale a 10, o 12 libbre dell' acqua cadente. *696*

Salv. Piacemi molto l' arguta invenzione, e parmi, che senza il partirci dal suo progresso, nel quale ci arreca qualche ambiguità la difficoltà del misurare la quantità dell' acqua cadente, protremmo con una non dissimile esperienza agevolarci la strada per arrivare all' intera cognizione, che desideriamo. Però figurandoci per esempio uno di quei gran pesi, che per ficcare grossi pali nel terreno si lasciano cadere da qualche altezza sopra uno de' detti pali (i quali pesi mi pare, che gli addimandino berte) ponghiamo v. gr. il peso di una tal berta esser 100 libbre, l' altezza, dalla quale cade, essere quattro braccia, e la fitta del palo nel terreno duro fatta per una sola percossa importare 4 dita, e posto che la medesima pressura, e fitta delle 4 dita, volendola noi far senza percossa, ricercasse, che le fusse soprapposto un peso di mille libbre, il quale operando colla sola gravità senza moto precedente, chiameremo peso morto, domando se noi potremo senza equivocazione, o fallacia affermare, la forza, ed energia di un peso di 100 libbre congiunto colla velocità acquistata nel cadere dall' altezza di quattro braccia, essere equivalente al gravitare di un peso morto di mille libbre: sicchè la virtù della sola velocità importasse, quanto la pressura di libbre novecento di peso morto, che tante ne rimangono, trattene dalle mille le cento della berta? Vedo, che amendue tardate la risposta, forse perchè bene non ho esplicata la mia domanda; però torno a brevemente dire, se possiamo per la detta sperienza asserire, che l' aggravio del peso morto farà sempre il medesimo effetto sopra una resistenza, che fa il peso di 100 libbre cadente dall' altezza di quattro braccia, in guisa tale, che (per più chiara esplicazione) cadendo l' istessa berta dalla medesima altezza, ma percuotendo sopra un più resistente palo, non lo cacciasse più che due dita, se possiamo tenerci sicuri, che l' istesso effetto facesse solo col gravitare il peso morto delle mille libbre; dico di cacciare il palo le due dita?

Apr. Io non penso, che almeno a prima fronte ciò non fusse conceduto da ciascheduno.

Salv. E voi, Signor Sagredo, ci mettereste sopra qualche dubbio?

Sagr.

Sagr. Per ora veramente no, ma l' avere per molte, e molte eſperienze provato quanto ſia facile l' ingannarſi, non mi rende così baldanzoſo, che del tutto mi ſpogli di timore.

Salv. Ora poi che V. S. la cui perſpicacia ho in mille e mille occaſioni conoſciuta acutiſſima, ſi moſtra inclinare ad ammettere la parte falſa, ben poſſo credere, che tra mille difficile ſarebbe d' incontrarne uno, o due, che in una fallacia tanto ſimile al vero non incappaſſero. Ma quello, che più vi farà maravigliare, ſarà quando vedrete la fallacia eſſer ſotto così ſottil velo ricoperta, ch' ogni legger vento poteva eſſer baſtante a diſcoprirla, e paleſarla, e pure ne reſta ella velata, e aſcoſa. Torniamo dunque a far cadere nel primo modo ſo- 697 praddetto la berta ſul palo, cacciandolo ſotto quattro dita, e ſia vero, che per ciò fare ſi ricercaſſero puntualmente le mille libbre di peſo morto, torniamo di più a ſollevare alla medeſima altezza l' iſteſſa berta, la quale cadendo la ſeconda volta ſopra il medeſimo palo, lo cacci ſolamente due dita, per avere v. gr. incontrato il terreno più ſodo, dobbiamo noi ſtimare, che altrettanto lo ricacciaſſe la preſſura dell' iſteſſo peſo morto delle mille libbre?

Apr. Parmi che sì.

Sagr. Ah Sig. Paolo, miſeri noi, biſogna dire riſolutamente, che no; imperocchè ſe nella prima poſata il peſo morto delle mille libbre cacciò il palo quattro dita, e non più, perchè volete, che l' avernelo tolto ſolamente, e poi rimeſſoglielo ſopra, torni a cacciarlo due altre dita? e perchè non lo cacciò prima che ne fuſſe levato, mentre già gli era addoſſo? Volete, che lo ſmontarlo ſolamente, e riposatamente riporvelo, gli faccia fare quello, che primo non potette?

Ap. Io non poſſo ſe non arroſſire, e dichiararmi d' eſſere ſtato in pericolo di ſommergermi in un bicchier d' acqua.

Salv. Non vi sbigottite, Sig. Aproino, perchè vi aſſicuro, che avete avuto molti compagni in rimanere allacciato in nodi per altro di faciliſſima ſcioglitura; e non è dubbio, che ogni fallacia ſarebbe per ſua natura d' agevole ſcoprimento, quando altri ordinatamente l' andaſſe ſviluppando, e riſolvendo ne' ſuoi principj, de' quali eſſer non può, che alcun ſuo contiguo, o poco lontano non ſi ſcopra apertamente falſo. Ed in queſta parte di ridurre con pochiſſime parole ad aſſurdi, ed inconvenienti palpabili concluſioni falſe, e ſtate ſempre credute per vere, ha il noſtro Accademico avuto certo particolar genio. Ed io ho una raccolta di molte, e molte concluſioni naturali, ſtate ſempre trapaſſate per vere, e da eſſo poi con brevi, e faciliſſimi diſcorſi manifeſtate falſe.

Sagr. Queſta veramente ne è una, e ſe l' altre ſaranno ſu queſto andare, ſarà bene, che a qualche tempo ce le partecipiate, ma intanto per ora ſeguitiamo l' intrapreſa materia. Ed eſſendo che noi ſiamo ſul cercare il modo (ſe alcuno ve ne ha) di regolare ed aſſegnare miſura giuſta e nota alla forza della percoſſa, queſto non mi par, che conſeguir ſi poſſa col mezzo dell' aſſegnata ſperienza. Imperocchè reiterando i colpi della berta ſopra il palo, e per ciaſcheduno ricacciandolo continuamente più e più, come la ſenſata eſperienza ne moſtra, ſi fa chiaro, che ciaſcheduno de' conſeguenti colpi lavora; il che non accade nel peſo morto, il quale avendo operato quello, che fece la prima preſſura, non ſeguita di fare l' effetto della ſeconda, cioè di cacciare ancor di nuovo il palo, quando vi ſi riponga ſopra: anzi apertamente ſi vede, che per la ſeconda rifitta ci vuol peſo maggiore di mille libbre, e ſe ſi vorranno pareggiare con peſi morti le fitte del terzo, quarto, e quinto colpo, ec. ci vorranno le gravità di peſi morti continuamente maggiori, e maggiori: or quale di queſte doveremo noi prender per ferma, e certa miſura della forza del colpo, che pur quanto a ſe ſteſſo è ſempre il medeſimo?

Salv.

Salv. Questa è delle prime maraviglie, che indubitabilmente credo, che debbano avere tenuti perplessi, ed irresoluti gl' ingegni speculativi. E veramente a chi non giugnerà nuovo il sentire, che la misura della forza della percossa si debba prendere non da quello, che percuote, ma più presto da quello, che la percossa riceve? E quanto all' addotta esperienza pare, che da lei ritrar si possa la forza della percossa essere infinita, o vogliamo dire indeterminata, o indeterminabile, e farsi ora minore, ed ora maggiore, secondo che ella viene applicata ad una maggiore, o minore resistenza. 698

Sagr. Già mi pare di comprendere, che vero possa essere la forza della percossa essere immensa, o infinita; imperocchè stando nella proposta esperienza, e dato che il primo colpo cacciasse il palo quattro dita, e il secondo tre, e continuandosi d' incontrare sempre il terreno più duro, il colpo terzo vi cacci il palo due dita, il quarto uno, e mezzo, conseguentemente un sol dito, un mezzo, un quarto, ec. pare, che quando per la durezza del terreno la resistenza del palo non si faccia infinita, che il colpo reiterato sempre caccierà perpetuamente il palo, ma bene per ispazj minori e minori: ma perchè quanto si voglia lo spazio sia breve, è egli però divisibile, e suddivisibile sempre, si continueranno le fitte, e perchè la seguente dovendosi fare coll' aggravio di peso morto richiede peso maggiore, che l' antecedente, potrà essere, che per pareggiare le forze dell' ultime percosse si ricerchi peso maggiore e maggiore in immenso.

Salv. Così crederei io veramente.

Apr. Non potrà dunque essere resistenza alcuna così grande, che resti salda, e contumace contro al potere di alcuna percossa benchè leggera?

Salv. Penso di no, se quello in che si percuote non è del tutto immobile, cioè non è la sua resistenza infinita.

Sagr. Mirabili, e per modo di dire prodigiosi pajono questi asserti, e che l' arte in questo solo effetto superi, e defraudi la Natura, cosa che nella prima apparenza par che facciano altri strumenti meccanici ancora, alzandosi gravissimi pesi con poca forza in virtù della leva, della vite, della taglia, ed altri: ma in questo effetto della percossa, che pochi colpi di martello non più pesante di 10, o 12 libbre abbiano ad ammaccare v. gr. un dado di rame, il quale non infragnerebbe, nè ammaccherebbe il carico non solo di una vastissima guglia di marmo, ma nè anco una torre altissima, che sopra il martello si posasse, eccede, pare a me, ogni natural discorso, che tentasse di torne la maraviglia, però Sig. Salv. mettete mano al filo, e cavateci di così intrigati laberinti.

Salv. Da quanto essi producono pare, che il nodo principale della difficoltà batta qua, che non bene si comprenda come l' operazione della percossa, che sempre infinita, non debba di necessità procedere per mezzi diversi da quelli di altre macchine, che con pochissima forza superano resistenze immense. Tuttavia io non dispero di poter esplicare, come in questa ancora si procede nella medesima maniera. Tenterò di spiegarne il progresso; e benchè mi paja assai complicato, forse il mio dire potrebbe dal vostro dubitare, ed opporre assottigliarsi ed acuirsi tanto, che allargasse almeno, se non del tutto sciogliesse il nodo. E' manifesto la facultà della forza del movente, o della resistenza del mosso non essere una e semplice, ma composta di due azioni, dalle quali la loro energia dee essere misurata; l' una delle quali è il peso sì del movente, come del resistente, e l' altra è la velocità, secondo la quale quello dee muoversi, e questo esser mosso. E così quando il mosso dee muoversi colla velocità del movente, cioè che gli spazj passati da amendue nell' istesso tempo sieno eguali, impossibile sarà, che la gravità del movente sia minore di quella del mosso, ma sibbene alquanto maggiore, attesochè dalla puntuale egualità nasce l' equilibrio, e la quiete, come si vede nella bilancia di braccia eguali. Ma se noi vorremo con peso minore sollevarne un 699

 mag-

maggiore, bisognerà ordinar la macchina in modo, che il peso movente minore si muova nell' istesso tempo per ispazio maggiore dell' altro peso, che è quanto a dire, che quello più velocemente si muova di questo; e così di già la ragione, non meno che l' esperienza ci mostra, che per esempio nella stadera acciocchè il peso del romano possa alzare un altro 10, o 15 volte di lui più grave, bisogna, che la sua lontananza nell' ago, sia lontana dal centro, intorno al quale si fa il moto 10, o 15 volte più, che la distanza tra il medesimo centro, ed il punto della sospensione dell' altro peso; che è il medesimo, che dire, che la velocità del movente sia 10, o 15 volte maggiore della velocità del mosso. E perchè questo si scorge accadere in tutti gli altri strumenti, possiamo con sicurezza stabilire, che le gravità, e velocità coll' istessa proporzione, ma alternatamente prese si rispondano. Generalmente dunque diciamo il momento del men grave pareggiare il momento del più grave, quando la velocità del minore alla velocità del maggiore abbia l' istessa proporzione, che la gravità del maggiore a quella del minore, al quale ogni poco vantaggio, che si conceda, supera l' equilibrio, e si introduce il moto. Fermato questo, io dico, che non solamente nella percossa la sua operazione pare infinita circa il superare qualsivoglia somma resistenza, ma tale si mostra ella in qualsivoglia altro meccanico ordigno; perchè non è egli manifesto, che un piccolissimo peso di una libbra scendendo alzerà un peso di 100, e di 1000, e più quanto ne piace, se noi lo costituiremo nell' ago della stadera cento o mille volte più lontano dal centro, che l' altro peso massimo, cioè se noi faremo, che lo spazio, per lo quale scenderà quello, sia cento, e mille, e più volte maggiore dello spazio della salita, dell' altro, cioè se la velocità di quello sia cento, e mille volte maggiore della velocità di questo? Ma voglio con uno più arguto esempio fargli toccar con mano, come qualsivoglia piccolissimo peso scendendo faccia salire qualsivoglia immensa e gravissima mole. Intenda V. S. un tal vastissimo peso essere attaccato a una corda fermata in luogo stabile, e sublime, intorno al quale, come centro, intenda esser descritta la circonferenza di un cerchio, che passi pel centro di gravità della sospesa mole, il qual centro di gravità è noto, che viene a perpendicolo sotto la corda della sospensione, o per meglio dire, è in quella retta linea, che dal puto della sospensione va a terminare nel centro comune di tutti i gravi, cioè nel centro della Terra. Immaginatevi poi un altro filo sottilissimo, al quale sia attaccato qualsivoglia peso benchè minimo, in guisa che il centro di gravità di questo termini nella già immaginata circonferenza; e ponete questo piccolo peso andare a toccare, e semplicemente appoggiarsi a quella vasta mole, non credete voi, che aggiunto per fianco questo nuovo peso spignerà alquanto quel massimo, separando il suo centro di gravità dalla già immaginata linea perpendicolare, nella quale prima si trovava, e senza dubbio si moverà per la circonferenza già detta, e movendovisi si separerà dalla linea orizzontale, che è la tangente della detta circonferenza nell' imo punto, dove si trovava esso centro di gravità della gran mole? E quanto allo spazio tanto sarà l' arco passato dal gravissimo, quanto il passato dal piccolissimo peso, che al grandissimo si appoggiava; ma non sarà già la salita del centro del peso massimo eguale alla scesa del centro del peso minimo, perchè questo scende per un luogo, o spazio molto più inclinato, che non è quello della salita dell' altro centro, che vien fatta dal contatto del cerchio in certo modo, secondo un angolo minore di ogni acutissimo. Qui se io avessi a trattare con persone men versate di voi nella Geometria, dimostrerei, come partendosi un mobile dall' imo punto del contatto, può benissimo essere, che l' alzamento dalla linea orizzontale di qualche punto della circonferenza separato dal contatto, sia secondo qualsivoglia proporzione minore

700

nore dell' abbassamento di un' asse a questo eguale, preso in qualsivoglia altro luogo, purchè in esso non si contenga il contatto. Ma voi son sicuro, che in ciò non avete dubbio. E se il semplice appoggiarsi del piccol peso alla gran mole può muoverla, ed alzarla, che sarà se discostandolo, e lasciandolo scorrere per la circonferenza egli vi anderà a percuotere?

Apro. Veramente non mi pare, che ci resti più luogo di dubitare, la forza della percossa essere infinita, per quanto l' addotta esperienza ne dichiara; ma tal notizia non basta al mio intelletto a schiarirmi molte oscure tenebre, le quali lo tengono offuscato in modo, che non discerno come il negozio di queste percosse cammini, sicchè io potessi rispondere ad ogni dubbio, che mi fusse promosso.

Salv. Ma prima che io passi più oltre, voglio scoprirvi un certo equivoco, che sta nascoso, e come in aguato, e ci lascia stimare tutti quei colpi, con i quali nel soprapposto esempio si andava cacciando il palo, esser eguali, o vogliamo dire gl' istessi, sendo fatti dalla medesima berta elevata sopra il palo sempre alla medesima altezza, il che non è vero. Per intelligenza di che, figuratevi di andare ad incontrare colla mano una palla, che venga scendendo da alto, e ditemi, se nell' arrivare ella sopra la vostra mano, voi la mano andaste abbassando per la medesima linea, e colla medesima velocità, che scende la palla, ditemi, dico, qual percossa voi sentireste? certo nessuna. Ma se all' arrivo della palla voi andaste solamente in parte cedendo, con abbassar la mano con minor velocità di quella della palla, voi bene ricevereste percossa, ma non come da tutta la velocità della palla, ma solamente come dall' eccesso della velocità di quella sopra la velocità della cedenza della mano, sicchè quando la palla scendesse con 10 gradi di velocità, e la mano cedesse con otto, il colpo sarebbe come fatto da due gradi di velocità della palla, e cedendo la mano con 4 il colpo sarebbe come di 6, ed essendo il cedere come uno, il percuoter sarebbe come di 9, e tutta l' intera percossa della velocità de' 10 gradi sarebbe quella, che percotesse sopra la mano, che nulla cedesse. Applicando ora il discorso alle percosse della berta, mentre il palo cede la prima volta 4 dita, e la seconda 2, e la terza un sol dito all' impeto della berta, le percosse rimangono disuguali, e la prima più debole della seconda, e la seconda più della terza, secondo che la cedenza della 4 dita più detrae dalla velocità del primo colpo, che la seconda, e questa è più debole della terza, come quella, che toglie il doppio più di questa dalla medesima velocità. Se dunque il molto cedere del palo alla prima percossa, ed il meno cedere alla seconda, e meno anco alla terza, e così sempre continuatamente, è cagione, che men valido sia il primo colpo del secondo, e questo del terzo, che maraviglia è, che manco quantità di peso morto si ricerchi per la prima cacciata delle 4 dita, e che maggiore ne bisogni per la seconda cacciata delle due dita, e maggiore ancora per la terza, e sempre più e più continuatamente, secondo che le cacciate si vanno diminuendo nelle diminuzioni delle cedenze del palo, che è quanto a dire nell' augumento delle resistenze? Da quanto ho detto mi pare, che agevolmente si possa raccorre, quanto malagevolmente si possa determinare sopra la forza della percossa fatta sopra un resistente, il quale vadia variando la cedenza, quale è il palo, che indeterminatamente va più e più resistendo: laonde stimo, che sia necessario, l' andar contemplando sopra tale, che ricevendo le percosse a quelle sempre colla medesima resistenza si opponga. Ora per istabilire tal resistente, voglio, che ci figuriamo un solido grave per esempio di mille libbre di peso, il quale posi sopra un piano, che lo sostenti; voglio poi, che intendiamo una corda a cotal solido legata, la quale cavalchi sopra una carrucola fermata in alto per buono spazio sopra detto solido. Qui è manifesto, che aggiugnendo forza traente in giù all' 701

altro capo della corda, nel sollevar quel peso si averà sempre una egualissima resistenza, cioè il contrasto di mille libbre di gravità; e quando da quest' altro capo si sospenda un altro solido egualmente pesante come il primo, verrà da essi fatto l' equilibrio, e stando sollevati, senza che sopra alcuno sottoposto sostegno si appoggino, staranno fermi, nè scenderà questo secondo grave alzando il primo, salvo che quando egli abbia qualche eccesso di gravità. E se riposeremo il primo peso sopra il soggetto piano, che lo sostenga, potremo far prova con altri pesi di diversa gravità (ma ciascheduna minore del peso, che riposa in quiete) quali siano le forze di diverse percosse, con legare alcuno di questi pesi all' altro capo della corda, lasciandolo da qualche altezza cadere, ed osservando quello, che segue nell' altro gran solido nel sentir la strappata dell' altro peso cadente, la quale strappata sarà ad esso gran peso come un colpo, che lo voglia cacciare in su. Qui primieramente mi pare, che si raccolga, che per piccola che sia la gravità del peso cadente, doverà senz' altro superare la resistenza del peso gravissimo, ed alzarlo, la qual conseguenza mi par, che si tragga molto concludentemente dalla sicurezza, che abbiamo, come un peso minore prevalerà ad un altro quanto si voglia maggiore, qualunque volta la velocità del minore abbia maggior proporzione alla velocità del maggiore, che non ha la gravità del maggiore alla gravità del minore: ma ciò segue nel presente caso, nel quale la velocità del peso cadente supera d' infinito intervallo quella dell' altro peso, la quale è nulla, posando egli in quiete: ma non già è nulla la gravità del solido cadente, in relazione alla gravità dell' altro, non ponendo noi questa infinita, nè quella nulla: supererà dunque la forza di questo percuziente la resistenza di quello, in cui si impiega la percossa. Seguita ora, che cerchiamo d' investigare, quanto sia per essere lo spazio, al quale la ricevuta percossa lo solleverà; e se forse questo risponda a quello delli altri strumenti meccanici, come per esempio nella stadera si vede l' alzamento del peso grave esser quella tal parte dello abbassamento del romano, quale è il peso del romano dell' altro peso maggiore, e così nel caso nostro bisogna, che vediamo, se essendo la gravità del gran solido posto in quiete, per esempio, mille volte maggiore della gravità del peso cadente, il quale caschi dall' altezza v. g. di un braccio, egli sia alzato da questo minore un centesimo di braccio, che così pare, che venisse osservata la regola degli altri istrumenti meccanici. Figuriamoci di fare la prima esperienza, col far cadere da qualche altezza, diciamo di un braccio un peso eguale all' altro, che ponghiamo posare sopra un piano, essendo amendue tali pesi legati, l' uno all' un capo, e l' altro all' altro capo dell' istessa corda; che crediamo noi, che sia per operare la strappata del peso cadente circa il muovere, e sollevar l' altro, che era in quiete? Io volentieri sentirei l' opinione vostra.

702 *Apr.* Poichè V. S. guarda verso di me, comecchè da me ella attenda la risposta, mi pare, che essendo amendue i solidi egualmente gravi, ed avendo il cadente di più l' impeto della velocità, l' altro ne doverà esser innalzato assai sopra l' equilibrio; imperocchè per ridurlo in bilancio la sola gravità di quello era bastante; sormonterà dunque per mio credere il peso ascendente per molto maggiore spazio di un braccio, che è la misura della scesa del cadente.

Salv. Che dice V. S. Sig. Sagredo?

Sagr. Il discorso mi pare assai concludente nel primo aspetto, ma, come poco fa dissi, le molte esperienze mi hanno insegnato, quanto sia facile l' ingannarsi, e però quanto sia necessario l' andar circospetto prima che risolutamente pronunziare, ed affermare alcun detto. Dirò dunque (però sempre dubitando) che è vero, che il peso v. gr. delle 100 libbre del grave descendente basta per alzare l' altro, che pure pesi 100 libbre insino allo equilibrio, senza che quello venga instrutto e fornito d' altra velocità, e basterà solo l' eccesso di mezza on-

cia, ma vo considerando, che questa equilibrazione verrà fatta con gran tardità; dove che quando il cadente sopraggiunga con gran velocità, con una simile bisognerà, che tiri in alto il suo compagno; ora non mi pare, che sia dubbio, che maggior forza ci voglia a cacciar con gran velocità un grave all' in su, che a spingnervelo con gran lentezza: onde possa accadere, che il vantaggio della velocità guadagnata dal cadente nella libera caduta di un braccio, possa rimaner consunto, e per modo di dire, spento nel cacciar l' altro con altrettanta velocità ad altrettanta altezza, perlochè non sarei lontano dal credere, che tali due movimenti in giù, ed in su terminassero in quiete immediatamente dopo la salita di un braccio, che sarebbero due braccia di scesa dell' altro, computandovi il primo braccio, che questo scese libero e solo.

Salv. Io veramente inclino a credere questo stesso, perchè sebbene il peso cadente è un aggregato di gravità, e di velocità, l' operazione della gravità nel sollevar l' altro è nulla, avendo a se opposta e renitente altrettanta gravità dell' altro peso, il quale è manifesto, che mosso non sarebbe senza l' aggiunta all' altro di qualche piccola gravità: l' operazion dunque, per la quale il peso cadente dee sollevar l' altro, è tutta della velocità, la quale altro che velocità non può conferire; nè potendo conferirne altra, che quella, che egli ha, e non avendo altra, che quella, che partendosi dalla quiete ha guadagnata nello spazio della scesa di un braccio; per altrettanto spazio, e con altrettanta velocità spignerà l' altro all' in su, conformandosi con quello, che in varie esperienze si può riconoscere, che è, che il grave cadente partendosi dalla quiete si trova in ogni sito aver tant' impeto, che basta per ridur se stesso alla medesima altezza.

Sagr. In quel modo, che ora mi sovviene accadere in un grave pendente da un filo, che sia fermato in alto, il qual grave rimosso dal perpendicolo per un arco di qualsivoglia grandezza, non maggiore di una quarta, lasciato in libertà scende, e trapassa oltre al perpendicolo, salendo altrettanto arco quanto fu quello della scesa; dove è manifesto la salita derivar tutta dalla velocità appresa nello scendere; imperocchè nel montare in su, niuna parte vi può avere la gravità del mobile, ma bene repugnando questa alla salita, va spogliando esso mobile di quella velocità, della quale nella scesa lo veste.

Salv. Se l' esempio di quello, che fa il solido grave appeso al filo, del quale 703 mi sovviene, che parlammo ne' discorsi de' giorni passati, quadrasse, e si aggiustasse così bene al caso, del quale noi di presente trattiamo, come ei si aggiusta alla verità, molto concludente sarebbe il discorso di V. S. ma non piccola discrepanza trovo io tra queste due operazioni, dico tra quella del solido grave pendente dal filo, che lasciato da qualche altezza, scendendo per la circonferenza del cerchio, acquista impeto di trasportare se medesimo ad altrettanta altezza: e l' altra operazione del cadente legato ad un capo della corda per innalzare l' altro a se eguale in gravità; imperocchè lo scendente per lo cerchio va acquistando velocità fino al perpendicolo favorito dalla propria gravità, la quale trapassato il perpendicolo lo disajuta nel dovere ascendere, (che è moto contrario alla gravità) sicchè dello impeto acquistato nella scesa naturale, non piccola ricompensa è il ricondurlo con moto preternaturale, o per altezza. Ma nell' altro caso sopraggiugne il grave cadente al suo eguale posto in quiete, non solamente colla velocità acquistata, ma colla sua gravità ancora, la quale mantenendosi leva per se sola ogni resistenza di essere alzato all' altro suo compagno, perlochè la velocità acquistata non trova contrasto di un grave, che allo andare in su faccia resistenza, talchè se come l' impeto conferito all' ingiù ad un grave non trova in esso ragione di annichilarsi, o ritardarsi, così non si ritrova in quello ascendente, la cui gravità rimane nulla, essendo contrappesata da altrettanta descendente. E qui mi pare, che accada per appunto quello, che accade

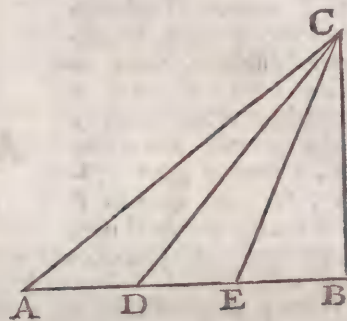
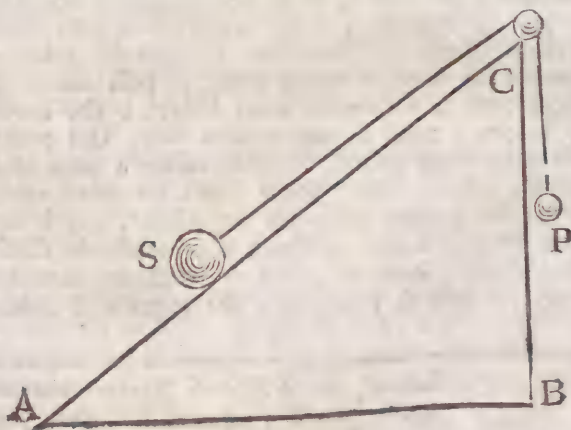
ad

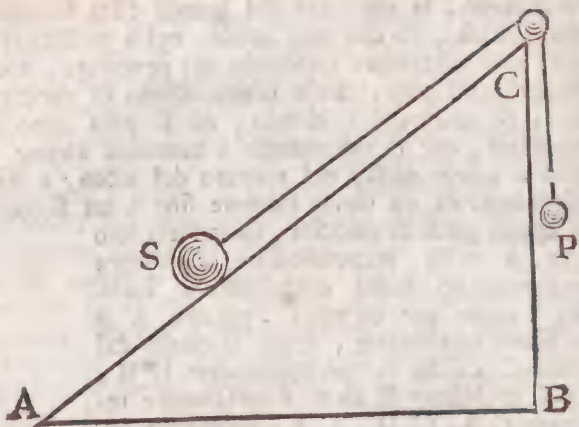
ad un mobile grave, e perfettamente rotondo, il quale se si porrà sopra un piano pulitissimo, ed alquanto inclinato, da per se stesso naturalmente vi scenderà, acquistando sempre velocità maggiore; ma se per l'opposito dalla parte bassa si vorrà quella cacciare in su, ci bisognerà conferirgli impeto, il quale si anderà sempre diminuendo, e finalmente annichilando; ma se il piano non sarà inclinato, ma orizzontale, tal solido rotondo postovi sopra farà quello, che piacerà a noi, cioè se ve lo metteremo in quiete, in quiete si conserverà, e dandogli impeto verso qualche parte, verso quella si moverà, conservando sempre l'istessa velocità, che dalla nostra mano averà ricevuta, non avendo azione nè di accrescerla, nè di scemarla, non essendo in tal piano nè declività, nè acclività, ed in simile guisa i due pesi eguali pendenti da due capi della corda ponendogliene in bilancio, si quieteranno, e se ad uno si darà impeto all'ingiù, quello si andrà conservando equabile sempre. E qui si dee avvertire, che tutte queste cose seguirebbero, quando si rimovessero tutti gli esterni, ed accidentari impedimenti, dico di asprezza, e gravità di corda, di girelle, e di stroppicciamenti nel volgersi intorno al suo asse, ed altri, che ve ne potessero essere; ma perchè si è fatta considerazione della velocità, la quale l'uno de' due pesi eguali acquista scendendo da qualche altezza, mentre l'altro posi in quiete, è bene determinare, quale, e quanta sia per essere la velocità, colla quale sieno per muoversi poi amendue, dopo la caduta dell'uno, scendendo questo, e salendo quello. Già per le cose dimostrate noi sappiamo, che quel grave, che partendosi dalla quiete liberamente scende, acquista tuttavia maggiore e maggior grado di velocità perpetuamente, sicchè nel caso nostro il grado massimo di velocità del grave mentre liberamente scende, è quel che si trova avere nel punto, che egli comincia a sollevare il suo compagno, ed è manifesto, che tal grado di velocità non si andrà più augumentando, essendo tolta la cagione dello augumento, che era la gravità propria di esso grave descendente, la quale non opera più, essendo tolta la sua propensione di scendere dalla repugnanza del salire di altrettanto peso del suo compagno. Si conserverà dunque il detto grado massimo di velocità, ed il moto di accelerato si convertirà in equabile; quale poi sia per essere la futura velocità, è manifesto dalle cose dimostrate e vedute ne' passati giorni, cioè che la velocità futura sarà tale, che in altrettanto tempo, quanto fu quello della scesa, si passerà doppio spazio di quello della caduta.

704

Sagr. Meglio dunque di me aveva filosofato il Sig. Aproino, e fin qui resto molto bene appagato del discorso di V. S. ed ammetto per verissimo quanto mi ha detto: ma per ancora non mi sento aver fatto acquisto tale, che mi basti per levare l'eccessiva maraviglia, che sento nel vedere essere superate resistenze grandissime dalla virtù della percossa del percuziente, ancorchè nè molta sia la sua gravità, nè eccessiva la sua velocità, e quello, che ne accresce lo stupore è il sentire, che ella afferma nessuna essere la resistenza (salvo che se fusse infinita) che al colpo possa resistere senza cedere; e più, che di tal percossa non si possa in veruna maniera assegnare una determinata misura; però il desiderio nostro sarebbe, che V. S. mettesse mano a dilucidare queste tenebre.

Salv. Essendo che non si può applicare dimostrazione alcuna sopra una proposizione, della quale il dato non sia uno, e certo, però volendo noi filosofare intorno la forza di un percuziente, e la resistenza di quello, che la percossa riceve, bisogna che prendiamo un percuziente, la cui forza sia sempre l'istessa; quale è quella del medesimo grave cadente sempre dalla medesima altezza; e parimente stabilischiamo un ricevitore del colpo, la cui resistenza sia sempre la medesima. E per averlo tale voglio, che (stando su l'esempio di sopra dei due gravi pendenti da' capi dell'istessa corda) che percuziente sia il piccol grave, che si lascia cadere, e che l'altro quanto si voglia maggiore sia quello,
nell'

nell' alzamento del quale venga esercitato l' impeto del piccolo cadente; dove è manifesto, la resistenza del grande esser sempre, ed in tutti i luoghi la medesima cosa, il che non accade nella resistenza del chiodo, o del palo, ne' quali ella va sempre crescendo nel penetrare, e con proporzione ignotissima per gli accidenti varj, che s' interpongono di variate durezze nel legno, e nel terreno, ec. ancorchè il chiodo, ed il palo sieno sempre i medesimi. In oltre è necessario, che ci riduchiamo a memoria alcune conclusioni vere, delle quali si parlò a' giorni passati nel trattato del moto; e sia la prima di esse, che i gravi descendenti da un punto sublime fino a un soggetto piano orizzontale, acquistano eguali gradi di velocità, sia la scesa loro fatta o nella perpendicolare, o sopra qualsivogliano piani diversamente inclinati, come per esempio, essendo A B un piano orizzontale, sopra il quale dal punto C caschi la perpendicolare C B, e dal medesimo C altre diversamente inclinate C A, C D, C E, dobbiamo intendere i gradi di velocità de' cadenti dal punto sublime C, per qualsivoglia delle linee, che dal punto C vanno a terminare nell' orizzontale, essere tutti eguali. In oltre si dee nel secondo luogo supporre l' impeto acquistato in A dal cadente dal punto C, esser tanto quanto appunto si ricercherebbe per cacciare in alto il medesimo cadente, o altro a lui eguale fino alla medesima altezza; onde possiamo intendere, che tanta forza bisogna per sollevar dall' orizzonte fino all' altezza C l' istesso grave, venga egli cacciato da qualsivoglia de' punti A, D, E, B. Riduchiamoci nel terzo luogo a memoria, che i tempi delle scese per i notati piani inclinati hanno tra di loro la medesima proporzione, che le lunghezze di essi piani; sicchè quando per esempio il piano A C fusse lungo il doppio del C E, e quadruplo del C B, il tempo della scesa per C A sarebbe doppio del tempo della scesa per C E, e quadruplo della caduta per C B. In oltre ricordiamoci, che per far montare o vogliam dire, per strascicare l' istesso peso sopra i diversi piani inclinati, sempre minor forza basta per muoverlo sopra il più inclinato, che sopra il meno, secondo che la lunghezza di questo è minore della lunghezza di quello. Ora stanti questi veri supposti finghiamoci il piano A C esser v. gr. dieci volte più lungo del perpendicolo C B, e sopra esso A C esser posato un solido S, pesante cento libbre: è manifesto, che se a tal solido fusse attaccata una corda, la quale cavalcasse sopra una girella posta più alta del punto C, la qual corda nell' altro suo capo avesse attaccato un peso di 10 libbre, qual sarebbe

705

be il peso P, è manifesto, che tal peso P, con ogni poco di giunta di forza, scendendo tirerebbe il grave S sopra il piano A C. E qui si dee notare, che sebbene lo spazio, per lo quale il maggior peso si muove sopra il suo piano soggetto, è eguale allo spazio per lo quale si muove il piccolo descendente (onde alcuno potrebbe dubitare sopra la generale verità di tutte le meccaniche proposizioni, cioè che piccola forza non supera, e muove gran resistenza, se non quando il moto di quella eccede il moto di questa, colla proporzione contrariamente rispondente a i pari loro) nel presente caso la scesa del piccolo peso, che è a perpendicolo, si dee paragonare colla salita a perpendicolo del gran solido S, vedendo quanto egli dalla orizzontale perpendicolarmente si solleva; cioè si dee riguardare quanto ei monta nella perpendicolare B C. *

705

Avendo io Sig. fatto diverse meditazioni circa il distendere quello, che mi resta a dire, e che è la somma del presente negozio, fermo la seguente conclusione, per esser di poi esplicata, e dimostrata.

Propos. Se l' effetto, che fa una percossa del medesimo peso, e cadente dalla medesima altezza caccierà un resistente di resistenza sempre eguale per qualche spazio, e che per fare un simile effetto ci bisogni una determinata quantità di peso morto, che senza percossa prema, dico che quando il medesimo percuziente sopra un altro resistente maggiore con tal percossa lo caccerà v. g. per la metà dello spazio, che fu cacciato l' altro, per far questa seconda cacciata non basta la pressura del detto peso morto, ma ve ne vuole altro il doppio più grave, e così in tutte le altre proporzioni, quanto una cacciata fatta dal medesimo percuziente è più breve, tanto per l' opposito con proporzione contraria vi si ricerca per far l' istesso gravità maggiore di peso morto premente. Intendasi la resistenza, stando nel medesimo esempio del palo, esser tale, che non possa esser superata da meno di cento libbre di peso morto premente, e che il peso del percuziente sia solamente dieci libbre, e che cadendo dall' altezza v. gr. di quattro braccia, cacci il palo quattro dita. Qui primieramente è manifesto, che il peso delle dieci libbre, dovendo calare a perpendicolo, sarà bastante di far montare un peso di libbre cento sopra un piano inclinato tanto, che la sua lunghezza sia decupla della sua elevazione, per le cose dichiarate di sopra, e che tanta forza ci vuole in alzare a perpendicolo dieci libbre di peso, che nell' alzarne cento, sopra un piano di lunghezza decupla alla sua perpendicolare elevazione; e però se l' impeto, che acquista il cadente per qualche spazio a perpen-

* *Avverta il Lettore, che il discorso seguente non bene sarà connesso colle cose supposte di sopra, perchè l' Autore ha avuto pensiero di distenderlo diversamente da quello, che aveva in animo, quando si notarono le sopraddette conclusioni.*

pendicolo, si applichi a sollevare un altro a se eguale in resistenza, e lo solleverà per altrettanto spazio; ma eguale è alla resistenza del cadente di dieci libbre a perpendicolo quella dell' ascendente di cento libbre sopra il piano di lunghezza decuplo alla sua perpendicolare elevazione; adunque caschi il peso di dieci libbre per qualsisia spazio perpendicolare, l' impeto suo acquistato, ed applicato al peso di cento libbre, lo caccerà per altrettanto spazio sopra il piano inclinato, al quale spazio risponde l'altezza perpendicolare grande, quanto è la decima parte di esso spazio inclinato. E già si è concluso di sopra, che la forza potente a cacciare un peso sopra un piano inclinato è bastante a cacciarlo anche nella perpendicolare, che risponde all' elevazione di esso piano inclinato, la qual perpendicolare nel presente caso è la decima parte dello spazio passato sull' inclinata, il quale è eguale allo spazio della caduta del primo peso di dieci libbre; adunque è manifesto, che la caduta del peso di dieci libbre fatta nella perpendicolare è bastante a sollevare il peso di cento libbre pur nella perpendicolare, ma solo per lo spazio della decima parte della scesa del cadente di dieci libbre; ma quella forza, che può alzare un peso di cento libbre è eguale alla forza, colla quale il medesimo peso delle cento libbre calca in giù, e questa era la potente a cacciare il palo postavi sopra, e premendo. Ecco dunque esplicato, come la caduta di dieci libbre di peso è potente a cacciare una resistenza equivalente a quella, che ha il peso di cento libbre per esser sollevato, ma la cacciata non sarà più, che per la decima parte della scesa del percuziente. E se noi porremo la resistenza del palo esser raddoppiata, o triplicata, sicchè vi bisogni per superarla la pressura di dugento, o trecento libbre di peso morto, replicando simil discorso, troveremo, l' impeto delle dieci libbre cadenti a perpendicolo esser potente a cacciare, siccome la prima, la seconda, e la terza volta il palo, e come nella prima la decima parte della sua scesa, così nella seconda volta la ventesima, e nella terza la trentesima parte della sua scesa. E così moltiplicando la resistenza in infinito sempre la medesima percossa la potrà superare, ma col cacciare il resistente sempre per minore e minore spazio con alterna proporzione, onde pare, che noi ragionevolmente possiamo asserire, la forza della percossa essere infinita. Ma ben conviene, che altresì consideriamo anche per un altro verso la forza del premente senza percossa, essere essa ancora infinita; imperocchè quando ella supera la resistenza del palo, lo caccerà non per quello spazio solo, che lo averà cacciato la percossa, ma seguiterà di cacciarlo in infinito.

707

Sagr. Io veramente scorgo il progresso di V. S. camminare molto dirittamente all' investigazione della vera causa del presente problema; ma perchè mi pare, che la percossa possa essere creata in tante e tante maniere, ed applicata a tante varietà di resistenze, credo esser necessario andarne esplicando almeno alcune, l' intelligenza delle quali potrebbe aprirci la mente all' intelligenza di tutte.

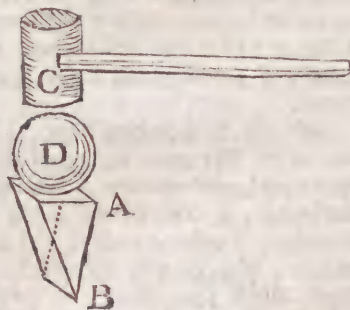
Salv. V.S. dice benissimo, ed io di già mi era apparecchiato ad apportarne qualche caso. Per uno de' quali diremo, che alle volte può accadere, che l' operazione del percuziente si faccia palese, non sopra il percosso, ma nello stesso percuziente, e così dando sopra una ferma incudine un colpo con un martello di piombo, l' effetto caderà nel martello, il quale si ammaccherà, e non nell' incudine, che non si abbasserà. E non dissimile a questo effetto è quello del mazzuolo degli scarpellini, il quale essendo di ferro non temperato, e però tenero, nel lungo percuotere sopra lo scarpello di acciajo di dura tempera, non ammacca esso scarpello, ma bene incava, e dilacera se medesimo. Altra volta in altro modo si rifletterà l' effetto pure nel percuziente, siccome non di rado si vede, che volendosi continuare di cacciare un chiodo in un legno durissimo, il martello ribalza indietro senza punto cacciare innanzi il chiodo, ed in questo caso si

dice, il colpo non è attaccato. Non dissimile è il balzo, che sopra un duro, e fermo pavimento fa il pallone gonfio, ed ogn' altro corpo di materia talmente disposta, che ben cede alla percossa, ma ritorna come facendo arco nella sua prima figura, ed un tal ribalzamento accade quando non solamente quello, che percuote cede, e poi ritorna, ma quando ciò accade in quello, sopra di che si percuote, ed in tal maniera risalta una palla, ancorchè di materia durissima, e nulla cedente, cadendo sopra la carta pecora ben tesa del tamburo. Scorgesi anco, e con maggiore maraviglia l' effetto, che nasce, quando allo spignere senza percossa si aggiugne una percossa, facendo un composto di amendue; e così vediamo nelli strettoi da panni, o da olio, e simili, quando col semplice spignere di quattro, o sei uomini si è fatta calare la vite, quanto potevano, col ritirare un passo indietro la stanga, e velocemente urtando con essa, moveranno ancora più e più la vite, e si ridurranno a tal segno, che l' urto, colla forza di quei quattro, o sei, farà quello, che non farebbero dodici, o venti col solo spignere, nel qual caso si ricerca la stanga esser molto grossa, e di legno assai duro, sicchè poco, o nulla si pieghi, perchè cedendo questa, l' urto si spegnerebbe nel torcerla.

708

* In ogni mobile, che debba esser mosso violentemente, pare che sieno due spezie distinte di resistenza: l' una che riguarda quella resistenza interna, per la qual noi diciamo più difficilmente alzarsi un grave di mille libbre, che uno di cento; l'altra che ha rispetto allo spazio, per lo quale si ha da fare il moto, e così maggior forza ricerca una pietra ad esser gettata lontano cento passi, che cinquanta, ec. A queste due diverse resistenze rispondono proporzionatamente li due diversi motori, l'uno de'quali muove premendo senza percuotere, l' altro opera percuotendo. Il motore, che opera senza percossa, non muove se non una resistenza minore, benchè insensibilmente, della sua virtù, o gravità premente, ma la moverà bene per ispazio infinito accompagnandola sempre colla sua stessa forza; e quello, che muove percuotendo, muove qualsivoglia resistenza, benchè immensa, ma per limitato intervallo. Onde io stimo vere queste due proposizioni, il percuziente muovere infinita resistenza per finito e limitato intervallo, il premente muover finita e limitata resistenza per infinito intervallo: sicchè al percuziente sia proporzionabile l' intervallo, e non la resistenza, ma al premente la resistenza, e non l' intervallo. Le quali cose mi fanno dubitare, che il quesito del Sig. Sagredo sia inesplicabile, come quello, che cerchi di agguagliar cose non proporzionabili, che tali credo io che sieno l' azioni della percossa, e quelle della pressione, siccome nel caso particolare qualunque immensa resistenza, che sia nel cuneo B A, sarà mossa da qualunque percuziente C, ma per limitato intervallo, come tra i punti B A, ma dal premente D, non qualunque resistenza sia nel cuneo B A, sarà spinta, ma una limitata, e non maggiore del peso D; ma questa non sarà spinta per lo limitato intervallo tra i punti B A, ma in infinito, essendo sempre eguale la resistenza nel medesimo mobile A B, come si dee supporre, non facendo menzione in contrario nella proposta.

C D A B

Il

* *Tra gli scritti originali del Galileo sopra la percossa, in un foglio separato vi è di mano dell' istesso Galileo, quanto qui ora si riferisce, che doveva essere inserito in questa sesta Giornata.*

Il momento di un grave nell' atto della percossa altro non è, che un composto, ed aggregato di infiniti momenti ciascuno di essi eguale al solo momento, o interno, e naturale di se medesimo (che è quello della propria gravità assoluta, che eternamente egli esercita posando sopra qualunque resistente) o estrinseco, o violento, quale è quello della forza movente. Tali momenti nel tempo della mossa del grave si vanno accumulando in instante con eguale additamento, e conservando in esso, nel modo appunto, che si va accrescendo la velocità di un grave cadente. Che siccome negl' infiniti instanti di un tempo, benchè minimo, si va sempre passando da un grave per nuovi, ed eguali gradi di velocità, con ritener sempre gli acquistati nel tempo precorso, così anche nel mobile si vanno conservando di instante in instante, e componendosi quei momenti o naturali, o violenti, conferitigli o dalla natura, o dall' arte, ec. 709

La forza della percossa è di infinito momento, tuttavolta che ella si applichi in un momento ed in uno instante dal grave percuziente sopra materia non cedente; come si dimostrerà.

Il cedere di una materia percossa da un grave mosso con qualsivoglia velocità, non si può fare in uno instante, perchè altrimenti si darebbe il moto instantaneo per uno spazio quanto, il che si prova impossibile. Se dunque si fa in tempo la cedenza nel luogo della percossa, in tempo ancora si farà l' applicazione di que' momenti acquistati nel moto dal percuziente, il qual tempo è bastante ad estinguere, ed a smorzare in parte quell' aggregato de' sopraddetti momenti, i quali se in uno instante di tempo si esercitassero contro il resistente (il che seguirebbe, quando le materie sì del percosso, come del percuziente non cedessero nè meno un punto) assolutamente farebbero effetto ed operazione assai maggiore in muoverlo, e superarlo, che applicato in tempo benchè brevissimo; dico effetto maggiore, perchè pure qualche effetto faranno eglino contro il percosso, quantunque minima si sia la percossa, e grandissima la cedenza; ma sarà forse impercettibile tale effetto a' nostri sensi, contuttochè realmente vi sia, il che a suo luogo dimostreremo; ma pure ciò manifestamente si scorge dall' esperienza, poichè se con un ben piccolo martello si anderà con percosse uniformi incontrando la testa di una grandissima trave, che sia a giacere in terra, dopo molte e molte percosse si vedrà finalmente essersi mossa la trave per qualche spazio percettibile, segno evidentissimo, che ogni percossa operò separatamente per la sua parte nello spingere la trave; poichè se la prima percossa non fusse a parte di tale effetto, tutte le altre susseguenti, come in luogo di prime, niente affatto opererebbero, la qual cosa è contraria all' esperienza, al senso, ed alla dimostrazione, che si apporterà, ec.

La forza della percossa è di infinito momento, perchè non vi è resistenza benchè grandissima, che non venga superata da forza di percossa minimissima.

Colui che serra le porte di bronzo di S. Giovanni, invano tenterebbe di serrarle con una sola e semplice spinta, ma con impulso continuato va imprimendo in quel corpo mobile gravissimo forza tale, che quando arriva a percuotere, ed urtare nella soglia, fa tremare tutta la Chiesa. Da questo si veda come si imprima ne' mobili, e più ne' più gravi, ed in essi si moltiplichi, e conservi la forza, che con qualche tempo gli si va comunicando, ec.

Simile effetto si vede in una grossa campana, che non con una sola tirata di corda, nè quattro, nè sei si mette in moto gagliardo ed impetuoso, ma con molte e molte, le quali a lungo reiterate, le ultime vanno aggiugnendo forza sopra quella acquistata dalle prime, e precedenti strappate, e quanto più grossa e grave sarà la campana, tanto maggiore forza ed impeto acquisterà, essendogli comunicato in più lungo tempo, e da maggior numero di strappate, che non si ricerca ad una piccola campana; che ben presto si mette in impeto, ma presto 710

ancora le ſi toglie, non eſſendoſi ella imbevuta (per così dire) di tanta forza quanto la più groſſa.

Il ſimile accade ne' navigli ancora, i quali non alle prime vogate de' remi, o ai primi impulſi del vento ſi mettono in furioſo corſo, ma dalle continue vogate, e dalla continua impreſſione di forza, che fa il vento nelle vele, acquiſtano impeto grandiſſimo atto a fracaſſare gl' iſteſſi vaſcelli, mentre da quello portato deſſero d' urto in uno ſcoglio.

L' arco dolce, ma grande d' una baleſtra, farà tal volta maggior paſſata d' un altro aſſai più duro, ma di minor tratta, poichè quello accompagnando per più tempo la palla, gli va continuamente imprimendo la forza, e queſto toſto l' abbandona.

TRATTATO
DELLE RESISTENZE
PRINCIPIATO DA
VINCENZIO VIVIANI
PER ILLUSTRARE L' OPERE
DEL GALILEO,

Ed ora compiuto, e riordinato colla giunta di quelle dimostrazioni, che vi mancavano

DAL P. D. GUIDO GRANDI

Abate Camaldolese, Matematico di S. A. R. e dello Studio Pisano.

Definizioni Prime.

I. *Omento assoluto d' un grave, e d' altra qualsivoglia forza, animata, o no, s' intenda quel premere libero, e non impedito, che fa il grave, o la forza all' ingiù per la perpendicolare all' orizzonte.*

195 Tom. III. V. V. p. 4.

II. Resistenza assoluta della sezione d' un corpo, s' intenda quella repugnanza, che le parti del solido, mediante la coerenza di dette parti in quella sezione, hanno ad essere separate dal momento assoluto d un grave, o d' una forza.

III. Misura assoluta della resistenza assoluta d' una sezione s' intenda quel momento assoluto d' un grave, o d' una forza, che equivaglia alla detta resistenza assoluta: cioè che con ogni poco di giunta di peso, o di forza ne segua lo strappamento delle dette parti in detta sezione.

IV. Resistenza omogenea uniforme....

V. Centro delle resistenze....

NOTE.

G. G.

Prima di supplire queste due definizioni rimase imperfette, piacemi d' illustrare, colla scorta di ciò, che altrove accenna il nostro Autore, le definizioni precedenti, e d' inserirvene prima alcune altre, le quali pare che manchino, e verisimilmente vi sarebbero state aggiunte dallo stesso Autore, se avesse potuto dare compimento a quest' Opera.

Il premere libero, e non impedito d' un grave, o d' altra forza animata s' intende, quando preme senza verun vantaggio, o svantaggio, che possa apportargli l' ajuto d' una leva, o di una contralleva, per cui operi la forza, o la resistenza contrapposta: e questo dicesi momento assoluto, il quale in se stesso è sempre invariabile, dipendendo dal peso di quel grave, o pure da quella quantità

tità di peso, che quella forza animata regger potrebbe, senz' altra macchina applicandosi a sostenerlo. Onde coerentemente altresì la resistenza assoluta della sezione d' un corpo è la quantità di quella forza, che tiene attaccate nella detta comune sezione le parti del corpo, sicchè resistano allo strappamento, che ne farebbe, direttamente tirando, cioè con direzione perpendicolare al piano di detta sezione, un peso attaccatovi, o pure una forza animata, che vi si applicasse col suo assoluto momento, cioè senza l' ajuto d' alcuna leva, che ne faciliti l' effetto dello spezzarsi.

196 E perchè quella tal qual forza, che connette le parti del solido, non è a noi in se stessa nota: e si disputa ancora tra' filosofi naturali, donde ella dipenda; se dalla tessitura ed intralciamento delle fibre, o dallo squisito contatto d' ogni particella, o dalla pressione dell' ambiente, o da altro glutine interpostovi; perciò volendo pure esaminarne il valore, e paragonare le diverse resistenze, che a varie figure, o quantità di sezioni possono convenire, non si può far altro, che misurare il valore di qualunque resistenza col minimo peso, che possa direttamente premendo superarla, o col grandissimo e sommo peso, che dal solido regger si possa, prima di cedere, e di spezzarsi: essendo pure il dovere, che se una forza, appoco appoco crescendo, giugne finalmente a vincere un' altra forza, prima d' arrivare a questo segno, si equilibri con essa, e precisamente uguagli coll' assoluto momento suo il valore di quella, non potendo di minore diventare successivamente maggiore, se prima in qualche differenza di tempo non si fa uguale alla forza competitrice. E però, se avendo attaccato fortemente in alto alla volta d' una camera un cilindro di vetro, di pietra, o di metallo s' intenderà questo talmente prolungarsi, che venga col proprio peso a rompersi: o pure se vi si attaccherà successivamente maggiore e maggior peso, finattanto che tra il proprio peso del cilindro, e quello che si aggiunge da' piedi, ne succeda finalmente l' effetto dello strappamento: quel minimo peso, che è abile a spezzare il corpo, o veramente quel sommo, che da esso si può sostenere senza spezzarsi, e che precisamente pareggia l' assoluta resistenza di quella sezione del cilindro, che dovrà scoprirsi nella rottura, con ragione si assumono per determinata misura di quella resistenza. E torna lo stesso prender l' uno, o l' altro de i detti pesi, cioè il maggiore che possa reggersi, ed il minimo abile a rompere il corpo: non differendo questi da quegli, che d' una quantità minore di qualsisia proposta, e per così dire infinitamente piccola, per cui appresso a' Matematici non si altera l' uguaglianza.

Ma sentiamo il nostro Autore, che in questo proposito altrove si dichiara così.

V. V. p. 10. *La resistenza d' un solido assolutamente presa, s' intenda esser sempre misurata da quel peso, che posto nell' estremità del solido fitto per di sopra in una volta, o comunque fermato da un capo nel muro, purchè il peso tiri direttamente a perpendicolo del piano della rottura, è bastante appunto a spezzarlo.*

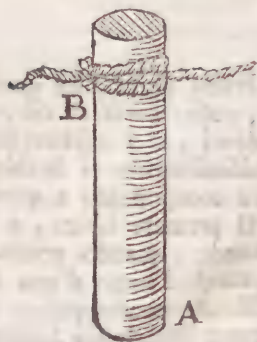
Sicchè nel prolungare perpendicolarmente il cilindro A B, *finchè segua il moto, cioè si faccia lo strappamento di esso dalla parte superiore, si viene con ciò a misurare la sua resistenza, imperocchè questo è l' istesso appunto, che dire, che la resistenza in* B *equivale al momento assoluto* B A.

B

A

V. V. p. 4. *Si sperimenti adunque quanto peso ci voglia a strappare i cilindri di vetro per diritto a piombo, che abbiano questa, o simil figura.* A B *sia un piano stabile in forma di due piastre, ne' tagli delle quali siano gli scavi in semicircolo d' un foro, dove accostate insieme, passi la verga*

di

197

di vetro C D, *rimanendovi impegnata col ſuo termine ſuperiore* C *più groſſo del fuſto, attaccando poſcia al termine inferiore* D *tanto peſo* E, *che faccia lo ſtrappamento.*

Di qui ſi cava la tariffa delle reſiſtenze aſſolute d' uguali ſezioni di metalli, e ſi può provare, ſe doppia ſezione voglia doppio peſo, come la ragione ce ne perſuade.

Però ſuppoſta nota la reſiſtenza d' un ſolido d'una data materia, che vien miſurata dalla ſorza, che la ſupera, tirandola perpendicolarmente, ſi potrà con regola miſurare le reſiſtenze riſpettive (ſecondo la diffinizione da apportarſi qui appreſſo) de' medeſimi ſolidi tenuti orizontalmente, o in altra inclinazione.

V. V. p. 9.

Ora ſeguendo l' ordine delle prime definizioni, per ſupplire ciò che manca nel MS. del noſtro Autore, diremo.

G. G.

Defin. IV. Momento riſpettivo d' un grave, o d' altra forza animata s' intenda quell' energia, che ha in riguardo alla maniera, con cui ſi applica per via di leva, o d' altra macchina, a muovere qualſivoglia reſiſtenza; il quale momento conſeguentemente varia, ſecondo la diſtanza dal centro del moto, e ſecondo la lunghezza della contralleva, con cui opera il reſiſtente, dalla quale riceve maggiore, o minore vantaggio.

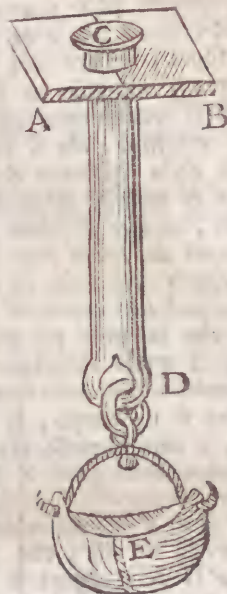
V. Reſiſtenza reſpettiva della ſezione d' un corpo è quella forza, con cui contraſta ad eſſere ſpezzato eſſo corpo nella detta ſezione, poſata ſopra qualche ſoſtegno, quando il peſo, o altra forza animata, che s' applica a farne lo ſtrappamento, tira obliquamente al piano della medeſima ſezione, coll' ajuto di maggiore, o minor leva, ſecondo cui conſeguentemente ſi varia in diverſe circoſtanze il valore di tal reſiſtenza: venendo però ſempre miſurata dal più gran peſo, che poſſa reggere, o dal minimo di quelli, che in tal diſpoſizione ſieno abili a ſuperarla; e viene a ſignificare lo ſteſſo, che il momento della reſiſtenza aſſoluta, che gli conviene in diverſe circoſtanze.

VI. Reſiſtenza omogenea uniforme della ſezione d' un ſolido, è quando ciaſcuna fibra d'eſſa ha uguale reſiſtenza aſſoluta, ſicchè dallo ſteſſo momento aſſoluto d' un grave, o d' altra forza perpendicolarmente applicatavi può ciaſcheduna eſſere ſuperata.

VII. Reſiſtenza varia e difforme della ſezione di un ſolido ſarà, quando le fibre di eſſo, non eſſendo ugualmente forti, non averanno ugual reſiſtenza aſſoluta, ma da diverſi momenti aſſoluti potrà qualunque di eſſe venire coſtretta allo ſtrappamento, come accade in un legno nodoſo, in un marmo di varie vene vergato, ec.

VIII. Centro delle reſiſtenze è quel punto, in cui raccolta ſi concepiſce tutta la forza delle reſiſtenze ſparſe per ogni fibra; nella maniera che il centro di gravità ſi dice quel punto, in cui raccolta ſi concepiſce l' azione della gravità d' un corpo; anzi ſi crede l' uno, e l' altro centro eſſere lo ſteſſo punto.

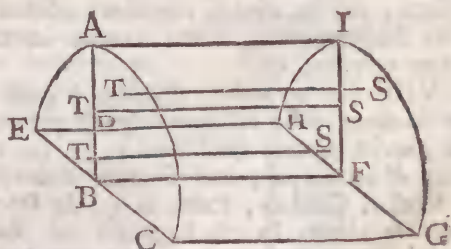
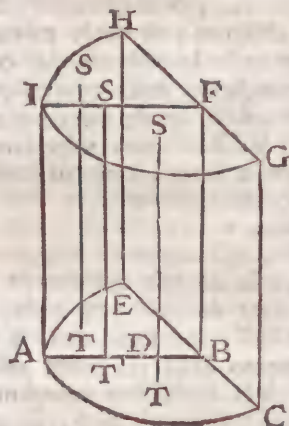
198

Così il Galileo, Padre di queſta ſcienza, da per tutto ſuppone; ed è ſenza conteſa alcuna in ciò ſeguitato dal Blondello, dal Leibnizio, dal Varignonio, e dal Bernoullio, e da quant' altri hanno poſcia trattato di reſiſtenze: i quali tutti concepiſcono la reſiſtenza riſpettiva di qualſivoglia ſezione d' un corpo, applicata nel centro di gravità, e come riunitaſi in eſſo: mentre gli danno per leva,

leva, con cui l'azione ſua ſi rende più vantaggioſa, la diſtanza di detto centro di gravità dall' appoggio, ſopra di cui far ſi debbe lo ſtrappamento; della quale ſuppoſizione però niuno mettendoſi in pena d' aſſegnarne qualche veriſimil ragione, tanto più è da ſtimarſi l' acutezza del noſtro Autore, che ſi provò, come ſopra, a dare una particolare definizione del centro delle reſiſtenze: ſebbene non l' abbiamo ne' ſuoi ſcritti ritrovata compiuta: e di più ne accenna altrove il fondamento col ſeguente diſcorſo.

V. V. p. 16. *E veriſſimo, che il centro di gravità della ſezione del ſolido fitto nel muro è il centro della reſiſtenza dell' attaccamento dell' una ſuperficie coll' altra ſua contigua: poichè gl' infiniti attaccamenti, e reſiſtenze ſi debbono ſupporre e conſiderare tutte uguali, mentre il ſolido ſia di materia omogenea. Se dunque le reſiſtenze di que' filamenti del ſolido ſono tutte uguali, e di uguale ſpeſſezza, ſaranno come tanti peſi eguali diſtribuiti in diſtanze eguali in una leva, che è la ſezione, e che gravitano nel loro centro di gravità comune, che è il centro di gravità di detta leva.*

G. G. Il che volendo più pienamente dichiarare, ſecondo la mente del noſtro Autore, la quale abbaſtanza riluce dallo sbozzo d' una figura ivi diſegnata, e dalle parole addotte di ſopra: diremo, che la forza, per cui attaccate ſi tengono le fibre d' un corpo, fa il medeſimo effetto, che farebbe un peſo, il quale calcaſſe, e comprimeſſe ciaſcuna parte contro dell' altra, onde ſiccome ſe innumerabili colonnette gravi S T, S T egualmente alte premeſſero contro la ſuperficie orizontale E A C, l' azione loro s' intenderebbe riunita nel centro comune di gravità di eſſe, che corriſponderebbe appunto al centro D della figura E A C, quando le dette colonnette colle baſi loro tutta la riempiſſero: di maniera che eſſendo la figura A E C ſoſtenuta ſopra la linea E C, farebbe lo sforzo delle colonnette prementi eguale al momento di un peſo, il quale pareggiando il peſo di tutte, foſſe applicato nel punto D della leva D B, mobile d' intorno al ſoſtegno B; Così ancora, rivoltandoſi la figura E A C, e diventando verticale, o ſtendendoſi in qualſivoglia altro piano, come quando è la comune ſezione d' un muro, e di un ſolido impegnatovi dentro, le fibre S T, S T, che tengono attaccato il ſolido A H I C alla ſuperficie E A C, eſſendo tante forze prementi per la direzione S T, ſi debbono intendere come riunite nel centro di gravità D della figura E A C, ed operanti col vantaggio della leva D B, mobile d' intorno al ſoſtegno B; non eſſendovi altro divario da queſta diſpoſizione all' altra di prima, che dell' eſſere le direzioni S T parallele, o inclinate all' orizzonte, dove prima elle erano perpendicolari; il che non può variare nulla nel modo di operare, ſicchè ciò, che prima facevano per un verſo, ora non lo facciano per l' altro corriſpondente alla loro coſtituzione, diretta non più al centro della terra, ma ad un altro punto lateralmente poſto in una infinita diſtanza, nella medeſima dirittura perpendicolare alla ſteſſa ſezione.

199

Sup-

Supposizioni.

I. Qualunque peso sempre discendere, qualunque volta il suo centro di gravità movendosi, può accostarsi al centro comune de' gravi, se da maggiore forza, e resistenza non venga impedito. V. V. p. 65.

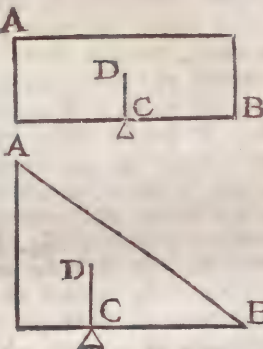
II. Qualunque peso liberamente si sospenda pel suo centro di gravità, non potersi giammai fermare, finattanto ch' esso centro non abbia acquistato l' infimo punto della circonferenza, per cui si muove.

III. Qualunque solido posato sopra un sostegno, allora fermarsi, quando la linea retta, che congiugne il centro di gravità del solido, ed il contatto di esso col sostegno, sarà perpendicolare all' orizzonte. Cioè allora il cilindro A B, o cono, o altro solido starà fermo sopra il sostegno C, quando tirata dal centro di gravità loro D la linea D C, sarà perpendicolare all' orizzonte: perchè qualunque grave ha momento per la perpendicolare tirata dal suo centro di gravità, che è la brevissima verso il centro comune de' gravi; e dovendosi muovere, non è maggior ragione, che si muova dall' una parte più, che dall' altra.

IV. Qualunque resistenza potersi superare da un peso, o da una forza, o da un momento, che sia maggiore di essa resistenza.

V. In questa scienza delle resistenze, doversi astrarre dalla flessibilità de' corpi, che fanno molla, potendo questi alterare le proporzioni investigate: siccome si dee prescindere ancora dalle tempere, e varie crudezze de' metalli. V. V. p. 9.

Imperocchè la cedenza delle materie de' solidi altera le proporzioni delle resistenze a segno tale, che un medesimo ferro sarà ora più, ora meno resistente, secondo la differenza delle tempere, e secondo la sua flessibilità, che in virtù di dette tempere si fa or maggiore, or minore; e però, data la resistenza assoluta d' un solido in una tal sezione, volendo ricercare la resistenza rispettiva, che è quella, quando se gli fa forza pel traverso, converrà immaginarsi la materia nulla cedente, perchè più e più che cederà, maggiore e maggior peso vi vorrà a fare la rottura. V. V. p. 2. 200

Quindi è, che una spada ben temperata si piega bensì facilmente, ma non così agevole cosa è il romperla, come si farebbe d' una pari lastra di ferro, che fusse crudo e rozzo. Così per la stessa ragione più facilmente si spezza una verga di legno secco, che quando era verde, e flessibile; ed è stato osservato da Monsù Parent, che l' Abete, il quale è più cedente della Quercia, sostiene maggior peso prima di rompersi: di maniera che ordinariamente la resistenza di quello alla resistenza di questa si stima essere, come 358 a 300, o come 119 a 100, secondo le sperienze rapportate nelle memorie dell' Accademia Reale di Parigi del 1707. Dove ancora si riferisce dal medesimo Autore, che nel cedere e piegarsi le fibre d' un solido, la curvatura di esso raccorcia la leva d' intorno a una sua parte quadragesima quinta, allorchè il solido è ritenuto in un termine solo: ma la scorcia d' un sessagesimo solamente, quando sia ritenuto in ambi gli estremi. Il che però ricercherebbe più esatta e diligente osservazione; essendo verisimile, che la varietà delle materie permetta, che le fibre superiori diversamente si stendano, e l' inferiori si comprimano, cagionandosi uno stiramento, ed una compressione, quando più, quando meno violenta, la quale un grandissimo dispendio di forze richiede, ed a cui una diversa piegatura del solido corrisponde, e per G. G.

conseguenza si viene a scorciare con diversissima proporzione la leva; onde non solamente delle resistenze assolute, ma ancora delle rispettive, considerate per altro in pari circostanze, è vero ciò che altrove dice il nostro Autore, e può registrarsi per sesta supposizione, cioè che

V. V. p. 9. *VI. La diversità della materia altera la resistenza, poichè due solidi eguali, e simili, ma di materia diversa, come di vetro l' uno, e l' altro d' acciajo ec. resistono disugualmente.*

V. V. p. 16. *VII. La separazione delle due superficie del solido tenuto per traverso si fa nel medesimo instante, tanto nei punti remoti dal sostegno, che ne i vicini, e che in quelli di mezzo: stante che tale separazione si fa con moto regolare dell' una superficie che si muove, dall' altra che sta ferma.*

G. G. Il che è coerente all' ipotesi del Galileo, che suppose altresì strapparsi in uno istante tutte le fibre del solido, quando si rompe trasversalmente: come di necessità debbe succedere, secondo la quinta supposizione, che le fibre non sieno cedenti, ma che senza allungarsi, o stendersi per di sopra, nè serrarsi, o comprimersi per di sotto, si strappino. E' ben vero, che il Mariotte nel suo trattato del moto dell' acque part. 5. disc. 2. il Leibnizio negli Atti di Lipsia del mese di Luglio 1684. ed il Varignonio nelle memorie dell' Accademia Reale del 1702 stimarono più verisimile ipotesi il supporre, che si stendano, e stirino alquanto le fibre, e più le lontane dal sostegno, che le vicine, a proporzione della distanza dal centro del moto, cioè dal sostegno, sopra di cui si fa la rottura; e poscia il Sig. Jacopo Bernoulli di questa medesima supposizione non contento, ne propose un' altra da lui, e da altri creduta più vera, in cui s' immagina, che prima di spezzarsi il solido, alcune fibre vicino all' appoggio si comprimano, altre più sopra si stendano: sicchè tra l' une, e l' altre vi abbia un punto di mezzo, che non soffre veruna compressione, o stendimento alcuno, e da cui verso l' una, e l' altra parte sempre più si aumentino l' estensioni delle fibre superiori, e le compressioni dell' inferiori, come apparisce da una lettera di questo celebre Matematico, scritta li 12 Marzo 1705, ed inserita nelle memorie dell' Accademia Reale di Parigi dello stesso anno. Ma queste diversità d' opinioni dimostrano appunto, quanto difficil cosa sia il determinare la vera e naturale ipotesi, la quale può essere, che in varj casi molto diversa si trovi: e però quanto meglio sia l' astraere da cotesti accidenti, per illustrare teoricamente la materia, che abbiamo per le mani, come ha fatto il Galileo, e con esso il nostro Autore: lasciando a' Filosofi, ed a' Pratici osservatori della natura, il mettere in conto quelle differenze, che può recar seco la diversa tessitura, e fortezza, e flessibilità delle fibre in qualsivoglia materia; limitando con esse, o modificando le conclusioni dedotte generalmente da' fondamenti teorici di questa dottrina.

201

V. V. p. 16. *VIII. Nello strappare un solido per diritto, si hanno da considerare due resistenze: una è quella dell' attaccamento de' filamenti del solido, la quale è diversa, secondo le diversità delle materie d' esso solido, e ne' metalli secondo le tempere: l' altra è quella del vacuo, che in tutte le materie è sempre la stessa, a proporzione delle grossezze del solido; ma nello strappare il solido per traverso, pare che la resistenza del vacuo cessi affatto, poichè mostra l' esperienza, che volendo separare con moto parallelo una lamina di vetro liscio da un' altra lamina simile, vi vuole buona forza, che è quella del vacuo; ma volendole separare con moto angolare, non vi si ricerca punto di forza.*

G. G. Da molti luoghi di quest' opera già espressamente apparisce, che l' Autore nostro vi lavorava intorno per fino dall' anno 1644. ma quando la malignità di qualche invidioso volesse sospettare, essere stata per affettazione aggiunta assai dopo in varj luoghi del MS. la nota di tempo più antico: eccone in questa stes-

sa

sa supposizione un altro evidente riscontro, dove nomina *la forza del vacuo*, seguendo la maniera di favellare degli antichi, adoperata ancora dal Galileo suo maestro nel primo dialogo; il che dimostra, essere ciò stato scritto prima dell' anno 1644. in cui il Torricelli per mezzo della sua famosa sperienza, di cui appunto fu ministro e primo esecutore il nostro Viviani, rinvenisse la vera cagione di ciò, che s' attribuiva alla forza del voto, e palesasse esser questa la sola pressione dell' aria; non essendo verisimile, che dopo sì celebre e sì felice scuoprimento, a lui prima che ad altri notissimo, seguitasse il nostro Autore a chiamare col volgo *forza del voto*, cioè di un mero nulla, quello che potea, con maggiore proprietà di parlare, e con più ragionevole sentimento, chiamare forza della pressione dell' aere esterno, o d' altro fluido ambiente.

Diremo adunque, che siccome essendo congiunte insieme due pulitissime lastre di marmo, o di vetro, si sperimenta grandissima difficultà in separarle direttamente, non ostante che a tale effetto non sia d' uopo lo strappare veruna fibra, per cui si connetta questa lastra con quella: ma in vigore solamente della pressione, con cui l' aere esterno (o forse altro fluido più tenue) calca l' una contro dell' altra, resistono alla separazione, mancandovi l' aria di mezzo, che ajuti a spignere, secondo la direzione della forza, che tenta disgiugnerle; così dovendosi direttamente strappare un corpo, separandone un pezzo dall' altro contiguo, si sente la stessa ripugnanza, che si proverebbe, quando fussero già divisi, ma da uno squisito contatto, per opera della pressione del fluido ambiente, stessero insieme attaccati: ed oltre a ciò si prova tutta la difficultà, che risulta dalla tessitura, intralciamento, o forza interna, che hanno le fibre, per cui resistono alla divisione. Laddove quando trasversalmente si tenta lo spezzamento d' un solido, rimane solo la seconda difficultà da superare, ma non la prima, perchè da ogni lato essendo premuto il solido, cioè da destra a sinistra, e da sinistra a destra, ogni poco di forza che si applichi, per volerlo spignere più per un verso, che per l' altro, viene ajutata dall' una, o dall' altra delle pressioni opposte, che si equilibrano; onde (se non ostasse l' intralciamento delle fibre, o l' interna forza, con cui esse alla divisione resistono) facilmente ne seguirebbe la separazione d' un pezzo dall' altro; e per ciò molto più agevole sarà ancora per questo capo il vincere la resistenza rispettiva, che l' assoluta, benchè non vi fusse il vantaggio della leva, come se il solido sporgesse fuori del muro per una distanza uguale al suo semidiametro, e che perciò il peso attaccato alla sua estremità fosse lontano dal sostegno altrettanto, quanto ne è lontana la resistenza, che si concepisce tutta ridotta nel centro della sua base, ad ogni modo maggior peso sarebbe necessario per romperlo, tirando con direzione perpendicolare alla base, che tirando obliquamente. 202

E potrebbe anch' essere, che questa, e non lo stiramento delle fibre fosse la cagione, per cui le sperienze fatte dal Sig. Paolo Wrzio, come riferisce il Blondello, ed il Leibnizio, e le altre fatte dal Mariotte, mostrarono ricercarsi allo strappamento diretto de' solidi un molto maggior peso, di quello, che secondo la teoria del Galileo avrebbe dovuto bastare, in paragone di quel peso, che li rompeva, tirandoli obliquamente. Per esempio, riferisce il Mariotte, che per istrappare direttamente un cilindretto di legno, il cui diametro era di 3 linee, vi vollero 330 libbre di peso: quando, secondo il calcolo del Galileo, se ne sarebbero ricercate solo 180. Chi sa, che quelle 150 di più, le quali vi s' impiegarono, non corrispondessero appunto alla pressione dell' aria, da cui il Galileo fece astrazione, per non averne alcuna notizia?

E' ben vero, che se avesse il Sig. Viviani riveduta e perfezionata questa sua opera, non solamente in vece della forza del vacuo, surrogata averebbe la pressione dell' aria, ma non credo, che impegnato si sarebbe a dire, essere que-

ſta forza la ſteſſa in tutte le materie, ſolamente variando a proporzione delle groſſezze de' ſolidi; perchè ſecondo la teſſitura, ed intralciamento delle parti componenti de' ſolidi, è manifeſto, alcuni eſſere di più rara, altri di più ſerrata ſtruttura, e da' pori di queſte, o di quelle materie, dove più, dove meno perfettamente venir' eſcluſa l' aria groſſa, o ſottile: dalle quali circoſtanze ſi varia in molte maniere il momento dell' aria eſterna premente, facendoſi ora maggiore, ed ora minore. Si può preſcindere però ancora da queſta forza, per dar luogo alla teoria generale, mettendola poi in conto, quando occorra, nella pratica.

V. V. p. 16. *IX. In oltre poi ſi poſſono conſiderare le ſezioni de' ſolidi come gravi, e a guiſa d' Archimede figurarſi, che i piani abbiano peſo, e che poi tali piani poſati ſul ſoſtegno della leva ec.*

G. G. M' immagino voleſſe dire, che tali piani, conſiderati come gravi, applicati al ſoſtegno della leva, contraſtino col peſo, o colla forza, che tende a fare lo ſtrappamento, e così l' immaginario peſo di detti piani (conſiderato però come tendente ad un centro poſto in infinita diſtanza da eſſi, per una direzione perpendicolare a' medeſimi) equivalga alla forza della reſiſtenza aſſoluta, o riſpettiva, che per un verſo direttamente, o almeno in parte oppoſto alla direzione della potenza, che cerca di effettuare lo ſtrappamento, li va continuamente tirando. Donde tanto più chiaro appariſce, che il centro delle reſiſtenze (come ſi è detto alla defin. 8.) ſia il medeſimo, che il centro di gravità della ſezione, in cui ſi fa la rottura.

203

Anzi in ſeguito di queſta ſuppoſizione il noſtro Autore ha propoſte queſt' altre da lui chiamate

Definizioni Seconde.

V. V. p. 7. *I. Piani, o ſezioni d' uguale gravità in ſpecie chiamo quelle, delle quali parti eguali peſano ugualmente.*

II. Piani, o ſezioni d' ugual gravità aſſoluta, quelle che peſano ugualmente, o uguali, o diſuguali che ſieno tra di loro.

III. Piani, o ſezioni di diverſa gravità in ſpecie quelle, delle quali parti uguali peſano diſugualmente.

IV. Piani, o ſezioni di diverſa gravità aſſoluta quelle, le quali peſano diſugualmente, o uguali, o diſuguali che ſiano tra di loro.

G. G. Queſte diverſe maniere di gravità, credo che appreſſo il noſtro Autore equivalgano a varie reſiſtenze uniformi, o difformi già di ſopra definite; in quanto che ce ne poſſono rappreſentare varj gradi, riducendoli ad una idea più diſtinta, che abbiamo della diverſa gravità, che in varie materie corporee già ci è nota e manifeſta; il che giova a fiſſarci meglio la fantaſia, e fare sì, che più chiaro concepiſca la diverſa forza di reſiſtenza, che per eſempio ha il marmo dal ferro, o dal legno, coll' analogia del peſo diverſo, che in pari mole hanno varj corpi, come piombo, argento, acqua, pietra, ec.

E ſebbene vi ha chi crede, che io averei fatto meglio a diſſimulare queſte ſeconde diffinizioni, per eſſere ſuperflue, ſecondo il detto d' alcuni moderni, da' quali viene riſolutamente aſſerito, non doverſi definire l' uguaglianza, e diſuguaglianza, eſſendo a ſuo giudizio coſe chiare per ſe ſteſſe, e manifeſte, *e di lor natura, per così dire, indefinibili*, aſſicurando che *nè Euclide, nè alcun altro Matematico ſi è mai meſſo a definire l' egualità, quando l' ha voluta applicare ad altre coſe;* tuttavolta io non ho ſtimato bene di ometterle: sì per dar fuori intieramente tutto ciò, che il noſtio Autore avea preparato ſopra queſta materia; e sì perchè ſono di parere, che non ſi poſſano riprendere queſte definizioni del

Sig.

Sig. Viviani, a similitudine di quelle, che nello stesso proposito per i corpi d' egual gravità assoluta, e d' egual gravità specifica, recò il Galileo nelle Galleggianti, ed il Borelli nel suo Archimede: per non dir nulla, che la pretesa induzione di Euclide, e degli altri Matematici è falsa, avendo noi da Euclide nel lib. 3. degli Elementi la definizione 1. de' cerchi eguali, e la quarta delle rette egualmente lontane dal centro del cerchio; e nel lib. 11. la decima de' solidi eguali, e simili; e nel frammento che di lui ci resta delle cose leggeri, e gravi, defin. 1. de' corpi uguali in grandezza, e la defin. 4. de' corpi eguali in potenza: e da Apollonio nel lib. 6. la defin. 1. delle sezioni coniche uguali, e la sesta de' segmenti loro uguali, e da Teodosio nel lib. 1. degli sferici la sesta de' cerchi ugualmente distanti dal centro della sfera; e da Gregorio di S. Vincenzio nel lib. 5. della quadratura del cerchio, la defin. 7. delle parabole uguali, e nel sesto l' ottava dell' iperbole uguali; e da Alessandro Marchetti, nel libro della resistenza de' solidi, la definizione di quelli che sono di uguale, e di quelli che sono di maggiore, o minor resistenza; e da questi medesimi Scrittori, da' quali fu mosso questo scrupolo, e la definizione (buona, o rea ch' ella siasi) degli angoli solidi uguali, e l'altra dell' uguale moltiplicità; onde il celebre Matematico Isacco Barrovio nella terza lezione matematica di quelle, che recitò nel 1665. in Cantabrigia, e stampate furono nel 1684. in Londra, giudiciosamente disse: *Illorum nihil moror sententiam, qui æqualitatis, similitudinis, & ejusmodi relationum ingenitas nobis a natura species arbitrantur; quando commentum illud, ut jam antea vidimus, haud sit necessarium, & minus idoneum scientiis, nec ulla, quod ego percipiam, præter metaphysicas quasdam vocabulorum perplexitates & argutias, solida ratione subnixum*: del che più a lungo nelle seguenti lezioni poscia discorre. 204

Ma è tempo oramai, premessi questi principj, di venire alle proposizioni.

Proposizione I. Teorema I.

I momenti di resistenza della medesima sezione, e di sezioni uguali, sono tra di loro, come le distanze del centro di gravità d' esse dal sostegno. V. V. p. 37. G. G.

Ciò è evidente, perchè essendo la stessa grandezza di sezione, e supponendosi le materie omogenee, sarà la stessa resistenza assoluta, e solo varierà la respettiva, cioè il momento di detta resistenza, a misura della leva favorevole, cui viene applicata, la qual leva non è altro, che la distanza del centro di gravità della figura (in cui riconcentrata si concepisce la resistenza per la definizione) dall' appoggio, sopra di cui si fa il moto nella rottura del solido.

Proposizione II. Teor. II.

I momenti delle resistenze nelle sezioni de' solidi, le di cui basi siano disuguali, ed eguali le altezze, sono come le medesime basi. V. V. p. 36. G. G.

Ciò si verifica in tutte quelle figure di sezioni, nelle quali i centri di gravità dividono gli assi nella medesima ragione.

Imperocchè essendo uguali l' altezze, saranno altresì uguali le distanze de' centri di gravità da' sostegni; e però i momenti delle resistenze di tali sezioni varieranno solamente a misura, che variano le grandezze loro; onde saranno come le basi disuguali di esse.

Corollario I. In qualsivoglia sorta di figure, essendo uguali le distanze del centro di gravità di esse dal sostegno, saranno i momenti delle loro resistenze proporzionali alle grandezze di esse figure.

Corol-

Corollario II. Quindi è agevol coſa il raccogliere, che generalmente i momenti delle reſiſtenze di due ſezioni A, C, hanno la ragione compoſta di quella, che è tra le grandezze di eſſe, e di quella che paſſa fra le diſtanze de' loro centri di gravità da' ſoſtegni; imperocchè preſa di mezzo un' altra ſezione B uguale di grandezza alla A, ma che abbia il centro di gravità ugualmente diſtante dal ſoſtegno, come ha l' altra C; ſarà il momento della reſiſtenza A al momento della reſiſtenza C in ragione compoſta di quella che ha il momento della reſiſtenza A al momento della reſiſtenza B, e di quella che è tra il momento della reſiſtenza B, ed il momento della reſiſtenza C; ma la prima ragione (per la prop. 1.) è eguale alla ragione delle diſtanze de' centri di gravità da' ſoſtegni, che ſono in A, & in B (ovvero in C;) e la ſeconda ragione è quella, che paſſa tra le ſteſſe grandezze delle ſezioni B (ovvero A) e C (pel Coroll. preced.) dunque il momento della reſiſtenza A a quello della reſiſtenza C è in ragione compoſta delle ragioni di eſſe grandezze A, C, e delle diſtanze de' centri loro di gravità da' ſoſtegni.

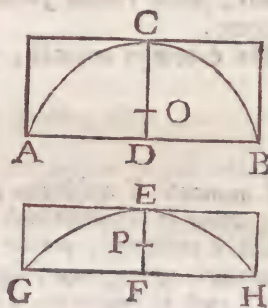
A C
B

205

Propoſizione III. Teor. III.

V. V. p. 34.

I momenti delle reſiſtenze nelle ſezioni de' ſolidi, le quali abbiano ugual baſe, e diſuguale altezza, ſono tra di loro, come i quadrati dell' altezze (Purchè le dette ſezioni ſieno tali, che i centri di gravità di eſſe dividano gli aſſi nella ſteſſa ragione)

Siano le figure A C B, G E H *le comuni ſezioni di alcuni ſolidi, orizzontalmente diſteſi, e dal muro, in cui perpendicolarmente ſono fitti, e ſi ſuppongano o mezze elliſſi, o rettangoli, o triangoli, o parabole: purchè abbiano le baſi uguali* A B, G H, *ma l' altezze diſuguali* C D, E F. *Dico, che il momento della reſiſtenza* A C B *al momento della reſiſtenza* E G H (*i quali momenti pel corollor. 2. della precedente, provengono dalle grandezze delle dette ſezioni, e dalle diſtanze de' centri di gravità loro da' ſoſtegni, ne' quali ſi ſoſpendono i detti ſolidi, cioè dalle* O D, P F) *ſia come il quadrato dell' altezza* C D *al quadrato dell' altezza* E F *di dette ſezioni.*

G. G.

Imperocchè queſta ſorta di figure, avendo ugual baſe, ſono come l' altezze C D, E F; ed i centri loro di gravità ſono dalla baſe diſtanti per una parte proporzionale di dette altezze: di maniera che O D a P F ſia come C D ad E F; e però la ragione de i detti momenti, compoſta di quella delle grandezze, e dell' altra delle dette diſtanze, è duplicata di ciaſcuna di eſſe; onde è come la ragione de' quadrati dell' altezza C D, E F. Il che ec.

Corollario. Quindi ancora può dedurſi, eſſere la ragione de i detti momenti duplicata di quella delle diſtanze da' ſoſtegni, cioè come i loro quadrati.

Propoſizione IV. Teor. IV.

V. V. p. 35.

I momenti delle reſiſtenze nelle ſezioni ſimili di qualche ſolido ſono tra di loro, come i cubi dell' altezze.

Perchè la grandezza delle figure ſimili è in ragione duplicata di quella de' lati omologhi, o dell' altezze loro: ſi aggiunga la ragione delle diſtanze de' centri di gravità da' ſoſtegni, la quale è pure la medeſima con quella dell' altezze;

206

ze ; ne risulterà la ragione composta di quella delle grandezze, e delle dette distanze, cioè (pel Coroll. 2. della prop. 2.) quella de' momenti delle resistenze, uguale alla triplicata dell' altezze : cioè a quella de' cubi delle medesime ; il che ec.

Corollario. Quindi i momenti delle sezioni di qualsivoglia solido rotondo sono come i cubi de' diametri d' esse sezioni.

Proposizione V. Teor. V.

De i cilindri, e prismi ugualmente grossi, e disugualmente lunghi, le resistenze ad essere spezzati per traverso hanno reciproca proporzione delle lunghezze ; o per meglio dire, le forze che si ricercano per ispezzare tali solidi, hanno reciproca proporzione delle dette lunghezze.

Poichè, posto che il peso E *sia il minimo, che appeso in* C *serva per ispezzare in* B A, *colla leva* B C ; *con leva minore di essa, maggior peso si richiederà per fare l' istesso effetto ; e tanto maggiore, quanto la prima leva supera la seconda : non essendo altro il ridursi tal solido prossimo allo spezzarsi, che un farsi l' equilibrio tra la resistenza posta nel centro della base* B A, *ed il peso posto in diversi luoghi della lunghezza del solido, considerato come nulla pesante.*

G. G.

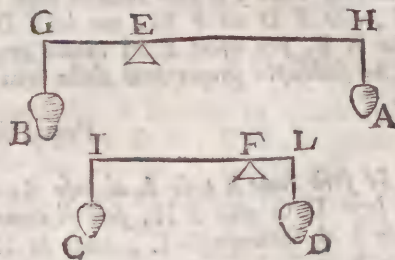
L' intenzione del Sig. Viviani era, che questa proposizione si ponesse dopo la prima delle resistenze del Galileo, perchè questi non la prova, ma bensì la suppone per se nota nella proposizione quinta.

Proposizione VI. Teor. VI.

207
V. V.
p. 32.

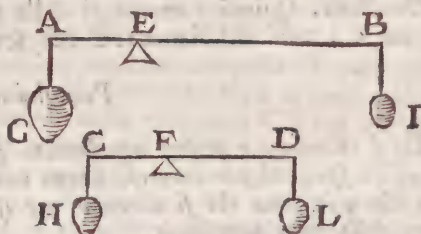
Se A *equilibra* B, *e* D *equilibra* C ; *sempre il peso* A *al peso* D *ha la proporzione composta di quella della distanza* G E *alla* E H, *e di quella del peso* B *al peso* C, *o resistenza* B *alla* C, *e della distanza* L F *alla* F I.

Poichè il peso A *al peso* D *ha la proporzione composta del peso* A *al peso* B, *del* B *al* C *e del* C *al* D ; *ma il peso* A *al* B *sta come* G E *ad* E H ; *e il peso* B *al* C *sta come l' istesso* B *al* C, *o come la resistenza* B *alla* C ; *ed il peso* C *al* D, *come la distanza* L F *alla* F I ; *dunque il peso* A *al peso* D *è in ragione composta delle suddette proporzioni. Il che ec.*

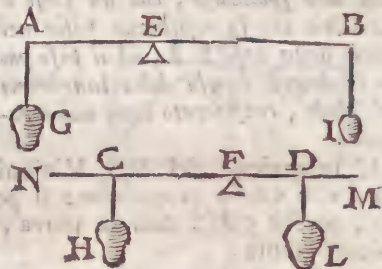
Pro-

Proposizione VII. Teor. VII.

V. V. p. 21. e 46.

Se saranno le due libre AB, CD, *con i sostegni* E, F, *e colle contralleve* A E, C F, *uguali tra loro, e con i pesi, e resistenze* G, H, *che tra loro stiano, come le leve* E B, F D *omologamente; dico che se in* B, *e* D *si appenderanno i pesi* I, L *che equilibrino le resistenze* G, H, *i detti pesi* I, L, *saranno uguali.*

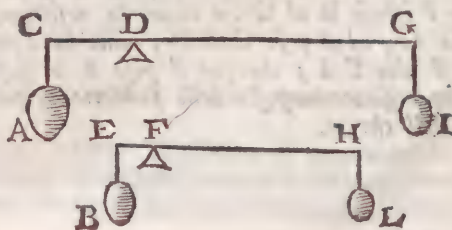
Poichè, per l' antecedente, il peso I *al peso* L *ha la proporzione composta della* A E *alla* E B, *del peso* G *al peso* H, *cioè per supposizione, della* E B *alla* F D, *e della* F D *alla* F C; *ma anche l'* A E *alla* F C *ha la proporzione composta delle medesime linee, cioè della* A E *alla* EB, *della* E B *alla* F D, *e della* F D *alla* F C; *dunque il peso* I *al peso* L *sta come la* A E *alla* F C, *cioè gli è uguale; il che ec.*

Proposizione VIII. Teor. VIII.

Siano le due libre, come sopra, con i bracci uguali A E, C F, *e le resistenze* G, H, *che tra loro abbiano suddupla proporzione delle leve* E B, F D. *Dico, che il contrappeso* I *al contrappeso* L, (*da quali si equilibrano le* G, H) *ha suddupla proporzione delle leve reciprocamente prese, cioè della leva* F D *alla* E B; *o pure sta, come la leva* F D *alla media* F M *tra* F D, *ed* E B.

208 *Poichè per la propos. 6. il peso* I *al peso* L *ha proporzione composta delle proporzioni di* A E *ad* E B, *e della resistenza* G *alla resistenza* H, *cioè della leva* E B *ad* F M (*che ha suddupla proporzione della* E B *alla* F D) *e della leva* F D *alla* F C, *cioè della* F M *alla* F N) *quarta proporzionale dopo* F D, F M, F C) *ma ancora l'* A E *alla* N F *ha la proporzione composta delle medesime linee; e però come il peso* I *al peso* L, *così sta* A E, *ovvero* C F *ad* F N, *cioè* F D *ad* F M; *ma la* F D *alla* F M *ha suddupla proporzione della* F D *alla* E B, *per essere* F M *media proporzionale fra esse: dunque il peso* I *al peso* L *ha suddupla proporzione della leva* F D *alla* E B *reciprocamente prese, il che ec.*

Proposizione IX. Teor. IX.

V. V. p. 52.

Se sarà come il peso A *al peso* B, *così la leva* D G *alla* F H, *sarà il contrappeso* I *al contrappeso* L, *come la* C D *alla* E F.

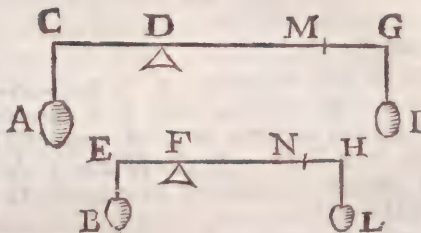
Poichè il peso I *al peso* A *sta come* C D *alla* D G, *ed il peso* A *al peso* B *sta come la* D G *alla* F H; *dunque per l' ugualità, il peso* I *al peso* B *sta come la* C D *alla* F H; *ma il peso* B *al peso* L

sta

sta come H F *ad* F E: *dunque per l' ugualità, il peso* I *al peso* L *sta come la* C D *alla* E F; *Il che si dovea dimostrare.*

Corollario. Agevolmente quindi si ricava, che nelle premesse circostanze, essendo ancora C D uguale ad E F, saranno i contrappesi I, ed L tra di loro uguali, che è la prop. 7. già di sopra dimostrata. *G. G.*

Proposizione X. Teor. X.

Se nelle libre similmente divise C G, E H, *ne' loro sostegni* D, F, *sarà come la resistenza* A *alla resistenza* B, *così il quadrato* D G *al quadrato* F H: *sarà il contrappeso* I, *che equilibra lo* A, *al contrappeso* L, *che equilibra* B, *come il quadrato* C D *al quadrato* E F. *V. V. p. 52.*

Perchè presa la D M *media tra* C D, D G, *e la* F N *media tra* E F, F H, *sarà come il peso* I *alla resistenza* A, *così la* C D *alla* D G, *cioè come il quadrato* C D *al quadrato* D M: *e come la resistenza* A *alla* B, *così il quadrato* D G *al quadrato* F H, *cioè come il quadrato* D M *allo* F N (*il che appresso dimostrerassi*) *dunque per l' ugual proporzione come il peso* I *alla resistenza* B, *così il quadrato* C D *al quadrato* F N; *ma la resistenza* B *al peso* L *sta come la* F H *alla* F E, *cioè come il quadrato* F N *al quadrato* E F: *dunque di nuovo per l' ugual proporzione, il peso* I *al peso* L *starà, come il quadrato* C D *al quadrato* E F. *Il che si dovea dimostrare.*

Non si trova nel MS. del Sig. Viviani la promessa dimostrazione di quell' assunto, cioè che il quadrato D G al quadrato F H sia come il quadrato D M al quadrato F N; ma si raccoglie ciò agevolmente, supposta la simile divisione delle due leve C G, E H in D ed F (da noi però aggiunta nel titolo di questa proposizione, la quale altrimenti non si potrebbe verificare) stante la quale, per essere le proporzioni di G D a D C, e di H F ad F E, tra di loro uguali, ancora le loro sudduple (e lo stesso sarebbe delle suttriple, suquadruple ec. e d' altre quantosivoglia ugualmente moltiplici, o summoltiplici di esse) saranno tra di loro parimente uguali; e però G D a D M sarà, come H F ad F N; e permutando, tanto esse, quanto i loro quadrati, saranno proporzionali. *G. G.* 209

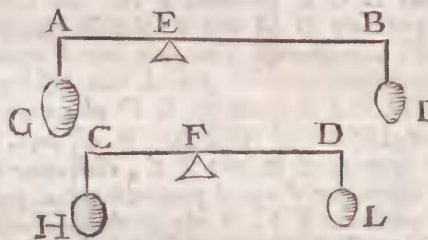
Anzi si potrebbe quindi rendere la proposizione più generale, ed ancora dimostrarla più speditamente, dicendo, che se nelle due libre C G, E H, similmente divise da' sostegni D, F, le resistenze A, B saranno in qualsivoglia proporzione multiplice, o summoltiplice delle braccia D G, F H, o come i quadrati, cubi, ec. o radici quadrate, cubiche ec. di esse: i contrappesi I, L averanno la stessa ragione ugualmente multiplice, o summoltiplice di quella delle braccia C D, E F, o saranno parimente come i quadrati, o cubi, o radici quadre, o cubiche ec. loro corrispondenti. Perchè essendo A ad I, come G D a D C, cioè come H F ad F E, per l' ipotesi, ovvero come B ad L, per l' equilibrio, sarà permutando, come A a B, così I ad L, onde se la prima ragione è multiplice, o summoltiplice di quella di D G ad F H, la quale permutando è la medesima con quella di C D ad E F, ancora la seconda ragione, cioè di I ad L, sarà parimente multiplice, o summoltiplice di quella di C D ad E F. Il che ec.

Ma se le due libre C G, E H non fussero proporzionalmente divise in D, F, supponendosi col nostro Autore, essere le resistenze A, B, come i quadrati delle braccia D G, F H, saranno i contrappesi I, L, come i rettangoli C D G, E F H; imperocchè starà I ad A, come C D a D G, o pure come il rettangolo C D G al quadrato D G; ed A a B sta come il quadrato D G al quadrato F H, e B ad L, come F H ad E F, cioè come il quadrato F H al rettangolo E F H; dunque per l' ugual proporzione starà I ad L, come il rettangolo C D G al rettangolo E F H; Il che ec.

Proposizione XI. Teor. XI.

V. V. p. 50. *Se le resistenze di due libre staranno come le dignità dello stesso grado delle contralleve, e le leve saranno uguali, i contrappesi staranno, come le dignità delle medesime contralleve d' un grado più alte.*

G. G. In questa bellissima, ed universale proposizione intende l' autore per dignità le potestà algebraiche, come quadrati, cubi, biquadrati, sursolidi, ec. denominate da' loro esponenti 2. 3. 4. 5. ec. e dice, che essendo I ad L, come qualunque dignità della leva E B, denominata dal numero *m*, ad una simile della leva F D, essendo le due E A, F C uguali, saranno i contrappesi G, H nella ragione delle dignità d'un grado più alte, appartenenti alle medesime leve E B, F D, cioè denominate dal numero *m i*.

210 Imperocchè G ad I sta, come B E ad E A; I ad L sta, come la dignità di E B denominata dal numero *m* alla simile della F D; L ad H è come C F, ovvero A E ad F D; adunque G ad H ha ragione composta di B E ad E A, e di E A ad F D (le quali due fanno la sola ragione di E B ad F D) e di quella, che ha la dignità di E B, denominata da *m*, alla simile dignità di F D; e però sta, come la dignità della E B un grado più alta, cioè denominata da *m i* alla simile, dignità di F D: perchè queste tali dignità averebbero altresì la proporzione composta delle medesime proporzioni. Il che si dovea dimostrare.

Corollario I. Quindi se I ad L sta, come il quadrato E B al quadrato F D, sarà G ad H, come il cubo di E B al cubo di F D.

Corollario II. Viceversa, se G ad H ha la proporzione, che è tra qualsivogliano dignità dello stesso grado, di E B ad F D, saranno I, ed L nella proporzione delle dignità un grado più basse, delle medesime E B, F D.

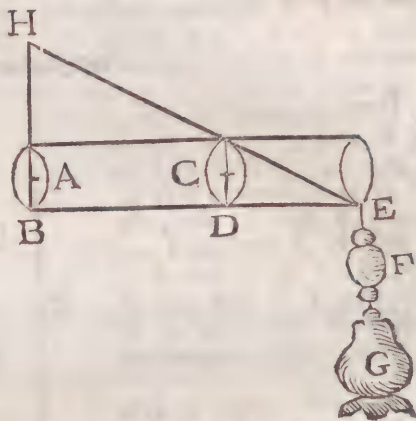
Corollario III. Quando G ad H fosse in ragione suddupla delle E B, F D (che è quanto dire corrispondenti alle dignità di E B, F D, denominate dalla metà dell' unità) allora per essere I ad L, come le stesse dignità di E B, F D un grado più basse, cioè denominate da una metà meno del nulla, saranno reciprocamente in ragione suddupla di F D ad E B, come nella proposizione 8.

Corollario IV. Ma essendo G ad H, come appunto E B ad F D (che sono le dignità semplici denominate dall' unità) per essere le I, ed L corrispondenti alle dignità delle medesime un grado più basse, cioè denominate dallo zero, dovranno essere tra di loro nella ragione di ugualità, come nella proposizione 7.

Pro-

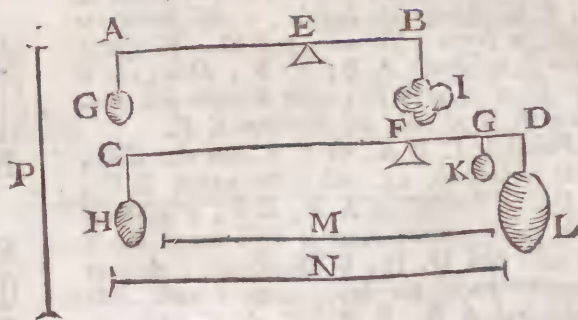
Proposizione XII. Teor. XII.

Ne i cilindri senza peso proprio, che si vanno allungando fuori del muro a squadra, i pesi equivalenti alle resistenze vanno scemando colla proporzione reciproca delle lunghezze. V. V. p. 51.

Il peso F *equilibri la resistenza* A B, *ed il peso* G *la resistenza* C D; *dico che il peso* F *al peso* G *sta, come la* D E *alla* B E; *poichè congiunta la* E C, *convenga colla* B A *in* H. *Per la prop. 6. il peso* F *al* G *averà proporzione composta della contralleva* A B *alla leva* B E, *e della resistenza* A B *alla resistenza* C D, *cioè della* B E *alla medesima* B E, *e della leva* D E *alla contralleva* D C, *cioè della* E B *alla* B H; *ma ancora la* A B *alla* B H *ha proporzione composta delle medesime linee, cioè di* A B *alla* B E, *e della* B E *alla medesima* B E, *e della* B E *alla* B H; *adunque come il peso* F *al peso* G, *così la* B A (*ovvero la* D C) *alla* B H, *cioè la* E C *alla* E H, *o pure la lunghezza del cilindro* E D *alla lunghezza del cilindro* E B, *che è la proporzione reciproca proposta da dimostrarsi.*

Ciò era stato di sopra già dimostrato dal Sig. Viviani alla prop. 5. con maggiore speditezza, ma con minor rigore geometrico; onde non ho stimato superfluo l' apportare l' una, e l' altra proposizione. 211

Proposizione XIII. Teor. XIII.

Se saranno le due libre A B, C D, *sostenute in* E, F, *e le resistenze nell' estremità delle contralleve* A E, C F *siano* G, H, *che fra loro stiano, come i quadrati delle medesime contralleve, e siano le leve* E B, F D *uguali fra loro, ed i pesi* I, L, *che pareggino le dette resistenze: dico, che il peso* I *al peso* L *sta come il cubo di* A E *al cubo di* C F. V. V. p. 50.

Si faccia, come A E *a* C F, *così* C F *ad* M, *e così* M *ad* N; *e si faccia, come la* A E *alla* M, *così la* F D *alla* P: *che essendo la* AE *alla* M, *come la* C F *alla* N, *sarà anche la* F D *alla* P, *come la* C F *alla* N; *e permutando la* F D *alla* C F, *come* P *alla* N; *e perchè il peso* I *al peso* L *ha proporzione composta di* I *a* G, *di* G *ad* H, *e di* H *ad* L; *e come* I *a* G, *così* A E *ad* E B, *cioè* A E *ad* F D; *e come* G *ad* H, *così il quadrato*

A E al quadrato C F per ſuppoſizione, cioè la linea A E alla M, cioè come la F D alla P per coſtruzione: ſarà per l' ugualità ordinata il peſo I all' H, come la A E alla P; ed il peſo H al peſo L ſta, come la D F alla F C, cioè come la P alla N, come già ſi è dimoſtrato: dunque di nuovo per l' ugualità il peſo I al peſo L ſta, come l' A E alla N, cioè come il cubo di A E al cubo di C F; il che ec.

G. G. Ciò ſi deduce dalla generale propoſizione undecima: come nel coroll. 1. di eſſa ho fatto vedere.

Propoſizione XIV. Teor. XIV.

V. V. p. 50. *Stanti le medeſime coſe, ſe ſi farà, come il peſo I al peſo L, così D F ad F G, ed in G ſi ponga il peſo K uguale al peſo I; dico, che il peſo K ſi equilibrerà col peſo H: e che la leva B E alla leva F G ſarà come il cubo della contralleva A E al cubo della contralleva C F.*

Imperocchè eſſendo il peſo I, ovvero K al peſo L, come D F ad F G reciprocamente, ſarà uguale il momento d' ambidue i peſi L, K; ma il momento di L uguagliava quello di H; adunque ancora il momento di K uguaglierà quello di H: onde ambidue ſtaranno in equilibrio: ma come ſi è dimoſtrato nella precedente, il peſo I al peſo L è come il cubo di A E al cubo di C F; ed ora ſi è fatto, come I ad L, così D F ad F G, o pure B E ad F G: dunque B E ad F G è come il cubo di A E al cubo di C F. Il che ſi doveva dimoſtrare.

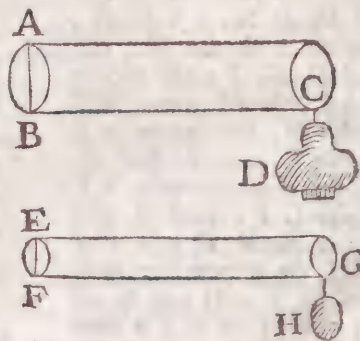
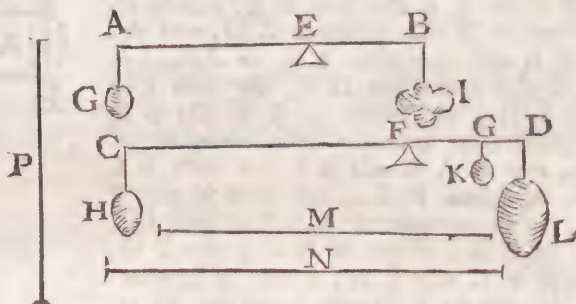
212

Propoſizione XV. Teor. XV.

Dimoſtrare altrimenti, e con maniera più generale la propoſizione quarta del Galileo.

V. V. p. 49. *Siano i cilindri, o priſmi, o altri ſolidi A C, E G ugualmente lunghi, e diſugualmente groſſi, e ſenza peſo: ed i peſi D, H equilibrino le reſiſtenze A B, E F. Dico, che il peſo D al peſo H ſta, come il cubo del diametro A B al cubo del diametro E F.*

Poichè le C B A, G E F ſono due libre, come nella prop. 13. colle leve uguali B C, F G, e contralleve A B, E F, i quadrati delle quali ſtanno, come le reſiſtenze A B, E F; ed i peſi D, H, le equilibrano; dunque ſtaranno queſti tra loro, come i cubi delle contralleve A B, E F. Il che ſi dovea dimoſtrare.

G. G. *Corollario I.* Se le gravità ſpecifiche de'

ci-

cilindri A C, E G ugualmente lunghi saranno come i loro diametri; riusciranno i detti cilindri ugualmente resistenti, attesa la propria gravità di essi. Imperocchè essendo di pari lunghezza, le loro moli saranno, come le basi, cioè come i quadrati de' diametri; ma le gravità specifiche sono come i medesimi diametri, per la supposizione; dunque i pesi assoluti di essi cilindri, i quali hanno la ragione composta di quella delle moli, e di quella delle gravità specifiche, saranno come i cubi de' diametri, o come le resistenze rispettive, colle quali contrastano i detti pesi in pari distanza, per essere applicati ne' centri di gravità d' essi cilindri, cioè nel mezzo delle leve uguali B C, F G; e però tanto averà di momento, e vigore il peso del primo cilindro contro la resistenza della propria base, quanto il peso del secondo contro la resistenza della sua.

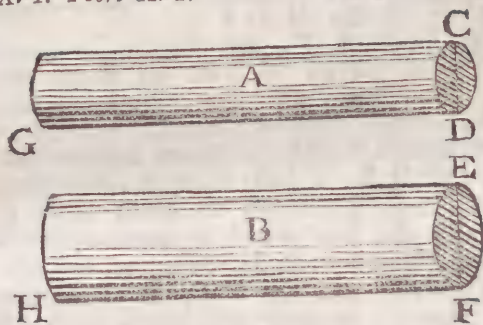
Corollario II. Anzi ciò vale ancora in due coni, o conoidi, o piramidi, o altri solidi dello stesso nome, e tra di loro proporzionali colle proprie basi in pari lunghezza: quando le basi di essi non solamente siano simili; ma ancora similmente siano fitte nel muro.

Proposizione XVI. Teor. XVI.

213 V. V. p. 6. e 48.

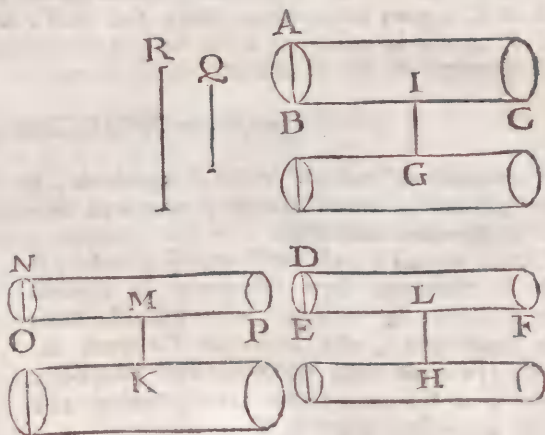
G. G.

I momenti de' pesi de' cilindri A, B, *egualmente lunghi, contro le loro resistenze* C D, E F, *sono come le basi, e come i cilindri omologamente.*

Ciò è manifesto, perchè il peso di ciascuno è distante ugualmente dal sostegno; onde il momento dee corrispondere alla sola ragione de' pesi, o delle moli, o delle basi de' medesimi cilindri ugualmente lunghi, ed altronde supposti omogenei.

Proposizione XVII. Teor. XVII.

I momenti rispettivi, che hanno i cilindri, o prismi gravi dell' istessa materia, egualmente lunghi, e disegualmente grossi, in ordine a superare per traverso le resistenze delle loro grossezze, hanno fra loro reciproca proporzione dei diametri delle medesime grossezze, o basi.

V. V. p. 15.

Siano i due cilindri A C, D F, *quali si è detto, ed il più grosso sia* A C. *Dico, che il momento del proprio peso del cilindro* A C *per superare la resistenza della base* A B, *al momento del proprio peso del cilindro* D F *per vincere la resistenza della base* D E, *ha la medesima proporzione del diametro* D E, *all'* A B. *Per iscienza di che immaginiamoci i medesimi cilindri segnati* G, H *pendere dai mezzi* I, L *delle leve* B C, E F; *sono collocati ne' mezzi delle dette le-*

214

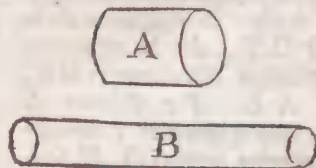
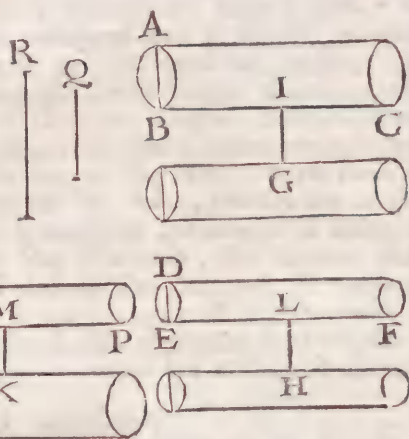
ve (rispondendo in tali luoghi i centri delle gravità loro) tanta forza faranno i cilindri A C , D F *così distesi verso le loro resistenze , quanta ne fanno i soli* G , H *loro eguali , pendenti in* I , L: *cioè i momenti de' soli* A C, D F *sono i medesimi de' soli* G , H *verso le dette resistenze . Intendasi di più . . .*

G. G. Sin qui il Viviani, a compire la di cui dimostrazione, secondo quel poco di barlume , che si cava dalla figura quivi abbozzata, convien proseguire così . Intendasi di più un cilindro N O P uguale al D E F , dal cui centro di gravità M posto nel mezzo di sua lunghezza penda un cilindro K eguale al primo A B C ; e siano le rette D E , A B , Q, R continuamente proporzionali . Sarà il momento rispettivo di G al momento pur rispettivo del peso uguale K, ed ugualmente lontano dal sostegno, come il cubo di N O, ovvero di D E , al cubo di A B , cioè come D E alla quarta R (imperocchè è tanto meno potente il momento di G a vincere la resistenza rispettiva della base A B , che non è il momento di K , per altro assolutamente uguale al primo , per superare la resistenza rispettiva della base N O , quanto viceversa questa resistenza , che si oppone al secondo, è minore di quella , che contrasta al primo , e lo rende però tanto meno efficace : sicchè tali resistenze essendo , per la prop. 4. del Galileo , o per la 15. di questo, proporzionali a cubi de' diametri , ancora i detti momenti saranno nella stessa ragione . Il momento poi del peso K al momento del peso H (contrastando ambidue in pari lontananza coll' uguali resistenze N O, D E) sta come il peso al peso, cioè come i quadrati de' diametri A B, D E, o pure come R ad A B; dunque per l' ugualità ordinata, il momento rispettivo di G al simile momento di H, cioè quello del proprio peso di A B C contro la resistenza della sua base , al momento del proprio peso di D E F contro la resistenza della sua , è reciprocamente , come il diametro D E al diametro A B. Il che ec.

Proposizione XVIII. Teor. XVIII.

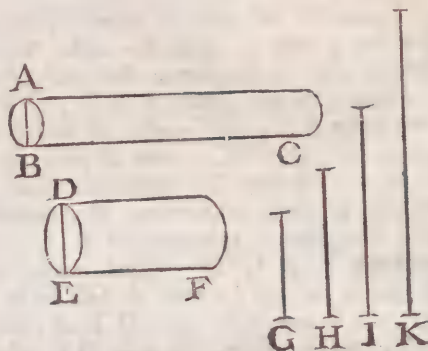
V. V. p. 6. *I momenti de' pesi de' cilindri eguali* A , B *stanno fra loro , come l' altezze , ovvero in reciproca proporzione delle basi .*

G. G. Essendo uguali i pesi degli uguali cilindri , si varia il momento loro solamente in ragione delle distanze da' sostegni , che sono la metà delle lunghezze , che misurano l' altezza de' cilindri ; e però sono proporzionali alle dette altezze , o reciprocamente corrispondono alle basi de' medesimi cilindri .

Pro-

Proposizione XIX. Teor. XIX.

215 V. V. p. 13.

Ne i cilindri, o prismi uguali, la resistenza de i più corti cresce in quintupla proporzione de i diametri delle loro grossezze, e basi.

Siano i due cilindri uguali A B C, D E F. *Dico la resistenza del più corto* D F *alla resistenza del più lungo* A C *all' esser rotti, aver quintupla proporzione del diametro* D E *all'* A B. *Poichè delle* A B, D E *piglinsi le quattro* G, H, I, K *in continua proporzione. Per la quinta del Galileo, la resistenza del cilindro* D F *alla resistenza del cilindro* A C, *ha la proporzione composta della proporzione del cubo* D E *al cubo* A B, *e della lunghezza* B C *alla* E F, *cioè del quadrato* D E *al quadrato* A B, *per l' ugualità de' cilindri; ma come il cubo* D E *al cubo* A B, *così la linea* H *alla* B A, *ovvero la* K *alla* G; *e come il quadrato* D E *al quadrato* A B; *così la linea* G *alla* B A; *adunque la proporzione della resistenza del cilindro* D F *a quella dello* A C *si compone delle proporzioni di* K *a* G, *e di* G *a* B A, *delle quali si compone ancora la proporzione di* K *a* B A; *e però come la resistenza del cilindro* D F *a quella dello* A C, *così la linea* K *alla* B A; *ma la* K *alla* B A *ha quintupla proporzione della* K *alla* I, *cioè della* E D *alla* A B; *adunque la resistenza del cilindro* D F *a quella del cilindro* A C *averà quintupla proporzione del diametro* D E *al diametro* A B; *Il che ec. Cioè, se un peso quanto* A B *pendente in* C *basta per rompere, e staccare la base* B A; *per ispezzare in* D E *bisognerà mettere in* F *un peso quanto* K; *e questo precisamente segue, considerando i solidi senza gravità, ec.*

Che se metteremo in conto le gravità loro, se saranno dell' istessa materia, come uguali, peseranno ugualmente; e se la gravità dell' A C *prossimamente serve per fare la rottura in* A B: *acciò segua l' effetto medesimo nel cilindro* D F, *il suo peso non sarà bastante; ma tanto più ce ne bisognerà, di quanto la linea* A B, *considerata come misura del peso* A C, *o* D F, *è superata dalla linea* K; *e tal aggiunta di peso andrà posta nel mezzo della leva* E F; *essendo che l' uno e l' altro cilindro gravita col suo centro di gravità sopra il mezzo delle due leve* B C, E F.

216 G. G.

Se la gravità specifica del cilindro D F a quella del cilindro A C, sarà in quintupla proporzione de' diametri D E, A B; i cilindri uguali di mole A C, D F saranno ancora ugualmente resistenti; imperocchè i pesi loro assoluti (essendo in pari mole) saranno come le loro gravità specifiche, cioè in quintupla ragione de' diametri, onde saranno proporzionali alle resistenze delle loro basi, per questa proposizione.

Proposizione XX. Teor. XX.

V. V. p. 6.

I momenti de' cilindri, e de' coni d' ugual base sono tra loro, come i quadrati delle lunghezze.

G. G.

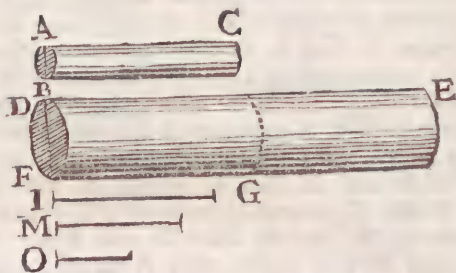
Ciò è manifesto dalla proposizione 3. del Galileo, in cui questo stesso si dimostra ne' momenti de' prismi; e la stessa ragione vale in tutte le figure, che hanno il centro di gravità in una parte proporzionale dell' asse, e che altronde cresco-

crescono in pari base, come le altezze loro: quali sarebbero non solamente i cilindri, i coni, e le piramidi, ma ancora le conoidi paraboliche, e le mezze sferoidi, i prismi eretti sopra parabole di varie maniere ec.

Proposizione XXI. Teor. XXI.

V. V. p. 6.

I momenti de' pesi de' cilindri simili contro le attaccature delle loro basi, stanno fra loro, come il quadrato della lunghezza d' uno al quadrato della terza proporzionale dopo le lunghezze dei dati cilindri.

Siano i cilindri simili A B C, D F E, *e si faccia, come la lunghezza* D E *alla lunghezza* A C, *così questa ad una terza* I. *Sarà il momento del peso* F E *al momento del peso* B C, *come il quadrato* D E *al quadrato* I; *imperocchè continuando la stessa proporzione a' termini* M, O, *sarà il momento di* F E *al momento di* B C *in ragione composta di quella de' pesi, o moli di tali cilindri, che è quella del cubo* D E *al cubo* A C, *cioè la stessa, che della* D E *alla quarta proporzionale* M, *e della ragione delle lunghezze* D E, A C, *o pure di* M *ad* O; *adunque il primo momento al secondo sta come* D E *ad* O; *ma per essere le cinque grandezze* D E, A C, I, M, O *continuamente proporzionali, la mezzana* I *è media proporzionale fra le due estreme* D E, O; *onde quella a questa è come il quadrato* D E *al quadrato* I; *dunque il momento del cilindro* F E *al momento del simile cilindro* B C *è come il quadrato della lunghezza del primo, al quadrato della terza proporzionale dopo le due lunghezze de' cilindri proposti. Il che ec.*

217

G. G.

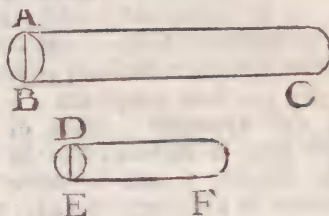
Perchè la ragione del quadrato A C al quadrato I è doppia di quella della linea A C alla I; e la D E alla I di nuovo ha doppia ragione delle A C, D E, sarà la ragione del quadrato D E al quadrato I quadrupla di quella delle lunghezze A C, D E; e però i momenti de' cilindri simili sono in ragione quadrupla di quella delle lunghezze, o de' diametri loro. Nè ciò si oppone alla prop. 6. del Galileo, in cui dice, essere i momenti de' suddetti cilindri *in triplicata proporzione dei diametri delle basi loro*, e però *in sesquialtera ragione delle resistenze* delle medesime basi, le quali (assolute, o rispettive che siano, come si vedrà nella prop. seguente) sono *in duplicata ragione dei medesimi loro diametri*; imperocchè ivi si parla de' momenti rispettivi di essi cilindri, nella considerazione de' quali secondo la defin. 4. si debbe aver riguardo alla lunghezza delle contralleve, alle quali si applicano le resistenze opposte a' pesi de' cilindri, co' quali contrastano; ed essendo le dette contralleve proporzionali alle lunghezze delle leve, cioè delle lunghezze, nelle quali sono collocati i pesi de' cilindri, vengono a defalcare dalla ragione de' momenti assoluti (di cui qui dal Sig. Viviani si tratta) una delle semplici ragioni delle lunghezze; onde di quadrupla resta solamente tripla appresso il Galileo la ragione de' momenti rispettivi da lui considerati della ragione de' diametri medesimi, ed appresso il Viviani, senza il detto defalco, rimane la ragione de' momenti assoluti quadrupla di quella delle lunghezze, ovvero de' diametri de' cilindri simili.

Pro-

Proposizione XXII. Teor. XXII.

Le resistenze, anco respettive de' cilindri, o prismi simili, astraendo dalla gravità loro, stanno come le loro basi, o come le loro grossezze.

I due cilindri simili siano A B C, D E F. *Dico che la resistenza del cilindro* A C *alla resistenza dell' altro* D F, *ha l' istessa proporzione della base* A B *alla base* D E. *Per dimostrare ciò, piglinsi nella proporzione del diametro* A B *al diametro* D E, *le due* G, H *continue proporzionali. Per la quinta del Galileo, la resistenza di* A C *alla resistenza di* D F *averà proporzione composta del cubo di* A B *al cubo di* D E, *e della lunghezza* E F *alla* B C; *ma il cubo* A B *al cubo* D E *sta come la linea* A B *alla quarta* H; *e la lunghezza* E F *alla* B C *sta per la similitudine de' cilindri come la* E D *alla* B A, *cioè come la* H *alla* G; *adunque la proporzione delle dette resistenze si compone della proporzione dell'* A B *alla* H, *e di* H *alla* G; *delle quali proporzioni si compone ancora la proporzione della* A B *alla* G; *e però la resistenza di* A C *a quella di* D F *sta, come la* A B *alla* G, *cioè come la base* A B *alla base* D E, *che è quello che si dovea dimostrare.*

V. V. p. 14. 218

Sicchè i cilindri, o prismi, e solidi simili tanto più sono resistenti, quanto più sono grossi; sempre però astraendo la loro gravità ec.

Per esempio, se per superare la resistenza A B *si ricerca in* C *un peso almeno quanto è la linea* B A: *per superare la resistenza* D E, *bisognerà in* F *un peso, quanto è la* G, *terza proporzionale delle* A B, D E.

Onde si potrà dire, che de' solidi simili i più corti sieno a proporzione più resistenti dei lunghi; poichè essendo il solido C A *al solido* D F, *come la prima* A B *alla quarta* H: *se la forza d' un peso, quanto è la* A B, *serve per superare, posto in* C, *la resistenza* B A, *dovrebbe un peso, quanto la* H, *posto in* F, *essere bastante per vincere la resistenza* D E; *ma non basta, volendovi un peso, quanto la* G, *la quale è maggiore di* H; *dunque ec.*

Proposizione XXIII. Quesito I.

Cercare la proporzione de' momenti di due cilindri, quali si sieno, resultanti dalle loro gravità, e dalle loro lunghezze, rispetto alle loro resistenze.

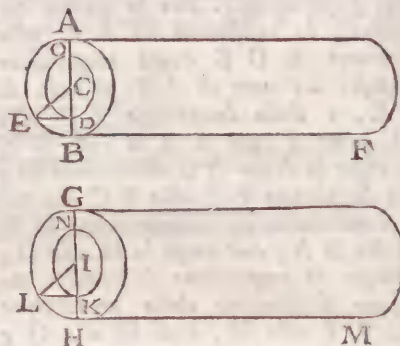
V. V. p. 6. G. G.

Sono in ragione composta di quella de' quadrati fatti da' diametri delle basi loro, e di quella delle lunghezze presa una volta (dalle quali due risulta la ragione de' pesi) e di quella delle stesse lunghezze prese un' altra volta (per conto delle distanze de' centri di gravità d' essi da' loro sostegni, le quali distanze sono ad esse lunghezze proporzionali) che vuol dire in duplicata ragione sì de' diametri, come delle lunghezze: o pure in duplicata ragione de' rettangoli, che passano per l' asse, ovvero delle superficie curve, che sono a' detti rettangoli proporzionali, come è manifesto, ed è stato dimostrato dal Torricelli.

Propoſizione XXIV. Queſito II.

Cercare la proporzione delle reſiſtenze di due cilindri voti, ugualmente lunghi.

G. G. Siano le canne vote A B F, G H M, i di cui centri C, I; gli eſteriori cerchi, da' quali ſi comprendono, A B, G H; gl' interiori O D, N K; e tirinſi le D E, K L perpendicolari a' diametri ne' punti D, K. Saranno le reſiſtenze della prima, e della ſeconda in ragione di quella, che ha il quadrato D E al quadrato K L, e di quella del ſemidiametro C B al ſemidiametro I H.

219 Imperocchè le reſiſtenze ſono in ragione compoſta delle ſezioni medeſime, cioè dell' armille, per cui ſono congiunte, e delle diſtanze dall' appoggio, ſopra di cui ſi tenta di fare la rottura, per lo coroll. 2. della propoſ. 2. ma le dette armille ſono come le differenze del cerchio eſteriore dall' interiore, o come l' eccesso del quadrato C B ſopra il quadrato C D, all' eccesso del quadrato I H ſopra il quadrato I K: che è quanto dire, come il quadrato D E al quadrato K L; e le dette diſtanze ſono i ſemidiametri C B, I H; dunque le reſiſtenze di queſte canne ſono nella di già detta ragione. Il che ec.

Propoſizione XXV. Queſito III.

V. V. p. 8. *Cercare la reſiſtenza di due cilindri voti, qualunque ſi ſiano.*

G. G. Alle proporzioni aſſegnate nella precedente ſi aggiunga la reciproca delle lunghezze; e ſi averà, per la 5. del Galileo, la proporzione deſiderata delle reſiſtenze di dette canne, compoſta delle due addotte di ſopra, e della contraria delle lunghezze H M, B F. Il che ec.

Propoſizione XXVI. Queſito IV.

V. V. p. 8. *Cercare la proporzione delle reſiſtenze di due cilindri voti ſimili.*

G. G. Eſſendo ſimili le canne A B F, G H M della figura antecedente, averanno le reſiſtenze proporzionali a' ſoli quadrati E D, L K: o pure a' rettangoli B D A, H K G; imperocchè, per la ſimilitudine de' cilindri, l'altre due ragioni de' ſemidiametri C B, I H, e delle lunghezze preſe reciprocamente, H M, B F (le quali ſono, come gli ſteſſi ſemidiametri I H, C B) compongono la ragione di ugualità, da cui nulla ſi aggiugne, che alterar poſſa le reſiſtenze.

Corollario. Quindi ſe i rettangoli, o quadrati ſuddetti fuſſero uguali, cioè quando le baſi ſode armillari delle canne ſaranno di uguale eſtenſione, eſſendo altronde i cilindri, da cui ſono cavate, ſimili, averanno uguale reſiſtenza.

Propoſizione XXVII. Queſito V.

V. V. p. 8. e 17. *Cercare la proporzione delle reſiſtenze in due cilindri, uno voto, e l' altro pieno, qualunque ſi ſiano.*

G. G. Suppongaſi il cilindro A B F nella ſuddetta figura rimaner voto, ma l' altro

G H

G H M essere tutto pieno; è manifesto, che le resistenze loro saranno in ragione composta di quella del quadrato D E al quadrato I H (che è quella delle sezioni, cioè dell' armilla D B A al cerchio G H) e delle distanze C B, I H dagli appoggi, e delle lunghezze H M, B F prese reciprocamente.

Proposizione XXVIII. Quesito VI.

V. V. p. 8. G. G. 220

Cercare lo stesso ne' cilindri simili, l' uno voto, e l' altro pieno.

Saranno le resistenze loro, come il quadrato D E al quadrato I H, imperocchè l' altre due ragioni, per la simiglianza de' cilindri, sono reciprocamente le medesime; e però si compensano.

Coroll. I. Quando D E sarà uguale ad I H, cioè che il rettangolo, o armilla D B A pareggerà rispettivamente il quadrato, o cerchio del raggio I H, cioè essendo il sodo della canna uguale alla base del cilindro, saranno ambidue d' uguale resistenza, purchè sieno simili nella figura esteriore.

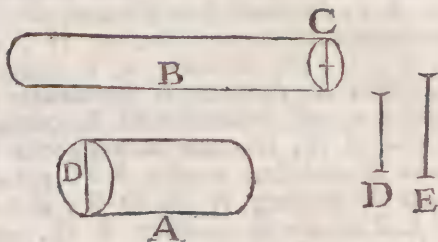
Coroll. II. E perchè ad un dato cilindro si possono ritrovare infiniti cilindri simili, di base maggiore e maggiore in infinito, al diametro delle quali si può applicare perpendicolarmente una retta uguale al semidiametro del minore; si potranno quindi determinare infinite canne simili, che averanno il sodo della base uguale alla base del dato cilindro, e ciascuna sarà di uguale resistenza con esso.

Coroll. III. Anzi ancora determinare si possono infinite canne di uguale resistenza, le quali siano di base soda disugualissime; purchè si faccia, come il cubo del raggio I H del cilindro pieno, al prisma eretto sopra il quadrato D E (corrispondenre alla quantità della sezione armillare del voto, determinata a capriccio, anche in un semidiametro C B arbitrario, purchè di essa D E sia maggiore) coll' altezza del raggio B C : così la lunghezza H M del dato cilindro alla lunghezza B F della canna d' uguale resistenza, che si cercava; imperocchè per la precedente le ragioni componenti queste resistenze saranno appunto reciproche; onde ci daranno la ragione di ugualità.

Proposizione XXIX. Quesito VII.

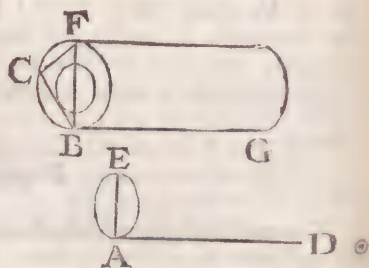
V. V. p. 17.

Data la lunghezza A, *fare un cilindro uguale al dato* B C.

Facciasi, come la A *alla* B, *così il diametro* C *del dato cilindro alla retta* E; *e sia* D *media tra le due* C, E. *Dico* D *essere il diametro del cerchio del cilindro* D A *uguale al dato* B C; *perchè sta la* A *alla* B, *come la* C *alla* E, *cioè il cerchio* C *al cerchio* D; *saranno, per la* 25. *del* 12. *i cilindri* A D, C B *uguali; che è quello, che si aveva a trovare.*

Proposizione XXX. Quesito VIII.

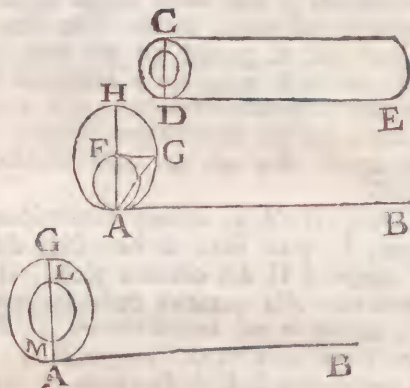
Data la lunghezza A D, *fare un cilindro uguale alla data canna* F C B G.

Sia, per l' antepenultima del Galileo, la C B *diametro del cerchio uguale alla ciambella* C B F; *e facciasi, come l'* A D *alla* B G, *così la* C B *ad un' altra* A E; *dico* A E *essere il diametro della base del cilindro, che si cerca: essendo manifesto, che il cilindro di* D A, A E, *è eguale al cilindro di* B G, B C; *ma questo è uguale alla canna, perchè il cerchio di* C B *è uguale alla ciambella; adunque il cilindro* D A E *è uguale alla canna. Il che è quello, che ec.*

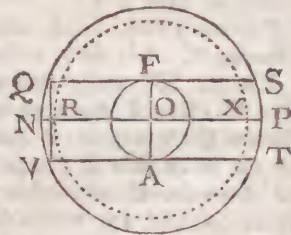
221

Proposizione XXXI. Quesito IX.

V. V.

Data la lunghezza A B, *sotto di essa fare una canna uguale alla data* C D E.

Facciasi sotto la lunghezza A B *per la precedente il cilindro* A F B *uguale alla canna* C D E, *e trovisi tra il diametro* F A, *ed il doppio* A H, *la media proporzionale* A G; *ed intorno al diametro* G A *descrivasi un cerchio, ponendovi concentrico un altro* M L *uguale ad* F A. *Dico, la ciambella* G M A L *essere la base della canna, che si cerca; Perciocchè sta, come* A F *al doppio* A H, *così il cerchio* F A *al cerchio della media* G A; *dunque il cerchio* F A, *ovvero* L M, *è la metà del cerchio* G A; *e però la ciambella* G L M A *è uguale al cerchio* F A; *onde, per la comune altezza* A B, *la canna* G L A B *è uguale al cilindro* F A B, *cioè alla canna* C D E. *Il che ec.*

G. G.

Questo problema è capace d' infinite soluzioni, imperocchè trovato che sia il cilindro F A B uguale alla data canna C D E, nella data lunghezza A B, basta d' intorno al cerchio F A farvene un altro N P concentrico, di qualsivoglia grandezza ad arbitrio; e conducendo le due tangenti Q F S, V A T nell' estremità del diametro A F, stenderle fino attanto, che seghino la circonferenza del cerchio esteriore N P ne' punti Q, S, V, T; che condotta Q V segata in R ad angoli retti dal diametro N P parallelo alle dette tangenti; e coll' intervallo O R conducendo l' altro cerchio R X, averemo la ciambella N R X P uguale al medesimo cerchio A F: per essere la differenza de' quadrati N O, O R, cioè il rettangolo N R P uguale al quadrato R Q, ovvero O F; e però altresì la differenza de' cerchi N O, R O (cioè la ciambella N R X P) uguale al cerchio del raggio O F; e però la canna, che all' altezza A B si facesse sopra la detta ciambella, uguaglierebbe il cilindro fatto sopra il cerchio A F alla medesima altezza: cioè sarebbe uguale all' altra data canna C D E; e ciò in infinite maniere, potendo il diametro N P del cerchio esteriore essere determinato ad arbitrio.

Pro-

Proposizione XXXII. Quesito X.

222 V. V. p. 17.

Sotto la lunghezza A B, *fare una canna uguale al cilindro sodo* C D E.

Facciasi per la propos. 29. *nella lunghezza* A B *il cilindro* F A B *uguale al dato* C D E, *ed il cerchio* A G (*secondo la costruzione della precedente*) *doppio della base* F A (*ovvero* L M *postavi concentrica*) *dico*, *la ciambella* G L A *essere la base di quella canna*, *che si cerca; imperocchè il cilindro* C D E *è uguale al cilindro* F A B: *ma la canna* G L A B *è uguale al cilindro* F A B; *adunque l' istessa è uguale al cilindro* C D E. *Il che ec.*

G. G.

Questo ancora può farsi in infinite maniere, secondo la nota fatta alla precedente, dove si è insegnato di fare quante ciambelle si vogliano, e di qualunque diametro della loro esteriore convessità, tutte uguali al cerchio A F, il quale colla data lunghezza A B si suppone, che pareggi il dato C D E; si può quindi ancora didurre, potersi fare una canna della medesima materia, e lunghezza d'un' altra, ma per cagione della maggiore grossezza, che ne slontana il centro della base dall' appoggio, più e più resistente in infinito.

Proposizione XXXIII. Teor. XXIII.

V. V. p. 64.

Le lunghezze massime de' cilindri orizontalmente fitti nel muro, che sieno d'uguale grossezza, ma di differente gravità in ispecie, non istanno in reciproca proporzione delle medesime gravità.

G. G.

Imperocchè in tal caso, essendo le moli de' cilindri d' ugual base, come le lunghezze loro, e queste essendo reciproche della gravità in ispecie, i cilindri averebbero le moli reciproche delle loro specifiche gravità; e però sarebbero di peso assoluto uguale; onde i momenti loro sarebbero proporzionali alle lunghezze, quando altronde i momenti delle resistenze nelle loro uguali sezioni sarebbero gli stessi; e però i più lunghi cilindri si proverebbero di minore resistenza.

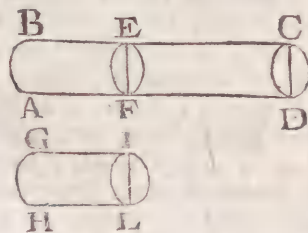
Proposizione XXXIV. Teor. XXIV.

V. V. p. 64.

Allora tali cilindri sono d' egual momento verso le loro resistenze, quando i quadrati delle loro lunghezze hanno reciproca proporzione delle gravità in ispecie; ovvero che le lunghezze hanno reciproca proporzione delle gravità assolute.

223 G. G.

Siano i cilindri ugualmente grossi A B C, H G I, e la gravità in ispecie del cilindro G L a quella del cilindro B D sia reciprocamente, come il quadrato della lunghezza A D al quadrato della lunghezza H L. Dico essere uguale il momento d' entrambi verso le resistenze loro: imperocchè si tagli dal cilindro B D la parte B F ugualmente lunga, e però di mole eguale al cilindro G L; sarà il peso assoluto G L al peso assoluto B F, o pure (per l' uguale distanza da-

gli

gli appoggi H, A) il momento di G L al momento di B F, come la gravità specifica di quello alla gravità specifica di questo ; cioè , per l' ipotesi, come il quadrato A D al quadrato H L , ovvero A F ; ma ancora il momento del cilindro B D al momento del cilindro B F sta come il quadrato A D al quadrato A F, per la prop. 20. dunque il momento di B D uguaglia il momento di G L. Il che si dovea dimostrare .

Perchè poi si è veduto, essere il cilindro G L al cilindro B F , quanto al loro peso assoluto, come il quadrato A D al quadrato A F ; ed essendo il cilindro B D allo stesso B F quanto al peso, come la lunghezza A D alla lunghezza A F; ne segue, che il peso assoluto G L al peso assoluto F B ha doppia proporzione di quella, che ha il peso B D al peso B F ; cioè, che l' assoluto peso B D è mezzano proporzionale tra i pesi assoluti G L , B F ; onde ancora l' assoluto peso G L all' assoluto peso B D starà , come il peso B D al peso B F , cioè reciprocamente , come la lunghezza A D alla lunghezza A F , ovvero H L; e però si verifica ancora la seconda parte di questa proposizione . Il che ec.

Si potrebbe ancora cercare con questa occasione , di due cilindri ugualmente lunghi, qual proporzione debbano avere le grossezze , e le gravità specifiche, per riuscire ugualmente resistenti. E trovo, che i diametri delle basi debbono essere, come le gravità specifiche ; imperocchè ciò essendo , la ragione composta della mole alla mole (che in pari lunghezza de' cilindri è come i quadrati de' diametri) e della gravità specifica dell' uno alla gravità specifica dell' altro , cioè per l' ipotesi, del diametro al diametro, sarà la ragione de' cubi d' essi diametri; ma il peso assoluto al peso assoluto ha la ragione composta di quella delle moli , e di quella delle gravità specifiche ; dunque nel nostro caso sarebbe il peso assoluto dell' uno al peso assoluto dell' altro, come il cubo del diametro del primo al cubo del diametro del secondo; cioè, per la prop. 15. come la resistenza rispettiva della base del primo alla resistenza rispettiva della base del secondo; che però essendo essi pesi , mercè dell' uguale lunghezza de' cilindri, ugualmente distanti da' loro sostegni , averanno i momenti loro proporzionali a' momenti delle resistenze delle loro basi , supposte altronde omogenee . Il che ec.

Che se più generalmente volessimo investigare due cilindri di varia lunghezza, e grossezza , e di differente gravità specifica , ugualmente però resistenti , basterebbe fare , che i loro diametri fossero in ragione composta di quella delle gravità specifiche, e di quella de' quadrati delle lunghezze: come agevolmente dalle cose sopraddette si può inferire , ma non merita il conto stenderne più proposizioni, sì per non uscire da' limiti del trattato del Sig. Viviani ; e sì perchè ad ogni modo fisicamente sarà impossibile, che la resistenza di più materie differenti di specie sia omogenea ; onde l' ipotesi di simiglianti conclusioni non si troverebbe in pratica conforme alla natura, se non in casi rarissimi.

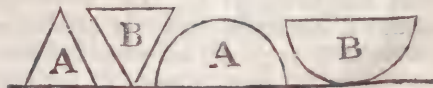
224

Proposizione XXXV. Quesito XL.

V. V. p. 18.

Perchè un prisma triangolare più facilmente si pieghi voltandolo colla superficie allo in giù, che quando posa su l' angolo.

V. V. p. 9.

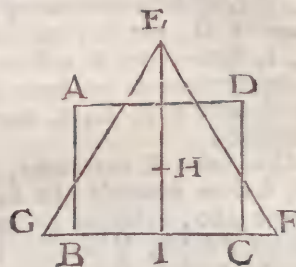
Non è la medesima forza, che si richiede a superare la resistenza del triangolo A, *che del triangolo* B, *essendo per altro triangoli eguali, e simili; e lo stesso può dirsi d' altre figure simili, ed uguali, ma che tocchino in diversi luoghi : stante che i centri di gravità di dette figure non sono sempre nelle medesime distanze da' sostegni.*

G. G.

Sicchè la difficultà di rompere il prisma triangolare A sopra la base, sta alla dif-

difficultà di romperlo nella disposizione B, dove posa su l'angolo, come la distanza del centro di gravità del triangolo dalla sua base alla distanza del medesimo dalla cima; come si può raccogliere dalla prop. 1. di questo trattato; Il che nel caso nostro dà una proporzione suddupla; ed in altri generi di figure dà altre proporzioni dipendenti da quelle, in cui si dividono gli assi da' loro centri di gravità.

Proposizione XXXVI. Quesito XII.

Se essendo eguali, e dissimili le figure, che servono di base a' prismi, segue lo stesso? V. V. p. 9. G. G.

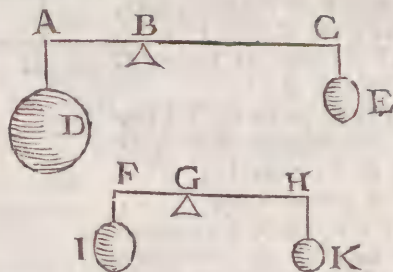
Alle volte senza dubbio seguirà il medesimo: quando cioè si varj la distanza del centro di gravità delle figure uguali, e dissimili, da' loro appoggi, sopra de' quali si cerca di fare la piegatura, o lo strappamento; ma non già sempre: potendo, non ostante la dissimiglianza dell' uguale figura, mantenersi la medesima distanza dall' appoggio; come, per cagione d' esempio, sia il quadrato A B C D, il cui centro di gravità H; onde la sua distanza dal sostegno della base sia H I. Si faccia l'altezza E I tripla della H I, e la base G F sesquiterza della B C; dico che il triangolo G E F sarà uguale al quadrato A B C D, e sarà d' uguale resistenza, ancora rispettiva, con esso, per avere il centro H comune al medesimo, e però ugualmente lontano dall' appoggio B C, ovvero G F; imperocchè posta F G uguale ad 8, la B C sarà uguale a 6, l' I H eguale a 3, la E I uguale a 9, la G I uguale a 4; e però tanto la perpendicolare E I moltiplicata per G I, metà della base G F del triangolo, fa 36, quanto il lato B C moltiplicato per se stesso dà il quadrato A B C D parimente uguale a 36, sicchè il triangolo è uguale al quadrato: ed altronde, per essere la distanza H I un terzo dell' altezza E I, sarà il punto H centro di gravità del triangolo, siccome era ancora del quadrato; sicchè l' una, e l' altra figura dovrà ugualmente resistere. 225

Proposizione XXXVII. Teor. XXV.

La proporzione de' momenti ne' coni ugualmente lunghi, o uguali di mole, o simili, o di base uguale ec. è la stessa, che l' assegnata ne' cilindri. V. V. p. 6. G. G.

In questa proposizione ho ridotte, per brevità, 4. proposizioni distintamente proposte dal nostro Autore; potendosi provare col medesimo, o simil progresso delle passate, senza multiplicare figure, e parole di soverchio.

Proposizione XXXVIII. Teor. XXVI.

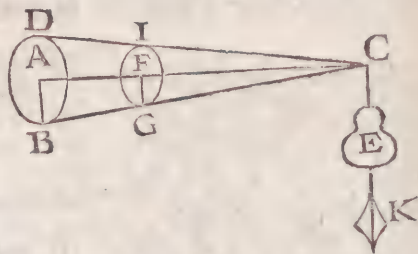
Se saranno due leve divise proporzionalmente, le potenze sostenenti saranno, come le resistenze. V. V. p. 11. G. G.

Siano le due leve A C, F H proporzionalmente da' loro sostegni divise in B, G. Dico, che la potenza E applicata in C a sostenere la resistenza D posta in A, alla potenza K, la quale collocata in H regge l' altra resistenza I posta in F, sta come la stessa resistenza D all' altra I.

Imperocchè, in vigore dell' equilibrio, sta la potenza E al peso, o resistenza D, come A B a B C, cioè come F G a G H, per l' ipotesi, o di nuovo, per l' equilibrio, come K ad I; dunque sta E a D, come K ad I; e permutando, E a K, come D ad I. Il che ec.

Pro-

Proposizione XXXIX. Teor. XXVII.

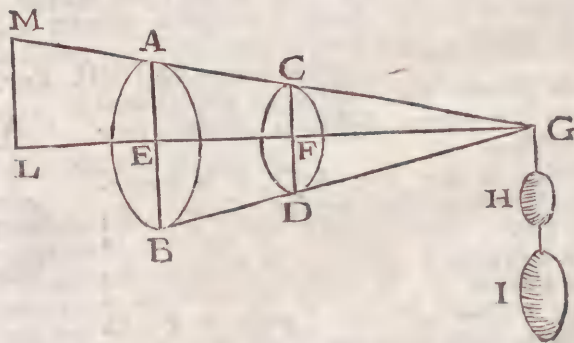
V. V. p. 11. G. G. *Le forze per ispezzare un cono fitto nel muro, vanno scemando colla proporzione, che scemano le sezioni.*

Sia il cono D B C fitto nel muro colla sezione B D, il cui centro A; ed in tale stato la sua resistenza sia pareggiata dal pesso, o potenza E. Poi s' intenda l' istesso cono impegnato similmente nel muro colla sezione I G, il di cui centro F, e la resistenza di questa resti uguagliata dal peso, o potenza K. Dico essere E a K, come B D ad I G; Imperocchè le due leve A B C, F G C sono similmente divise dagli appoggi B G, per la similitudine de' triangoli A B C, F G C; dunque le forze E, K sono come le resistenze assolute poste in A, ed F, per l' antecedente proposizione: ma le resistenze assolute sono, come le sezioni medesime D B, I G; adunque le forze E, K sono proporzionali alle dette sezioni. Il che si dovea dimostrare. 226

Corollario. E' manifesto, che il medesimo accade in qualsivoglia Piramide, le cui sezioni parallele alla base sono ancor esse, come i cerchi d' un cono ugualmente alto, e segato ne' medesimi punti della sua lunghezza; il che è avvertito ancora dal Sig. Viviani nel dimostrare altrimenti questa medesima proposizione, distesa altrove, come appresso si vedrà.

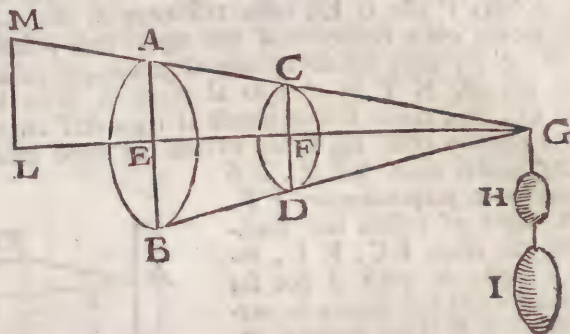
Proposizione XL. Teor. XXVIII.

V. V. p. 51. e 52. *Ne i coni, o piramidi fitte nel muro a squadra, i contrappesi equivalenti alle resistenze delle sezioni di diverse lunghezze, crescono come le sezioni medesime, considerato il cono, o la piramide senza peso: cioè riescono, come i quadrati delle lunghezze.*

Sia il cono fitto nel muro A B G, *ora fuori del muro, quanto* E G, *ed ora quanto* F G; *ed il peso* H *equilibri la resistenza* C D, *il peso* I *la resistenza* A B. *Dico, che il peso* H *al peso* I *stia come la sezione* C D *alla* A B.

Perchè presa la G L *terza proporzionale dopo le* G F, G E, *e da* L *tirata la* L M *parallela alle* A E, C F, *la quale si congiunga colla* G A *prolungata in* M, *averà il peso* H *al peso* I *la proporzione composta della contralleva* C F *alla* F G, *e della resistenza* C D *alla* A B, *cioè del quadrato* C D *al quadrato* A B, *o pure del quadrato* G F *al quadrato* G E, *cioè della*

della G F *alla terza proporzionale* G L, *e della leva* G E *alla contralleva* E A, (*per la prop.* 6.) *cioè della* G L *alla* L M; *ma anche la* C F *alla* M L *ha la proporzione composta delle medesime* C F *ad* F G, *ed* F G *a* G L, *e* G L *ad* M L; *dunque il peso* H *al peso* I *starà come la* C F *alla* M L, *cioè come il quadrato* C F *al quadrato* A E, *ovvero come la sezione* C D *alla* A B, *cioè come il quadrato della lunghezza* G F *al quadrato della lunghezza* G E; *Il che ec.* 227

G. G.

Potea questa stessa proposizione, siccome ancora la precedente, che è la medesima, dedursi immediatamente dalla prop. 10. la quale a tale oggetto si vede essere distesa dal Viviani nel suo MS. imperocchè, essendo le leve F D G, E B G divise similmente da' sostegni D, B, e le resistenze D C, B A essendo come i quadrati delle lunghezze D G, B G, saranno i pesi equivalenti alle dette resistenze, cioè i pesi H, I proporzionali a' quadrati delle contralleve D F, B E, o come le sezioni medesime D C, B A, ovvero come i quadrati stessi delle lunghezze D G, B G, o degli assi F G, E G; Il che, ec.

Proposizione XLI. Teor. XXIX.

V. V. P. 3.

G. G.

Diversi solidi similari dell' istessa materia, uguali di mole, e in conseguenza di peso, e della medesima lunghezza, e di resistenza assoluta uguale, ricercano forze diverse per romperli, non ostante che il centro delle loro resistenze sia egualmente in tutti lontano dal sostegno.

Sembra questo anzi un paradosso, che un Teorema, di cui non è così facile a rintracciarne il vero, e legittimo senso: nè altra prova si vede ad esso essere soggiunta nel MS. del Sig. Viviani, che una figura in cui si esprimono 4. piramidi quadrangolari, fitte colla base in uno stesso muro verticale, altre direttte, altre inclinate, ma tutte colla cima terminanti in una stessa linea parallela al detto muro; dal quale sbozzo non si può raccorre principio veruno atto ad illustrare il concetto dell' Autore, ma sembra egualmente strano in confronto di cotale disegno, che senza di esso. Imperocchè, come mai puote verificarsi, che diversa forza si richiegga allo spezzamento di due solidi omogenei, della stessa figura, e grandezza, quando la resistenza loro assoluta si suppone la medesima, e dall' appoggio ugualmente lontana, e che i pesi, o forze che s' applicano per superarla, o sia nel centro di gravità di detti solidi (il quale è in una stessa linea verticale parallela al muro, ed in conseguenza in una stessa distanza da' sostegni) o nella cima, ed estremità di tali corpi lontanissima dal muro, in cui sono impegnati (che vale a dire in una medesima distanza, misurata dall' altezza comune ad essi, come è necessario, che sia, a volere che in ugual base, ugual mole, e peso ritengano) adoperano la stessa leva, ricevendo dall' appoggio sopra le direzioni loro una medesima perpendicolare?

Ad ogni modo, non potendomi persuadere, che il nostro Autore ciò proponesse

nesse inavvedutamente, e senza verun fondamento, mi sono studiato d'indovinare il pensiero di lui, riflettendo ad una diversa direzione, che può considerarsi nella resistenza de' solidi, la quale non è mai stata da verun Autore, ch' io sappia, avvertita; e pure, mettendola in conto, varia di molto il momento della resistenza, e serve appunto a scoprire, e salvare il sentimento del Viviani, proponendolo nella seguente maniera.

228 Si equilibri il peso H, pendente dalla cima d'una piramide, cono, prisma, conoide, o altro solido fitto nel muro colla sua base A B C D, a cui sia perpendicolare l'asse G E, colla resistenza di detta base: ed il peso O si equilibri similmente colla resistenza d'una ugual base, simile, e similmente posta, I K L M, d'un altro solido uguale al primo, e dello stesso genere di figura: ma il di cui asse N P sia obliquo al piano di detta base. Dico, che il peso H al peso O, sarà come il seno totale al seno dell' angolo R P Q, che fa l'asse del solido obliquo colla sua base, ovvero col muro medesimo, in cui sta fitto.

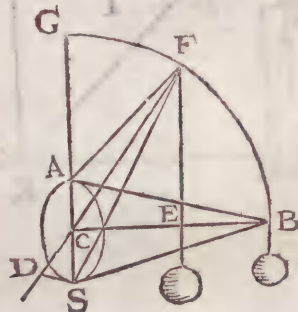
Da' centri delle basi E, P si mandino le perpendicolari E F, P R sopra gl' infimi lati confinanti col muro B C, K L, sopra il taglio de' quali si dee far la rottura. Si tiri ancora la perpendicolare R Q dal punto d'appoggio R sopra l'asse obliquo N P, e si conducano altresì F H, R S perpendicolari sopra le direzioni G H, N S de' pesi attaccati alle cime G, N. E' manifesto, che saranno uguali, non solo le due E F, P R, ma ancora le F H, R S. E perchè la forza, che tiene insieme attaccate le fibre de' solidi, secondo ciò, che si è detto alla defi. 8. si stima dal Galileo, e dagli altri meccanici riunita nel centro di gravità, di quella sezione, in cui debbe seguire la rottura; ne segue, che nell' asse G E, O N P, il quale passa pel centro di gravità di tutte le sezioni parallele alla base del solido, si dee considerare raccolta la resistenza di tutte le sue parti; e però nel detto asse conviene, che si stenda la direzione di quella forza, che fa la resistenza de' solidi. Per la qual cosa sarà F E nel primo, e Q R nel secondo solido la vera distanza de' sostegni F, R dalle direzioni delle resistenze d'essi solidi. E giacchè in caso d'equilibrio esser debbe il peso H alla resistenza della base A C del primo solido, come F E ad F H (cioè ad R S) e similmente la resistenza d'essa base A C, o dell' uguale I L (che assolutamente è la medesima) sta al peso O, come R S ad R Q; dunque per l'ugualità ordinata, sarà il peso H al peso O, come E F, ovvero R P ad R Q: cioè, come il

229 seno totale al seno dell' angolo R P Q, col quale resta inclinato al muro l'asse P N del solido obliquo; Il che dovevasi dimostrare.

Corollario I. Quindi è, che in diverse inclinazioni le resistenze rispettive d'un medesimo solido saranno come i seni d'esse inclinazioni.

Corollario II. Le resistenze di sezioni diverse averanno la ragione composta e della grandezza d'esse, e delle distanze de' loro centri da' sostegni (come nel coroll.

roll. 2. della prop. 2. di questo) e de' seni dell' inclinazione de' solidi col muro, in cui sono fitti, e della reciproca delle lunghezze d' essi solidi, misurate nella distanza perpendicolare, dalla cima loro alla base: come si cava dalla quinta del Galileo intesa più generalmente, e da ciò, che in questa si è dimostrato; di maniera che essendo le sezioni di due solidi S, *s*, le distanze de' centri dal sostegno D, *d*; i seni dell' inclinazioni I, *i*; le lunghezze d' essi solidi L, *l*, saranno le resistenze del primo, e del secondo solido, come i prodotti S D I *l*, *s d i* L.

Corollario III. Se le sezioni, e le distanze de' loro centri di gravità, o i seni dell' inclinazioni de' solidi saranno come le lunghezze di essi, il resto essendo uguale, riusciranno le resistenze de' solidi uguali. Come per esempio, se sopra

lo stesso cerchio A S, il di cui centro è C vi saranno due solidi, l' uno retto A B S, l' altro inclinato A F S; di maniera che l' asse C B sia uguale all' asse C F, onde le loro cime B, F siano nell' arco d' un quadrante circolare B F G; lo stesso peso, che sospendendosi in B sarebbe precisamente bastante a vincere la resistenza della sezione A S, ancora appeso dalla cima F basterebbe a vincere la resistenza della medesima sezione della base comune; imperocchè tirata F E perpendicolare all' orizzonte, sarà la lunghezza C B, ovvero C F alla lunghezza C E, come la C S raggio della base, alla S D condotta sopra la direzione F C della resistenza ad angoli retti: cioè come il seno totale al seno dell' inclinazione dell' angolo F C G, che fa l' asse del solido colla parete, di maniera che (ritenendo i simboli del corollario precedente) per essere in questo caso L ad *l*, come I ad *i*, sarà *i* L uguale ad I *l*; ed essendo la stessa sezione circolare, e la medesima distanza dal sostegno C S in ambedue i solidi, e *s d* uguale ad S D; dunque S D I *l* è uguale ad *s d i* L, cioè le resistenze respettive dell' uno, e dell' altro solido sono uguali.

Proposizione XLII. Teorema XXX.

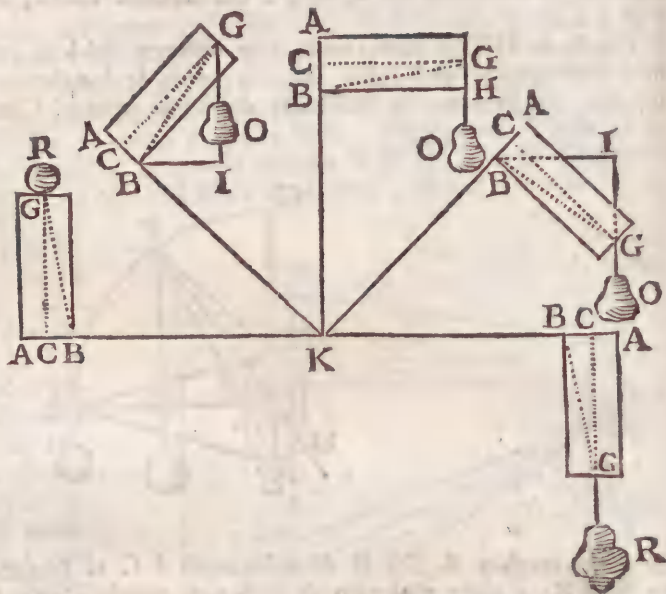
230
V. V.
p. 3.

In diversi piani inclinati, le resistenze de' medesimi solidi si diversificano, nel volerli rompere col medesimo peso; ed ancora considerando i soli momenti de' solidi.

G. G.

Secondo lo sbozzo d'una figura segnata dall' Autore appresso a questa proposizione, credo che si debba esporre nella maniera, che segue.

 Sia

Sia il solido A B G impegnato in varj muri K A, K A diversamente inclinati all' orizzonte, ed il peso H sia abile a superarne la resistenza, quando è fitto il solido nel muro verticale: il peso O sia quello, che la vinca nel muro inclinato; e dal sostegno B al punto G, a cui si attaccano i detti pesi, conducasi la retta B G; siccome siano le B H, B I perpendicolari dal detto sostegno sopra la direzione de' pesi. Dico che il peso H al peso O starà reciprocamente, come B I a B H, che sono i seni degli angoli B G I, B G H; ed in conseguenza le resistenze del solido in questi varj siti saranno diverse, e diversa impressione riceverebbero da un medesimo peso. E lo stesso vale, quando in luogo de' pesi aggiunti, si considerasse il momento del solo peso del solido, raccolto nel suo centro di gravità.

Imperocchè il peso H all' assoluta resistenza del solido, raccolta nel centro C della sua base, sta come C B a B H; e l' assoluta resistenza medesima sta al peso O, come B I a C B; dunque per la ragione perturbata, il peso H al peso O sta, come B I a B H; Il che dovea dimostrarsi.

Che se intenderassi il solido A B G tanto prolungarsi, che il punto G rimanga lo stesso col suo proprio centro di gravità; allora prescindendo dal peso aggiunto, e considerando la gravità sola del solido raccolta in G, ed operante colla direzione G H, ovvero G O, è manifesto, che volendo supporre equilibrata la resistenza del solido in tutti questi siti col proprio peso, non potrebbe questi essere il medesimo, ma dovrebbe similmente variare in ragione reciproca de' seni B I, B H, corrispondenti agli angoli d' inclinazione B G O, B G H; e però quando suppongasi essere lo stesso peso del solido, averà viceversa i suoi momenti misurati dalla ragione diretta de' medesimi seni B H, B I. Il che ec.

231

Corollario I. La più gran resistenza respettiva sarà d' un solido applicato al piano orizzontale, come accade a quello, cui tende a rompere, o a schiacciare il peso R, il quale uguagliar debbe la resistenza assoluta di esso. La minima resistenza respettiva sarà d' un solido applicato al muro verticale: a negli altri piani, secondo che saranno più all' orizzonte inclinati, si troverà sempre resistenza maggiore.

Corollario II. E viceversa nel piano verticale avrà un solido il maggior momento, e disposizione a rompersi col proprio peso, o con uno stesso alla sua cima attaccato; e nel piano orizzontale averà il minimo de' suoi momenti, siccome

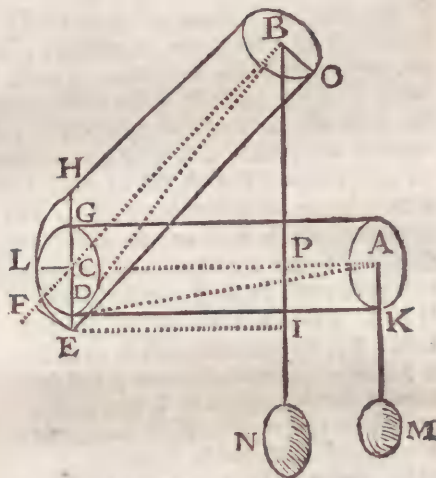
come ne' piani di mezzo l' averà mediocre; e tanto maggiore, quanto più al verticale si accosta, ma tanto minore, quanto più all' orizzontale si avvicina.

Proposizione XLIII. Prob. XIII.

Si assegni la proporzione de' pesi minimi rompenti il medesimo solido col proprio peso: e qual linea descrivano l' estremità.

V. V. p. 3. G. G.

Si è già veduto nell' antecedente, qual proporzione abbiano i minimi pesi, da' quali si spezzi il medesimo solido, in varj piani diversamente inclinati fitti a squadra colla stessa sezione; ma nel medesimo piano diversamente inclinandosi un dato solido, varierà la sezione, in cui seguir dee la rottura (siccome in un cilindro, o cono la base non si manterrebbe circolare, ma diventerebbe ellittica) onde crescerebbe per tal capo la resistenza nella ragione sì dell' ampiezza di tal sezione, e sì della distanza, che averebbe il suo centro di gravità dal sostegno; ma scemerebbe viceversa il suo momento, a misura del seno dell' inclinazione (per le cose dette nella prop. 41.) siccome nella stessa proporzione scemerebbe ancora il momento del peso attaccato alla cima del solido.

Sia per cagione d' esempio il cilindro G D K fitto a squadra in un muro verticale, e la resistenza della sua base circolare G L D sia equilibrata dal peso M. Poi s' intenda l' asse A C del cilindro muoversi attorno al punto C, rimanendo nel suo piano verticale, e venire nel sito C B, sicchè il cilindro sia H B O, il quale sega lo stesso muro nella base ellittica H L E; e la resistenza di essa venga pareggiata dal peso N. Dico, che M ad N ha la ragione composta della reciproca delle distanze E I, D K, per cui i sostegni E, D sono lontani dalle direzioni d' essi pesi, e di più di quella de' semidiametri C D, C E, che risultano nelle dette sezioni in ambidue i casi, e che sono le lontananze del centro della resistenza C, dalli due appoggi D, E.

232

Imperocchè, per cagione dell' equilibrio, starà il peso M all' assoluta resistenza della base G L D, come C D ad D K; e la resistenza assoluta G L D all' assoluta resistenza H L E sarà come la sezione alla sezione, cioè (per essere ad ambidue comune il semidiametro L C) come C D a C E: e finalmente la resistenza assoluta di questa sezione L H E (per la prop. 41) al peso N, che ne uguaglia il momento, è come la distanza E I alla distanza E F, o pure all' uguale B O, cioè alla C D; dunque per l' ugual proporzione sarà il peso M al peso N in ragione composta di E I a C D, di C D a D K e della C D alle C E; ma le prime due ragioni formano quella di E I a D K; dunque il peso M al peso N starà in ragione composta della reciproca delle distanze E I, D K, e della diretta de' semidiametri C D, C E; Il che dovea dimostrarsi.

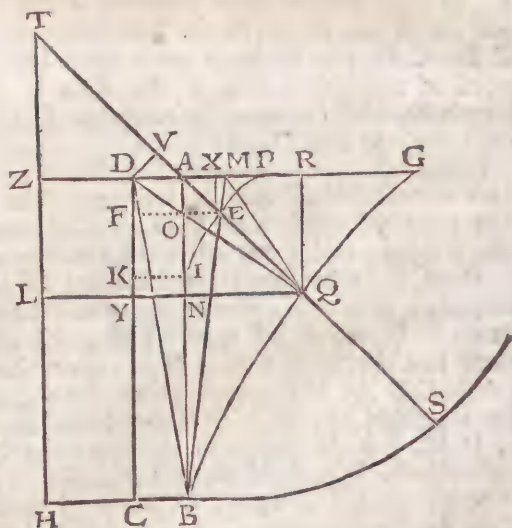
Corollario. Il peso M al peso N, cioè la resistenza del cilindro orizzontale alla resistenza dell' obliquo, sta come il quadrato del semidiametro C D al quadrato del semidiametro C E. Imperocchè E I a D K, ovvero a C A, sta come C P a C B, ovvero come F E (cioè C D) a C E, essendo simili i triangoli C F E, C B P, dunque la ragione composta di E I ad D K, e di C D a C E

C E è duplicata di questa, o pure è la stessa, che la ragione del quadrato C D al quadrato C E, e però i detti pesi M, N, o resistenze de' solidi corrispondenti, sono come i quadrati de' semidiametri C D, C E.

Quanto all' altra particolarità del presente quesito, cioè di sapere, qual linea descrivano l' estremità di questi solidi, non è così agevole il determinare, che cosa l' Autore desiderasse per ciò di rinvenire; ma da una figura ivi disegnata, in cui si esprime un piano orizzontale, ed un cilindro da esso in giù pendente a piombo, con un altro obliquamente inclinato, accennando, che sieno i minimi, abili a sostenersi in tale positura, pare che il suo pensiero fusse d' indagare a qual linea terminino l' estremità di varj cilindri, o coni, o altri solidi di un medesimo genere, diversamente inclinati allo stesso piano, e condotti alla precisa lunghezza, in cui reggere si possano; ma perchè, secondo che si supponessero l' uno dall' altro più, o meno distanti, la curva, in cui anderebbero a finire, sarebbe diversa; io li supporrò tutti coll' asse, che passi per lo stesso punto del piano, in cui sono fitti; e di più stenderò la speculazione (oltre all' orizzontale accennato nella bozza del Sig. Viviani) ancora al verticale; dal che sarà facil cosa l' immaginarsi quello che debba succedere in un piano di mezzo tra l' una, e l' altra posizione.

Sia dunque il piano orizzontale D A G, dentro a cui fitto a squadra si trovi il solido D B M (sia cono, o cilindro, o conoide ec.) la di cui base D M, e l' asse A B, in cui sia il suo centro di gravità I; e sopra la stessa base sia obliquamente disposto il solido D Q M dello stesso nome, il di cui asse A Q, ed il centro di gravità E; dico che i centri di gravità E, I (supponendo ciascuno di questi solidi, per mezzo del proprio suo peso, equilibrarsi colla resistenza della base comune) saranno in una curva I E P di tal natura, che condotte le E F, I K parallele all' orizzonte, e terminate dalla verticale D C, che passa per l' estremo D della base, sarà sempre il rettangolo A E F uguale al rettangolo A I K; e dico ancora, che le cime B, Q di detti solidi terminano alla curva B Q G simile all' altra I E P, la quale riferendosi alla retta H L T parallela a C D, ma da essa distante in maniera, che C B a B H sia come I A ad A B, ovvero E A ad A Q (essendo gli assi di detti solidi proporzionalmente divisi da' loro centri di gravità) sarà parimente il rettangolo A Q L uguale al rettangolo A B H.

233

Si conduca D V perpendicolare sopra l' asse Q A, ed E X perpendicolare a D M; pareggiandosi dunque il momento del solido D Q M col momento della resistenza nella base D M, sarà il peso di esso all' assoluta resistenza D M, ovvero al peso del solido D B M, che direttamente tirando l' uguaglia, come reciprocamente la D V (distanza della direzione Q A della resistenza dal sostegno D) alla D X (distanza della direzione del centro d' esso solido dal medesimo sostegno) cioè alla F E; ma il peso del solido D Q M al peso dell' altro D B M, stà come la mole alla mole, cioè (per avere la base D M comune) come l' altezza Q R all' altezza B A; dunque Q R a B A stà come

me D V ad F E; e permutando Q A a D V, cioè (per la similitudine de' triangoli Q R A, D V A) Q A ad A D è come B A ad F E; e di nuovo permutando Q A a B A (ovvero E A ad I A, che sono parti proporzionali degli assi tagliate da' loro centri di gravità) sarà come A D ad F E; onde il rettangolo A E F sarà uguale al rettangolo D A I K; e però la natura della curva I E P dipende dall' uguaglianza di detti rettangoli.

E perchè i rami A Q, A B sono proporzionalmente divisi in E, I; è manifesto, essere la curva B Q G, condotta per le cime dei detti solidi della stessa natura della curva I E P; e che però dipende da una simile uguaglianza di rettangoli A Q L, A B H; siccome in fatti, essendo H B a B C, ovvero L N ad F O, come B A ad A I, cioè come Q A ad A E, o come Q N ad E O; ancora la somma degli antecedenti L Q alla somma de' conseguenti F E starà nella stessa ragione di H B a B C; e permutando L Q ad H B sarà come F E a B C, cioè a D A; ovvero (per le cose già dimostrate) come I A ad A E, che è quanto dire come B A a Q A; e però il rettangolo A Q L sarà uguale al rettangolo A B H; Il che ec.

234

Quanto alla descrizione di questa curva; se col centro A, e semidiametro A B nella precedente figura si descriverà l' arco circolare B S, ed inclinata qualunque A S si prolungherà fino al concorso della H L in T; basterà dividere A S in Q in maniera, che le tre linee T A, A Q, Q S siano continuamente proporzionali; che il punto Q sarà nella curva cercata; imperocchè componendo sarà A S, ovvero B A ad A Q, come Q T a T A, cioè come Q L ad A Z, o pure ad H B; e però il rettangolo A B H sarà uguale al rettangolo A Q L, come ricerca la natura della curva B Q G, proposta da costruirsi.

Ma se il muro D A R sarà verticale, ed in esso parimente siano fitti, il solido D B M retto, e l'altro D Q M obliquo; sopra la comune base, il di cui diametro D M, ambidue minimi tra gli atti a rompersi in vigore del proprio peso, e però equilibrati colla resistenza della base suddetta. Dico che la curva, in cui terminano le cime di tali solidi, è di tale natura, che sempre al rettangolo A Q R uguaglia il quadrato A B; e la curva I E P, la quale passa pel centro di gravità dei detti solidi, è simile all' altra: sicchè ancora il rettangolo A E X pareggia il quadrato A I.

Imperocchè il peso del solido M Q D alla resistenza della base M A D sta per le cose sopra dimostrate, come D V a D F, cioè ad E X, o pure (per la simiglianza de' triangoli D V A, E X A) come D A ad A E; ma la resistenza d' essa base M A D è al peso del solido M B D, come D K, cioè A I a D A; dunque per l' ugualità perturbata il peso del solido M Q D a quello del solido M B D sta come I A ad A E; ma il primo peso al secondo sta come l' altezza Q R all' altezza A B; dunque Q R ad A B sta, come I A ad A E, cioè (per la proporzionale divisione degli assi fatta ne' centri di gravità de' solidi dello stesso genere) come A B ad A Q; e però il rettangolo A Q R uguaglia il quadrato di A B; Il che era da dimostrarsi.

Ed essendo il rettangolo A E X al rettangolo A Q R, come il quadrato A E al quadrato A Q, cioè come il quadrato A I al quadrato A B: l' ugualità de' con-

conseguenti ci assicura dell' ugualità degli antecedenti ; e però la curva, che passa per tutti i centri di gravità di detti solidi, ci darà sempre il rettangolo A E X uguale al quadrato A I ; onde sarà simile all' altra, che passa per le cime de' medesimi. Il che ec.

Per la costruzione poi di questa curva, descrivendo col centro A, ed intervallo A B l' arco circolare B S, la cui tangente sia B T, ed inclinata qualsivoglia segante A T, basterà interporre fra le due A T, A S la mezzana proporzionale A Q: che sarà il punto Q della curva B Q G ricercata ; imperocchè la similitudine de' triangoli A B T, A Q R, ci darà Q R ad A B, come A Q ad A T, cioè come A S (ovvero A B) ad A Q ; e però il rettangolo A Q R sarà uguale al quadrato A B, come richiede la natura di essa curva.

235

Proposizione XLIV. Quesito XIV.

V. V. p. 19.

Data la linea A B *centrica* (cioè che sia la distanza del centro di gravità B d' un solido C D dal centro A della sua base C E) *di un solido fitto a squadra nel piano orizzontale* C G *colla sua base* C E *di maniera, che col proprio peso equilibri la resistenza di detta base : e data l' inclinazione dell' asse* A F *d' uno altro solido, che abbia la medesima base, e sia similare al primo : determinare la lunghezza, che debbe avere, acciocchè aggravando col proprio peso contro il sostegno* C, *equilibri appunto la medesima resistenza* C E (quando ancora si prescinda dalla diversa direzione, che in tal sito pare, che acquisti la forza della resistenza.

Dal centro di gravità del solido B *si tiri la* B F *parallela alla* A G, *che concorra coll' asse inclinato in* F, *e per* F *la* F G *parallela alla* B A : *dipoi alla* C A *si applichi un parallelogrammo rettangolo, uguale al rettangolo* G A C, *e che ecceda d' una figura quadrata ; e sia questo il rettangolo* C H A ; *e da* H *sia tirata* H I *parallela alla* G F, *che concorra in* I *colla* A F. *Dico che la* A I *è la centrica del solido ricercato.*

Perchè essendo il rettangolo C H A *uguale al rettangolo* G A C, *sarà come* H C *a* C A, *così* G A *ad* A H, *ovvero* F A *ad* A I, *o pure come il solido della centrale* A F, *al solido della centrale* A I, *per esser questo su la medesima base* C E; *ma il solido della centrale* A F *è uguale al solido della centrale* A B *essendo su la stessa base, e della medesima altezza ; dunque* H C *a* C A *starà, come il solido della centrale* A B *al solido della centrale* A I, *cioè come il peso assoluto del primo al peso assoluto del secondo: ma il peso assoluto del solido della centrale* A B *è la misura della resistenza assoluta di* C E; *adunque la resistenza assoluta di* C E *alla forza assoluta, cioè al peso del solido della centrale* A I *starà, come* H C *a* C A, *cioè come la leva alla contralleva, e però si farà l' equilibrio tra questo e quella. Il che ec.*

E *perchè il rettangolo* G A C *è uguale al rettangolo* C H A, *sarà* G A *ad* A H, *come* H C *a* C A; *e dividendo* G H *ad* H A, *come* H A *ad* A C ; *ovvero* (*tirata* C L *parallela ad* A B, *e prolungata la* F A *in* L) *come* F I *ad* I A, *così* I A *ad* A L; *Quella curva adunque, che partendosi da* B *verso* G, *segherà le rette* A F *in* I, *in modo che* (*le medesime prolungate sino a* C L) *stia* L A

ad

ad A I, *come* A I *ad* I F, *sarà quella, che darà tutti i centri de' solidi similari, che col momento del proprio peso saranno bastanti a pareggiare la resistenza della propria base, qualunque si sia la loro inclinazione. E tal linea curva sarà asintota alla* A G.

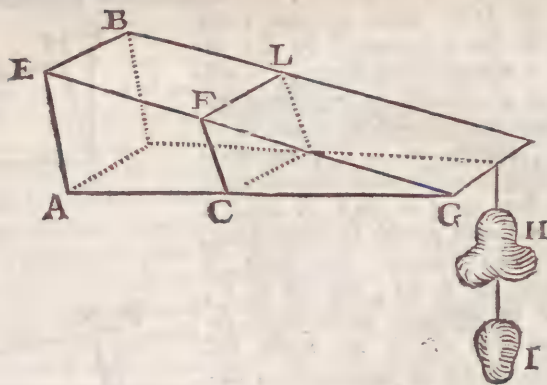
Se fusse stato riveduto questo trattato, ed a perfezione ridotto dal suo Autore, egli senza dubbio primieramente accorto si sarebbe, che la curva B I, da lui qui descritta, è una vera Iperbola d' Apollonio; imperocchè, stando H C a C A, come G A ad A H, ovvero come F G (cioè B A) ad H I, il rettangolo dell' estreme C H I uguaglia quello delle mezzane C A B; e però la curva B I è una Iperbola, cha ha per asintoti le linee C K, C G. *G. G.*

In secondo luogo forse averebbe osservato, che la vera distanza della resistenza, che è nella base C E dal suo sostegno C, non è la C A in riguardo al solido inclinato colla direzione dell' asse A F, in cui si raccoglie l'azione della resistenza del solido, passando per tutti i centri di gravità delle sezioni parallele a detta base C E, come si è avvertito nella prop. 41. ma bensì cotale distanza è la C M, perpendicolare alla detta direzione della resistenza, secondo l' asse del solido I A; il che fa degenerare l' Iperbola B I nella curva da noi sopra descritta nella prop. antecedente, la quale fu da me distesa, prima che giungessi a vedere nel MS. del Sig. Viviani questa sua costruzione; ed io non ho voluto omettere nè l' una nè l' altra: parendomi quella ben fondata secondo i principj meccanici, e questa almeno verificandosi, astraendo da quella particolare considerazione della direzione diversa, che sembra avere la resistenza in un solido obliquo (il perchè ho aggiunta al titolo della proposizione del S. Viviani quell' ultima parentesi) tanto più, che questa nuova considerazione delle direzioni nelle resistenze potrebbe non riuscire a gusto di tutti, e però era dovere, che secondo l' ipotesi di chi ancora credesse universalmente esercitarsi la forza della resistenza secondo una direzione sempre perpendicolare alla base, non ostante qualunque obliquità dell' asse d' un solido, si determinasse la curva, in cui terminano i centri, o le cime de' solidi precisamente abili a sforzare la comune resistenza della base, come acutamente ha fatto qui il nostro Autore. 236

Proposizione XLV. Teor. XXXI. *V. V. P. 47.*

Dimostrare in altra maniera la proposizione 14. *del Galileo: cioè che nel cuneo* A B G, *il quale posa sul muro con uno de' suoi parallelogrammi, le resistenze all' esser rotto crescono, come le lunghezze del cuneo fuori del muro.*

Equilibri H *la resistenza* A B, *ed* I *la resistenza* C D. *Dico che* H *ad* I *sta come* A G *a* G C.

Poichè H *ad* I *ha proporzione composta della* E A *ad* A G, *e della resistenza* A B *alla* C D, *cioè della linea* E A *alla* C F, *ovvero della* A G *alla* G C, *e della* G C *alla* C F (*per la prop.* 6.) *ma anche* E A *a* C F *ha proporzione composta delle medesime* E A *ad* A G, A G *a* G C, G C *a* C F; *dunque* H *ad* I *sta come* E A *a* C F, *cioè come la lunghezza* A G *alla lunghezza* G C; *Il che ec.* 237

Proposizione XLVI. Quesito XV.

V. V. p. 18.

Nel cuneo triangolare F A B, *quando il peso* N *fusse bastante a spezzare* A F *fitta nel muro: perchè più tosto il medesimo peso, anzi ancora minore, non dee prima spezzarlo in un' altra sezione* O P *più vicina all' estremo* B, *dove è sempre minor resistenza, col fare il cuneo in què luoghi di mezzo sostegno di se medesimo?*

Perchè dovendosi strappare non direttamente, ma obliquamente, conviene che si spezzi sopra di un sostegno veramente immobile, o pure che si muova all' opposte parti, cioè allo insù, mentre il peso N, ed il carico del muro sopra F, premono all' ingiù, o almeno trattengono gli estremi del solido, che non si lascino trasportare dall' azione del sostegno, che spinge all' insù. Ma nè il punto O, nè verun altro peso tra A, e B, è sostegno immobile, o che abbia veruna azione da spignere insù, anzi è disposto a secondare il moto della leva A B, discendendo col peso N, e piegandosi in arco circolare d' intorno al centro A, il quale solo è veramente immobile; adunque lo spezzamento non può farsi in veruna sezione intermedia O P, ma unicamente nella A F, a cui sta sottoposto il taglio del muro.

Del resto, se talmente ferma fusse, e rigida la porzione F O, che non potesse cedere, ed accompagnare in alcuna maniera il moto della parte O B, potrebbe il peso N sforzare la sola parte O B, alla separazione sopra il sostegno stabile, che la fermezza del solido porgerebbe in tal caso nel punto O. E credo che talvolta ciò succeda, vedendosi delle mensole di pietra sporte in fuori del muro, tronche, o mozze assai lontano dal taglio d' esso muro, in cui erano impegnate.

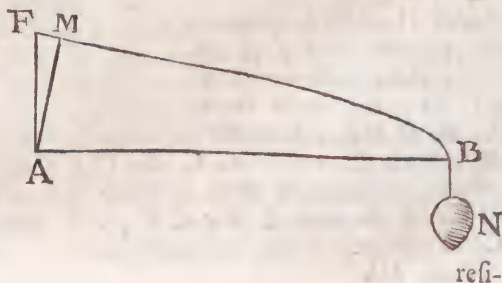
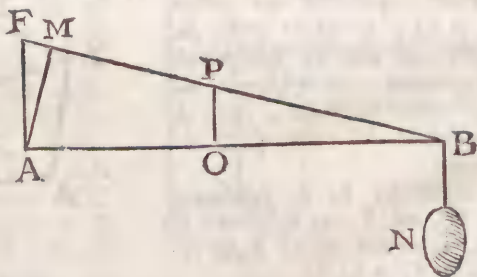
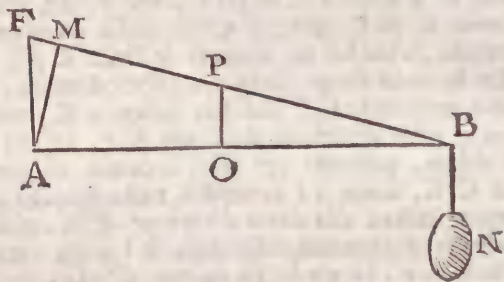
238

Proposizione XLVII. Quesito XVI.

V. V. p. 18.

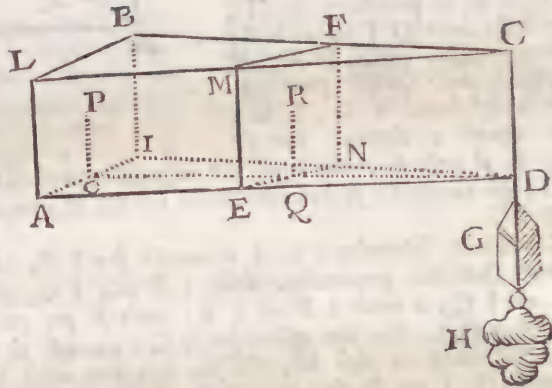
Se i cunei triangolare, e semiparabolico debbano spezzarsi più tosto nella sezione A M *fatta dalla minima retta* A M *sopra la linea* F M B, *dove è minore la resistenza, che nella* A F: *perchè la resistenza assoluta non può essere tanta in* A M, *quanta in* A F, *per essere rettangoli della medesima altezza, che sono come le basi* A M, A F: *ed anco perchè la contralleva, dove tali potenze sono poste, è minore in* A M, *che in* A F, *presa la distanza dallo stesso sostegno* A, *che è nel taglio del muro, in cui si suppongono i cunei impegnati.*

Dee seguire la rottura regolarmente parlando, nella A F, sezione comune del cuneo colla parete, in cui è fitto: perchè, quantunque sia minore la resi-

resistenza di A M, che di A F, la parte F M non essendo premuta contro il sostegno, e tenuta fissa nel muro, come si è avvertito essere necessario nella prop. precedente, potrà secondare il moto dell' altra parte contigua M B, tirata giù dal peso N: onde cedendo, e piegandosi con essa, non potrà da lei separarsi; e però non seguirà la rottura nella retta perpendicolare A M, se non in caso, che la materia F A M fosse talmente ferma, e rigida, che non potesse nella maniera accennata cedere, e piegarsi: perchè allora sarebbe, come se il cuneo M A B fosse fitto in un muro A M inclinato all' orizzonte, e lo spezzamento seguirebbe secondo le regole di sopra assegnate nella prop. 42.

Proposizione XLVIII. Teor. XXXII.

239 V. V. p. 32.

Se il cuneo triangolare A B C D sarà fitto nel muro perpendicolarmente, ora colla sezione A B, ed ora con l' altra E F parallela all' A B; appendendo all' estremità D un peso H, che sia bastante appunto a spezzare il solido nella sezione A B; ed un' altra G, che sia appunto bastante per superare la resistenza della sezione E F, dico, che i pesi G, ed H sono eguali: cioè a dire, che detto cuneo è per tutto egualmente resistente, considerato senza peso.

Dividasi la A I per mezzo in O, e giungasi la D O, segante la E N per mezzo in Q. Da O Q si alzino O P, Q R, che congiungano i punti P, R, centri di gravità delle sezioni A B, E F (le quali, per essere parallelogrammi, che hanno eguali altezze A L, E M, daranno le distanze de' centri loro P O, R Q eguali) Ora qui le D Q, D O saranno le leve, dove in D sono applicate le forze, o pesi G, H; e le Q R, O P le contralleve, all' estremità delle quali in R, P sono applicate le resistenze E F, A B; ed il peso G pareggia la resistenza E F, ed il peso H equilibra la resistenza A B. Dunque per la prop. 6. il peso G al peso H ha la proporzione composta della contralleva R Q alla leva Q D, e della resistenza E F alla A B, cioè della linea E N alla A I (essendo parallelogrammi con eguali altezze, che sono fra loro come le basi) cioè della leva D Q alla D O, e della leva D O alla contralleva O P; ma anche la Q R alla O P ha la proporzione composta delle medesime R Q a Q D, Q D a D O, e D O ad O P, dunque il peso G al peso H sta come la Q R alla O P; e però sono tra loro uguali. Il che si dovea dimostrare.

In altra maniera si discorra così; Il momento della resistenza A B al momento della resistenza E F sta, per la prop. 2. come la base A I alla base E N, cioè come la leva O D alla Q D, ovvero come il momento del peso H pendente dalla leva O D, al momento del medesimo peso pendente dalla leva Q D; e permutando il momento della resistenza A B, al momento del peso H pendente da O D, starà come il momento della resistenza E F, al momento del medesimo peso H pendente da Q D; ma i primi momenti sono uguali, dunque ancora i secondi; e però il medesimo peso, che pendente da O D equilibra la resistenza A B, pendendo da Q D equilibrerà la resistenza E F. Il che ec.

240 G. G. Più speditamente, per la prop. 7. essendo nelle leve P O D, R Q D, le uguali braccia P O, R Q; ed in esse le resistenze proporzionali alle contralleve O D, Q D: da uguali contrappesi H, G si equilibreranno le suddette resistenze; Il che ec.

Proposizione XLIX. Teor. XXXIII.

V. V. p. 46. *Se il cuneo parabolico* A D I *sarà fitto nel muro perpendicolarmente, ed il peso* L *equilibri la resistenza* A D, *il peso* M *la resistenza* E G, *dico che il peso* L *al peso* M *ha suddupla proporzione della leva* I P *alla leva* I Q: *che è la proporzione reciproca delle lunghezze di detto cuneo.*

Poichè la resistenza A D *alla* E G *sta come la linea* A B *alla* E H; *ma la* A B *alla* E H *ha suddupla proporzione del quadrato* A B *al quadrato* E H, *cioè della leva* Q I *alla* I P; *e le contralleve* Q O, P N, *all' estremità delle quali sono appese le resistenze* A D, E G, *sono uguali; dunque per la prop. 8. il peso* L, *che equilibra la resistenza* A D, *al peso* M, *che equilibra la* E G, *ha suddupla proporzione della leva* I P *alla leva* I Q; *Il che si dovea dimostrare.*

Corollario. *Prendendo la* I R *media fra* I P, *ed* I Q, *la quale ad* I Q *ha parimente suddupla proporzione della* I P *alla* I Q, *sarà il peso* L *al peso* M, *come* I R *ad* I Q, *o come* I P *ad* I R: *onde se per pareggiare la resistenza* A D *si ricerca il peso* L, *per pareggiare la* E G, *quando il cuneo sarà più corto fuori del muro, ci vorrà un peso* M, *che sia maggiore dello* L: *e tanto maggiore, quanto la media* R I *tra le due leve* Q I, P I, *è maggiore della minor leva* P I.

Proposizione L. Teor. XXXIV.

V. V. p. 11. *Se saranno due leve divise da' loro sostegni in maniera, che le distanze, dove si hanno da costituire le potenze, abbiano tra di loro doppia proporzione delle distanze, dove saranno le resistenze: le quali resistenze siano tra loro in doppia proporzione delle loro distanze medesime; le potenze sostenenti fra loro saranno, come le distanze delle resistenze.*

241 Sia B C a G H in ragione doppia di A B ad F G; e sia ancora la resistenza D alla resistenza I nella stessa doppia ragione di A B ad F G; le forze sostenenti E, K saranno come A B ad F G; Imperocchè starà E a K in ragione composta di E a D, di D ad I, e di A K; ma la prima ragione è per l' equilibrio quella di A B a B C; la seconda per l' ipotesi quella di B C a G H (essendo tanto l' una, che l' altra doppia della ragione di A B ad F G) e la terza quella di

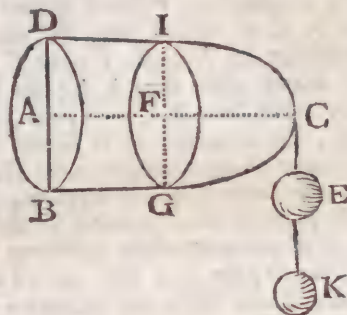
G H ad F G; dalle quali ne risulta quella di A B ad F G; dunque E a K sta come A B ad F G. Il che ec.

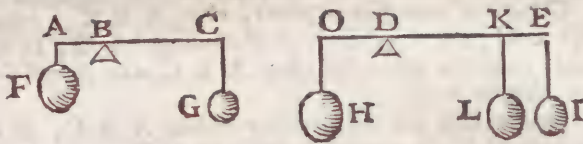
Corollario. Quindi è chiaro, che lo stesso accaderebbe, se fusse D ad I, come B C a G H, quantunque l'una, e l'altra ragione non fusse doppia di quella di A B ad F G: seguendone subito, che sia E a K, come A B ad F G, in vigore della precedente dimostrazione, indipendente da quella circostanza di ragione doppia, per cui si limita il Teorema del Sig. Viviani.

Proposizione LI. Teor. XXXV.

Le forze per ispezzare un conoide parabolico, fitto nel muro, accorciando il conoide, scemano colla proporzione, che scemano i diametri delle sezioni.

V. V. p. 11. e 52. G. G.

Perchè nel conoide B C D parabolico, segato col piano I G parallelo alla base, sta la distanza A C alla distanza F G, (nelle quali si costituiscono le potenze E, K abili a vincere la resistenza di dette sezioni, spezzando in esse il solido) in doppia ragione delle distanze A B, F G, nelle quali si applicano le resistenze, e queste sono, come i cerchi D B, I G, i quali altresì hanno doppia ragione delle stesse distanze A B, F G; dunque per la precedente sarà E a K, come A B ad F G, o pure come tutto il diametro D B al diametro I G; Il che era da dimostrarsi.

Proposizione LII. Teor. XXXVI.

Se nelle libre A B C, O D E, *in cui i pesi* F, G, H, I *sono equilibrati, sarà il peso* F *al peso* H, *come il quadrato del vette* A B *al quadrato del vette* O D, *e la contralleva* B C *alla contralleva* D E *sia come il cubo del vette* A B *al cubo del vette* O D, *saranno i pesi* G, *ed* I *tra loro uguali*.

242 V. V. p. 33. G. G.

Si pigli D K uguale a B C, ed il peso L posto in K, si equilibri con H; dunque il peso G al peso L, per la prop. 13. starà, come il cubo di A B al cubo di O D, cioè per l'ipotesi, come la distanza B C, ovvero D K, alla distanza D E; ma per essere uguali i momenti de' pesi I, ed L, i quali si equilibrano collo stesso H, starà ancora I ad L, come D K a D E; adunque G ad L sta, come I ad L; e però G, ed I sono uguali; Il che ec.

Proposizione LIII. Teor. XXXVII.

La conoide nata da una parabola cubica, essendo fermata colla base nel muro, resiste ugualmente in qualsivoglia delle sue sezioni.

V. V. p. 31.

Se

Se nel rettangolo A B, *e nel triangolo* A C B *ſiano applicate le rette* D H E, F I G, *e tra le due* D E, E H *ſi piglino due medie proporzionali* E L, E M; *e ſimilmente fra le due* F G, G I *le due medie* O G; N G, *e così ſempre, i punti* B, O, L, A *ſaranno nel contorno d' una parabola cubica; di maniera che* D E *ad* E H, *o pure* A C *ad* E H, *cioè* C B *a* B E, *ſarà come il cubo* D E, *o pure* A C, *al cubo* E L; *e ciò ſempre. Ora dico, che ſe queſta parabola cubica ſi ravvolgerà d' intorno all' aſſe* B C, *il ſolido rotondo* A P B *da eſſe generato, eſſendo fitto colla baſe nel muro, e da eſſo tirandolo fuori a qualſivoglia lunghezza, reſiſterà ſempre ugualmente. Imperocchè il cerchio generato dal raggio* A C *al cerchio fatto dal raggio* L E, *cioè la reſiſtenza aſſoluta del primo alla reſiſtenza del ſecondo, è come il quadrato del braccio della leva* A C *al quadrato del braccio della leva* L E; *ma la contralleva* B C *alla contralleva* B E *è come il cubo della leva* A C, *al cubo della leva* L E; *dunque per la precedente, lo ſteſſo peſo, che attaccato in* B *ſupera la reſiſtenza della ſezione* A C, *ſupererà ancora la reſiſtenza di qualſivoglia altra ſezione* L E. *Il che dovea dimoſtrarſi: avvertendo però, che tutto queſto ſi verifica, aſtraendo dal proprio peſo di detta conoide.*

243

O pure in altra maniera ſi diſcorra così. Il momento della reſiſtenza del cerchio A C *al momento della reſiſtenza del cerchio* L E *ſta, come il cubo* A C *al cubo* L E (*per la prop.* 4.) *cioè, per la natura del ſolido, come* C B *a* B E, *o come il momento d' uno ſteſſo peſo attaccato in* B, *nella diſtanza* B C, *tale che pareggi il momento della reſiſtenza* A C, *al momento del medeſimo peſo attaccato in* B *colla diſtanza* B E; *adunque permutando, il momento della reſiſtenza* A C *al momento del peſo in* B *colla diſtanza* B C *ſarà, come il momento della reſiſtenza* L E *a quello del peſo in* B *colla diſtanza* B E; *ma il peſo in* B *colla diſtanza* B C *pareggia il momento della reſiſtenza* A C; *dunque lo ſteſſo colla diſtanza* E B *pareggerà il momento della reſiſtenza* L E; *Il che ec.*

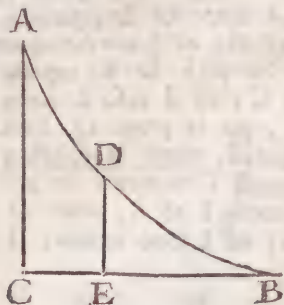
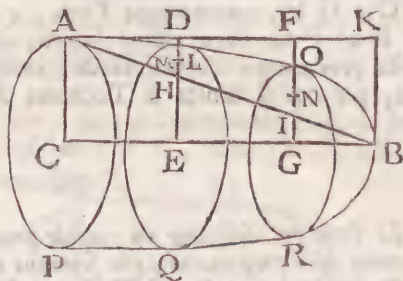
Propoſizione LIV. Queſito XVII.

V. V. p. 63.

Cercare d' una figura piana, come A B C, *talmente diſpoſta d' intorno al ſuo aſſe* B C, *che i quadrati dell' applicate* A C, D E, *abbiano tra di loro la proporzione compoſta della ſuperficie* A B C *alla ſuperficie* D B E, *e dell' altezza* B C *all' altezza* B E.

G. G.

Queſta ſarà un trilineo parabolico A B C, in cui la baſe B C ſia tangente della cima B, e le A C, D E ſiano parallele all' aſſe della parabola; imperocchè, eſſendo il trilineo A C B un terzo del rettangolo circoſcritto A C B, ed il trilineo D E B un terzo parimente del circoſcritto rettangolo D E B, averà la ſuperficie A C B alla ſuperficie D E B la ragione compoſta delle ragioni de' lati C A a D E, (cioè del quadrato C B al quadrato E B) e di C B a B E; onde ſarà come il cubo C B al cubo B E. Si aggiunga ora da entrambe le parti la ragione di C B a B E; ſarà la ragione compoſta della ſuperficie A C B alla ſuperficie D E B, e della C B a B E, uguale a quella del biquadrato C B al biquadrato B E; ma ſtando A C a D E, come il quadrato della C B al quadrato della B E; raddoppiata l' una e l' altra ragione, ſarà il qua-

quadrato A C al quadrato D E, come il biquadrato C B al biquadrato B E; adunque il quadrato A C al quadrato D E ha la ragione composta di quella della superficie A C B alla superficie D E B, e di quella dell' altezza B C all' altezza B E; Che è quello che si dovea ritrovare.

Proposizione LV. Teor. XXXVIII.

V. V. p. 63.

La figura dotata delle condizioni sopraddette nell' antecedente proposizione, sarà ugualmente resistente in tutte le sezioni: intesa però cavata fuori di un muro coll' asse B C *orizzontale*. E *similmente il prisma, che averà per base detta figura, sarà ugualmente resistente (attesa la propria gravità del medesimo prisma)*

La ragione è perchè le resistenze (rispettive) delle linee, o piani A C, D E *sono fra loro, come i quadrati di dette linee, per la prop.* 3. *ed i momenti delle superficie, o solidi* A B C, D B E *hanno la proporzione composta delle dette proporzioni* (cioè delle superficie A B C, D B E, e della distanza B C alla B E, delle quali proporzioni si suppone composta ancora la ragione del quadrato A C al quadrato D E) dunque le resistenze respettive delle sezioni, cioè i momenti co' quali esse resistono allo strappamento, staranno come i momenti della figure cavate fuori del muro; e però da per. tutto ugualmente resisteranno, in riguardo del proprio peso.

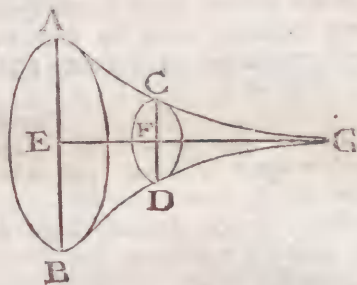
244 G. G.

Proposizione LVI. Quesito XVIII.

V. V. p. 36.

Cercare d' un' ultra figura solida rotonda d' intorno al suo asse, di cui i cubi de' diametri ne' cerchi applicati A B, C D, *abbiano la proporzione composta del solido* A G B *al solido* C G D, *e dell' altezza* E G *all' altezza* F G.

G. G.

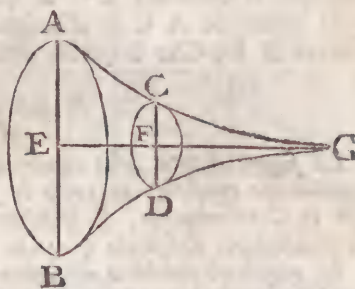
La tromba parabolica, nata dal ravvolgersi il trilineo parabolico G E B d' intorno alla tangente della sua cima G E, soddisfà al Quesito. Imperocchè il solido A B G al solido C D G (essendo ciascuno d' essi un quinto del cilindro circoscritto) ha ragione composta di quella de' cerchi, e de' quadrati A B, C D, e di quella dell' altezze E G, F G. Si aggiunga un' altra volta di comune la ragione di E G ad F G; sarà dunque la ragione composta di quella de' solidi A B G, C D G, e di quella dell' altezze E G, F G, uguale a quella che si compone dalla ragione de' quadrati A B, C D, e dell' altra de' quadrati E G, F G, cioè delle linee A E, C F, o delle duple di esse A B, C D; ma la ragione de' quadrati A B, C D, giunta a quella delle linee A B, C D forma quella de' cubi A B, C D; dunque i cubi de' diametri A B, C D hanno la proporzione composta di quella del solido A G B al solido C G D, e di quella dell' altezze E G, F G. Il che si dovea ec.

Proposizione LVII. Teor. XXXIX.

V. V. p. 63.

La figura ritrovata nella precedente proposizione ci dà un solido, che fitto nel muro sarà per tutto ugualmente resistente, considerato come grave.

Perchè la resistenza del cerchio A B *alla resistenza del cerchio* C D *ha proporzione composta del cerchio, o quadrato* A B *al cerchio, o quadrato* C D, *e della linea* A B *alla linea* C D (pel coroll. 2. della prop. 2. che parla de' momenti delle resi-

resistenze assolute, i quali sono la medesima cosa colle resistenze respettive, delle quali qui si tratta, per la definizione 5.) *ma ancora il cubo di A B al cubo di C D ha proporzione composta delle medesime proporzioni; e però dette resistenze sono, come i cubi de' diametri A B, C D (come nella prop. 4. si è dimostrato) ma i momenti de' solidi hanno altresì la proporzione composta della proporzione de' medesimi solidi, e delle loro altezze;* dunque in questo caso le resistenze sono proporzionali a' momenti del peso de' solidi; e però tanto resiste l'uno, che l'altro, in riguardo del proprio peso. Il che ec.

G. G.

Proposizione LVIII. Quesito XIX.

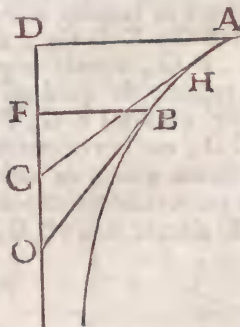
245 *V. V. p. 9.* *Cercare qual sia quel piano, e quel solido, che tirato fuori di una parete, sia in ogni stato ugualmente resistente, o potente a reggere il proprio peso.*

G. G. Al quesito ho soddisfatto nel mio problema 6. della parte 1. della risposta Apologetica al Sig. A. M. in infinite maniere, dalle quali si deduce il cuneo parabolico, e la tromba altresì parabolica, che si generano dal compimento della parabola ordinaria, o combinandosi col rettangolo, per farne nascere un prisma, o rivolgendosi attorno la tangente verticale, per avere un solido rotondo, de' quali si è parlato nelle proposizioni 54. 55. 56. e 57. siccome ancora fu avvertito dal Sig. Leibnizio negli Atti di Lipsia del 1684. e da Monsù Varignonio nelle memorie dell' Accad. Reale di Parigi del 1702. ed in oltre con infinite iperbole, o con lo spazio logaritmico, o con un prisma, sopra di esso spazio eretto a qualsivoglia altezza, si ottiene il medesimo intento: come ho dimostrato nel luogo citato, da ripetersi nell' Appendice aggiunta in piè del Trattato presente, Probl. 6. coroll. 3. e 4.

Proposizione LIX. Quesito XX.

V. V. p. 9. *Cercare qual sia quel solido, cioè di che figura, il quale tenuto in piombo ha in ogni sezione ugual resistenza: cioè, che la sezione alla sezione stia, come il solido al solido sopra di esse sezioni costituito.*

G. G. Tale sarebbe il solido fatto dalla logaritmica A H B, girata d'intorno al suo asintoto D O. Imperochè, o si pigli il solido infinitamente lungo, che averebbe la sezione della sua base nel cerchio descritto dal raggio F B, o quello che l'averebbe nell'altro cerchio del raggio D A, sarebbe per lo teor. 9. di Cristiano Ugenio, da me dimostrato negli Ugeniani cap. 9. n. 1. 6. 9. il primo solido sesquialtero del cono descritto dal triangolo F B O nel girare intorno ad F O; ed il secondo sarebbe pure sesquialtero del cono similmente descritto dal triangolo D A C, i quali coni, avendo per base i cerchi F B, D A, e per altezza le suttangenti F O, D C, che sono per la natura di questa curva tra di loro uguali, sarebbero in proporzione degli stessi cerchi F B, D A; e però ancora l'uno all'altro de' solidi fatti da essa logaritmica, sarebbe nella ragione delle basi, o sezioni, quali sarebbero i cerchi descritti da' raggi F B D A. Il che ec.

Lo

Lo stesso si dica d' un solido, le cui sezioni fossero tanti quadrati, o triangoli, o poligoni, o altre figure simili, fatte sopra l' ordinate della detta logaritmica; o che avesse per sezioni tanti rettangoli uguali, o proporzionali alli stessi quadrati, o alle medesime ordinate, come sarebbe un prisma d' una determinata altezza, fatto sopra la base dello spazio logaritmico suddetto infinitamente lungo; imperocchè secondo ciò che dimostrai negli Ugeniani cap. 3. n. 7. gli spazj logaritmici D A B O, F B O, sono come l' ordinate medesime D A, F B, e però il prisma eretto sul primo spazio a quello che si alzerebbe sul secondo colla medesima altezza averebbe la proporzione delle dette ordinate, ovvero de' rettangoli fatti da esse nella comune altezza del prisma, i quali sarebbero le sezioni dello stesso prisma ne' punti D, F; ed immaginandosi due figure, delle quali una fosse determinata a capriccio, crescente però in infinito col prolungamento dell' asse, e l' altra avesse per ordinata una quarta proporzionale dopo l'ordinata arbitraria della prima, l' ordinata della logaritmica allo stesso punto, ed un' altra qualsivoglia costante, intendendo fatti gl' infiniti rettangoli dall' ordinate di queste due figure, moltiplicate l' una coll' altra, il solido, che ne risulterebbe, sarebbe dotato della stessa proprietà col suddetto prisma, avendo le sezioni uguali sempre, o proporzionali a' rettangoli di quello; sicchè infiniti solidi possono determinarsi, i quali, nella maniera desiderata in questo quesito, cioè coll' avere le sezioni delle grossezze loro proporzionali a' pesi de' medesimi, fossero d' eguale resistenza in riguardo allo strapparsi direttamente da un piano orizzontale, in cui fitti fussero a squadra, ed a piombo quindi pendessero; I quali tutti però sono di lunghezza infinita, e dipendono sempre nella generazione loro dalla descrizione della logaritmica; nè a me sovviene altra specie di solido, che possa soddisfare al quesito; anzi credo assolutamente impossibile, che verun solido di lunghezza determinata possa avere le suddette condizioni per l' effetto, che si desidera.

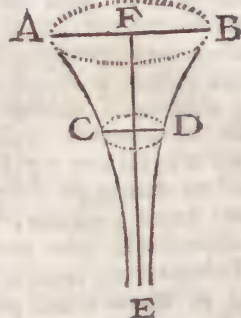
246

Proposizione LX. Quesito XXI.

Cercare ancora quale sia quello spazio superficiale, che considerato in piombo, cioè pendente da alto, sia pure ugualmente resistente: cioè, che il taglio al taglio sia come la superficie alla superficie, qual sarebbe A E B, *se stesse alla porzione sua* C E D, *come* A B *a* C D.

V. V. p. 9. e 63.

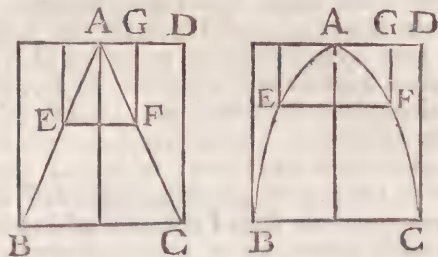
G. G.

Questo altresì non può essere altro, che il medesimo spazio della logaritmica, le di cui porzioni infinitamente lunghe, tagliate da qualsivoglia ordinata, sono come l' ordinate medesime, dalle quali resta segato, per le cose dimostrate ne' luoghi di sopra citati: e potrebbe anche aggiugnersi la superficie rotonda generata dalla Trattoria B D E rivoltata intorno il suo asse F E in cui parimente le superficie infinitamente lunghe A B E, C D E tagliate con varj piani paralleli alla base, sono come le circonferenze A B, C D nelle quali si fa il taglio medesimo; come può ricavarsi da ciò, che dimostrai negli Ugeniani capit. 12. num. 15. e nella Pistola geometrica al chiarissimo P. Ceva n. 19.

Proposizione LXI. Teor. XL.

La figura piana d' intorno al proprio asse, le superficie della quale tagliate dall' applicate siano tro loro, come le medesime applicate, non è figura di proporzionale aumento, o estensione.

247 *V. V. p. 66.*

Figura di proporzionale aumento d' intorno al proprio asse intendo quella, della quale qualunque parte terminata da qualunque applicata al suo parallelogrammo circoscritto ha la medesima proporzione, che qualunque altra parte terminata da un' altra applicata al suo parallelogrammo circoscritto; come segue nell' infinite parabole, che nella prima; cioè nel triangolo A B C, *il triangolo* B A C, *al parallelogrammo* B D *sta come il triangolo* E A F *al suo parallelogrammo* E G, *perchè è suddu-plo ec.*

E nella seconda parabola (cioè quella d' Apollonio) il bilineo B A C *al suo parallelogrammo* B D *sta, come il bilineo* E A F *al suo parallelogrammo* E G, *perchè è sussesquialtero ec. e così nell' altre.*

Se dunque nella figura A B C *d' intorno l' asse* B O, *fosse come la superficie* A B C *alla* D B E, *così la linea applicata* A C *alla* D E, *e così sempre; dico che questa figura non è di proporzionale aumento; perche essendo tale, sarebbe come il parallelogrammo* A B *al trilineo* A B O, *così il parallelogrammo* B D *al trilineo* D B H; *e permutando, il parallelogrammo* A B *al parallelogrammo* B D, *come il trilineo* A B O *al trilineo* D B H, *cioè (per la supposta proprietà della figura) come l' applicata* A O *alla* D H, *cioè alla* I O; *o pure come il parallelogrammo* A B *al parallelogrammo* I B; *adunque i parallelogrammi* D B, I B *sarebbero uguali tra loro, il tutto alla parte; il che è assurdo; adunque ec.*

G. G. E' da notarsi, che sebbene il Sig. Viviani non giunse a determinare la natura di cotesto spazio; il che non è maraviglia, essendo che la curva logaritmica allora non era assai nota fra' Matematici, e molto meno divulgate erano le sue proprietà mirabili pubblicate da Cristiano Ugenio, e poscia da noi dimostrate: sebbene, assai prima dello stesso Ugenio, era stata ritrovata la dimensione dello spazio logaritmico, e de' solidi da esso generati, dall' incomparabile Evangelista Torricelli; come apparisce dall' indice dell' opere inedite di lui, rimase fino a questi ultimi tempi chiuse in una cassa serrata a chiavi tenute appresso di più possessori, della notizia delle quali ne abbiamo l' obbligo all' Autore della Prefazione stampata poco fa, e premessa alle Accademiche lezioni di esso Torricelli; e speriamo un giorno di doverlo altresì ringraziare per l' edizione di tutti que' preziosi monumenti, che con grandissimo vantaggio delle scienze, e somma gloria della nostra Italia, ci ha lasciati quel grand' ingegno. Per altro è assai, che almeno il nostro Autore indovinasse, e dimostrasse, non poter essere lo spazio, di cui si trattava, proporzionale al pa-248 rallelogrammo circoscritto: siccome poco credo che vi mancasse all' accorgersi, che nè meno essere poteva alcuno spazio di finita, e determinata lunghezza.

Oltre di ciò, in proposito delle figure di proporzionale augumento, si vede, che il Sig Viviani fin d' allora per se stesso avvertì alla proporzione dell' infinite parabole co' parallelogrammi circoscritti, o a triangoli iscritti de' quali fa menzione in questa stessa pagina colla nota seguente, in cui si vede una bellissima proprietà di questa progressione di spazj, scoperta avanti ad ogni altro dal nostro Autore.

Termini

Termini di proporzioni tra i parallelogrammi circoscritti all' infinite parabole, colle loro parabole. *V. V. p. 66.*

Parabole: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9 ec.

Parallelogrammi: 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. ec.

Termini di proporzione dell' infinite parabole con i loro inscritti triangoli, e regola per ritrovarli con facilità, scrivendo prima un sì, ed un nò, come si vede, i numeri dispari dall' unità, ed a dirimpetto (ovvero direttamente al di sotto) i numeri della progressione naturale dall' unità: riempiendo poi i mezzi colla somma del termine di sopra (cioè dell' antecedente) con quel di sotto (vale a dire col conseguente) come si vede qui appresso.

Parabole 1. 4. 3. 8. 5. 12. 7. 16. 9. ec.

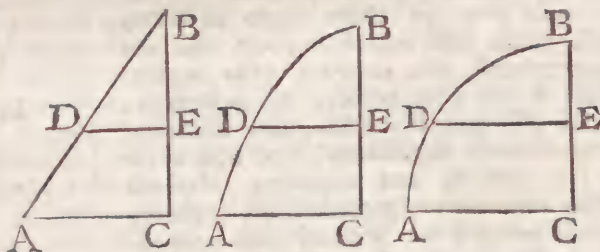
Triangoli 1. 3. 2. 5. 3. 7. 4. 9. 5. ec.

Anzi trovo, essere stata dallo stesso nostro Autore determinata la ragione, che osservano le porzioni, non solo dell' infinite parabole, ma ancora de' coni, e conoidi da esse generate, come si vede nella seguente sua proposizione. *G. G.*

Proposizione LXII. Teor. LXI.

Nella parabola lineare A B C, *la superficie* A B C *alla superficie* D B E *sta come il quadrato* A C *al quadrato* D E. *V. V. p. 62.*

Nel cono ABC (*girando la parabola lineare intorno all' asse* B C) *il cono* A B C *al cono* D B E *sta come il cubo* A C *al cubo* D E.

Nella parabola quadratica A B C, *la superficie* A B C *alla* D B E *sta, come il cubo* A C *al cubo* D E. 249

Nel conoide quadratico A B C *il solido* A B C *al solido* D B E *sta, come il biquadrato* A C *al biquadrato* D E.

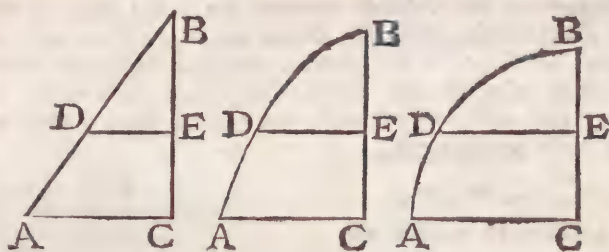
Nella parabola cubica la superficie A B C *alla* D B E *sta come il biquadrato* A C *al biquadrato* D E.

Nel conoide cubico, il solido A B C *al solido* D B E *sta, come il surdesolido* A C *al surdesolido* D E (*intendendosi appresso gli Algebristi antichi per* surdesolidi *le quinte potestà di esse linee*)

 Nella

Nella parabola quadrato-quadratica, la superficie A B C *alla* D B E *sta, come il surdesolido* A C *al surdesolido* D E.

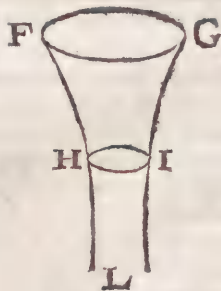
Nel conoide biquadratico, il solido A B C *al solido* D B E *sta, come il cubo quadrato (cioè la stessa potestà) di* A C *al cubo quadrato (cioè parimente alla stessa potestà) di* D E *ec.*

G. G. E così gradatamente salendo, secondo la progressione delle medesime potestà

algebratiche; ovvero per dirla più generalmente, se le parti dell' asse tagliate dalla cima, cioè C B, E B, sono proporzionali alle potestà dell' ordinate A C, D E, il di cui esponente, dal quale si denominano, sia qualunque numero m, la superficie A B C alla superficie D B E starà, come la potestà dell' ordinata A C, il di cui esponente sia maggiore d'una unità, cioè $m + 1$. ad una simile potestà dell' ordinata D E. Ma il solido A B C al solido D B E starà, come la potestà dell' ordinata A C, il di cui esponente sia maggiore di m per due unità, cioè $m + 2$, ad una simile potestà dell' ordinata D E; Il che può vedersi dimostrato appresso l' Angeli, il Vallisio, ed altri tali Autori.

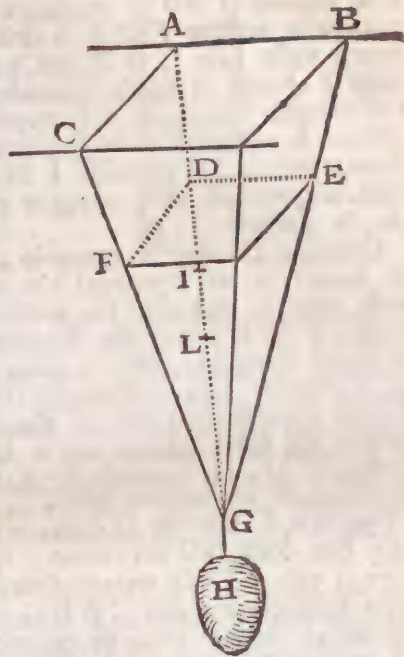
Proposizione LXIII. Quesito XXII.

V. V. p. 63. *Cercare un solido rotondo d' intorno al proprio asse, come* F L G, *di cui i piani applicati* F G, H I, *stiano tra loro, come i solidi* F L G, H L I; *che questo ancora appeso perpendicolarmente sarà per tutto di uguale resistenza.*

G. G. Già si è veduto nella prop. 59. essere questo un solido generato dallo stesso spazio logaritmico, ovvero che abbia le sezioni proporzionali alle ordinate della logaritmica, o a' quadrati di esse; nè occorre qui aggiungere altro, se non che di esso pure si verifica, non esser cotal solido figura di proporzionale augumento, cioè non avere sempre qualunque sua porzione una medesima relazione al cilindro, o prisma circoscritto; potendosi qui applicare la stessa dimostrazione addotta dal Viviani nella proposizione precedente; il che con espresso avviso fu accennato dal medesimo Autore nel luogo di sopra addotto; ove dopo le parole: *il che è assurdo, adunque ec.* così immediatamente soggiunge.

V. V. p. 66. *L' istesso si concluderà de' solidi rotondi, de' quali segati con piani paralleli alla base, stia come la base alla base, così il solido al solido.*

Proposizione LXIV. Teor. LXII.

250 V. V. p. 45. *Se del cono solido, o piramide* A B C G, *sospesa perpendicolare all' orizzonte, il*

il peso della parte A C G B *sarà bastante appunto a superare la resistenza della sezione* B C *; e che la misura della resistenza* B C *si figuri essere la linea* A G *, e la misura del peso* A C G B *sia la medesima* A G *; accorciando il cono, o piramide fino alla sezione* E F *, dico, che il solo peso della piramide* D G *non è bastante a superare la resistenza* E F *, e che per superarla si richiede un peso* H *, il quale al peso della piramide* D G *abbia la proporzione della* A D *, differenza dell' altezze, alla* D G *, altezza della minore.*

Poichè prese dopo le A G *,* G D *,* G I *,* G L *continue proporzionali, essendo la prima* A G *misura del peso* B C G *, sarà la quarta* G L *misura del peso* E F G *(perchè le piramidi simili hanno triplicata proporzione de' lati omologhi) ed essendo la medesima prima* A G *misura della resistenza* B C *, sarà la terza* G I *misura della resistenza* E F *(perchè le resistenze assolute* B C *,* E F *, sono tra loro, come le sezioni* B C *,* E F *, che per essere simili, hanno doppia proporzione de' lati omologhi* A B *,* D E *, cioè delle* A G *,* D G *.) se dunque una resistenza* B C *, rappresentata dalla linea* A G *, per essere superata vuole un peso, quanto rappresenta la medesima linea* A G *; la resistenza* E F *rappresentata dalla* G I *, vorrà un peso, quanto la medesima* G I *: ma il peso della piramide* E F G *è quanto la linea* G L *; adunque il peso, che manca per istrappare la piramide* F E G *, cioè il peso* H *, dovrà essere quanto la linea* L I *; e però il peso* H *al peso della sua piramide* E F G *starà, come* I L *ad* L G *, cioè come* A D *differenza dell' altezze, a* D G *altezza della piramide, o cono più corto. Il che ec.*

Da questa utilissima proposizione, e dall' ingegnosa maniera, con cui l' Autore l' ha dimostrata, moltissime altre importanti verità si possono dedurre, le quali io brevemente accennerò ne' seguenti Corollarj, per non accrescere il numero delle proposizioni. *G. G.*

Coroll. I. Giacchè il peso H al peso della piramide F D E G sta, come I L ad L G *;* ed il peso di detta piramide al peso dell' intera C B G sta come L G ad A G *;* sarà per l' ugual proporzione il peso H al peso dell' intera piramide C A B G come I L ad A G.

Coroll. II. O pure, essendo il peso H al peso F D E G, come A D a D G, cioè, preso per base comune il quadrato D G, come il prisma dell' altezza A D eretto sopra il quadrato D G, al cubo D G *;* ed il peso F D E G al peso C A B G essendo, come il cubo D G al cubo A G, sarà per l' ugualità ordinata il peso H al peso C A B G, come il prisma, che abbia per altezza A D, e per base il quadrato D G, al cubo A G. 251

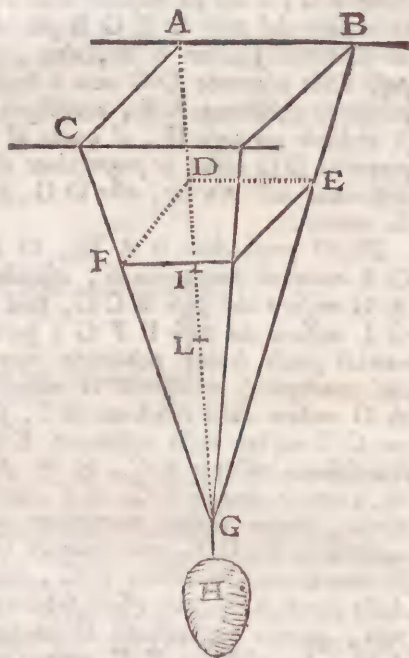
Corollario III. Quindi può agevolmente determinarsi, quale sia quella porzione di cono, o piramide, che oltre al proprio peso, è capace di reggere il maggior peso H aggiuntovi *;* imperocchè il maggior prisma, che far si possa dalle parti d' una data linea, delle quali una serva per altezza, e la rimanente sia il lato del quadrato della sua base, è quando l' altezza sia un terzo, ed il lato qua-

quadro della base comprenda gli altri due terzi della data linea, conforme è già noto a' Geometri, e fu dimostrato dal Borelli nel sedicesimo assunto d' Archimede; dunque allora il peso H sarà il maggiore di tutti, quando la sezione F D E si farà in lontananza dalla base C A B per un terzo di tutta l' altezza di quella piramide C B G, che sarebbe sufficiente col proprio peso a vincere la resistenza della sua base; e conseguentemente la piramide F D E G così tagliata, riuscirà della maggior resistenza, che sia possibile.

Corollario IV. Per lo contrario, sapendosi per ipotesi, o per esperienza che una piramide abbia la maggiore sua resistenza nella sezione F D E, cioè che sostenuta in essa sia capace di reggere, oltre la propria gravezza, il maggior peso possibile: si saprà ancora, che accrescendola fino al piano C A B, distante da detta sezione per la metà dell' altezza G D, la piramide C A B G dovrà rompersi col proprio peso.

Corollario V. Quando il cono, o piramide fosse fitto colla base nel muro, sporgendo fuori di esso coll' asse orizzontalmente disteso, e fusse come prima C A B G il solido, che in tale stato si rompesse col proprio peso: se poi si supponesse sporgersi fuori del muro la sola parte F G E, sarebbe questa parimente capace di reggere oltre la propria gravità un tale peso H, che liberamente pendendo dal termine G stesse al peso di tutta la piramide C A B G come un quarto del prisma contenuto dall' altezza D A, e dal quadrato D G, al cubo della G A: come è facile il dedurlo dalle cose dette di sopra.

Coroll. VI. Onde ciò che si è detto nel coroll. 3. e 4. del massimo peso, che regger possa una piramide pendente da alto, come fitta a piombo in una volta, vale ancora nel sito, che fosse impegnata in un muro coll' asse orizzontale.

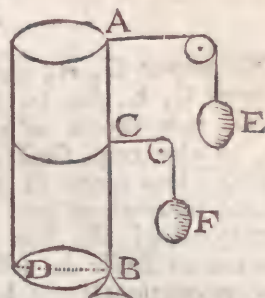
Coroll. VII. Si potrebbe ancora collo stesso metodo determinare la maggior resistenza di qualsivoglia altra specie di solido, e principalmente di quelli, che nascono dall' infinite parabole, o iperbole; e già ne ho in pronto alcune regole generali: ma non avendo tempo di stenderle, e di confermarle colle dovute dimostrazioni, lascierò all' industria de' Lettori il piacere di ritrovarle.

Proposizione LXV. Teor. XLIII.

V. V. p. 21.

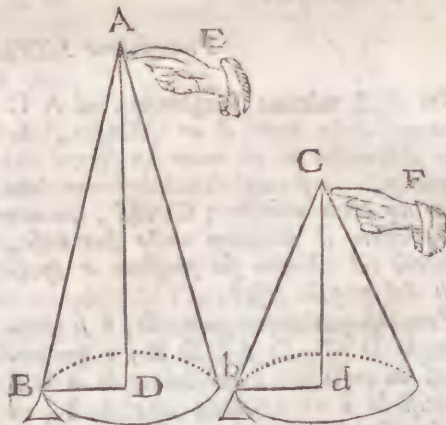
Ne' cilindri, o prismi, coni, o piramidi, le basi loro essendo uguali, e l' altezze disuguali, le forze abili a sostenerli eretti sopra di un punto del contorno della loro base, come sopra un sostegno, saranno tra di loro eguali.

Sia

Sia il cilindro retto A B, *la cui base* D B, *e l' altezza* A B; *e sia un altro cilindro, la di cui altezza* C B *sopra la stesa base* D B. *Dico, che le potenze* E, F *dalle quali applicate a' punti* A, C, *si mantengono i detti cilindri eretti, e perpendicolari all' orizzonte, sopra il sostegno* B, *d' intorno a cui senza il ritegno di dette potenze, si potrebbero rivoltare, sono tra di loro uguali.* 252

Imperocchè la potenza E, *che col vette* B A *sostiene il peso* A B D, *sta al detto peso, come* D B *semidiametro della base (gravitando il cilindro sopra il centro d' essa base, cioè sopra il punto* D *) alla* B A; *ed il peso* A B D *sta al peso* C B D, *come* B A *a* B C, *ed il peso* C B D *sta alla forza* F, *che lo sostiene applicata in* C, *come* B C *a* B D; *dunque, per l' ugual proporzione, la forza* E *alla forza* F *sta, come* B D *alla stessa* B D, *cioè in ragione di ugualità; Il che ec.*

Coroll. I. Per altissima che sia la colonna D B A, e conseguentemente essendo quantosivoglia pesantissima, si potrà da una piccola forza applicata all' estremo A sostenere ritta sopra un appoggio B, egualmente, che possa la medesima forza reggere qualunque picccolo pezzo D B C della stessa colonna, applicandosi a sostenerla in C. E così uno Scaffale, una Spera, un Armadio, e cose simili, che sogliono col piede posare sopra una tavola, o sul pavimento, o sopra le sue mensole, o altri ritegni, e di sopra fermarsi con arpioni, e spranghe attaccate al muro, non richiede maggior forza, per essere più alto, di quella che richiederebbe, se in pari base fosse più basso, ed uniformemente gravato venisse in tutte le sue parti. *G. G.*

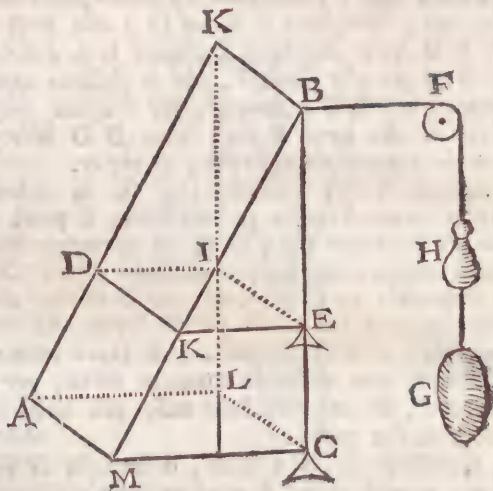
Corollario II. Un uscio, o imposta di finestre, la quale si regge sopra due cardini: purchè abbia il cardine inferiore proporzionato a sostenere il peso totale di essa, potrà avere il cardine superiore di non maggior forza di quella, che si richiederebbe a sostenerne una assai più bassa; e spesso nella pratica alle porte principali de' palazzi, o delle città s' impiega in ciò soverchia mole di fero, o multiplicando senza necessità gli arpioni, o facendoli troppo più del dovere massicci.

Corollario III. Similmente ne' coni A B D, C *b d* che abbiano l' uguali basi D B, *d b* appoggiate a' sostegni B, *b*, e di altezza quantunque disuguale D A, *d* C, le forze E, F applicate per sostenerli alle loro cime, saranno uguali, per lo stesso raziocinio addotto in questa proposizione dal Sig. Viviani; e lo stesso vale d' altri solidi del medesimo nome, purchè sieno di tale specie di figura, che in ugual base siano proporzionali alle loro altezze: nulla importando, che quì i lati B A, *b* C non sieno le vere altezze de' solidi, ma bensì gli assi D A, *d* C, perchè essendo appunto i lati B A, *b* C obliqui alla direzione delle potenze E, F, i momenti di esse debbono corrispondere alle D A, *d* C, che sono i seni dell' inclinazione delle braccia B A, *b* C colle direzioni delle potenze; onde corre a cappello la dimostrazione del Sig. Viviani, anche 253

anche quando ſi trattaſſe di conoidi, o sferoidi, il profilo de' quali ſarebbe curvo.

Propoſizione LXVI. Teor. XLIV.

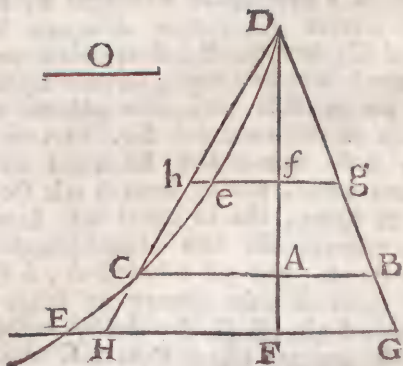
V. V. p. 20. G. G.

Le potenze G, H, *che ſoſtengono eretti i priſmi ſimili* A B C, D B E, *intorno i punti* C, E, *ſono fra loro, come i peſi aſſoluti de' medeſimi priſmi.*

Ciò vale ancora ne' coni, piramidi, ed altri corpi ſimili: perchè averanno i loro centri di gravità ſimilmente collocati ne' loro aſſi, e però corriſpondenti alle baſi loro in una lontananza ſimile da' ſoſtegni C, E, cioè proporzionale alle leve C B, B E, onde il momento del ſolido A B C uguagliando quello del peſo G, ed il momento del ſolido D B E pareggiando quello del peſo H, ſarà il primo momento al terzo, come il ſecondo al quarto; ſicchè la ragione compoſta della ragione de' peſi de' ſolidi A B C, D B E, e di quella delle diſtanze de' centri loro di gravità da' ſoſtegni C, E, ſarà uguale alla ragione compoſta di quella de' peſi G, H, e delle diſtanze C B, E B; tolte adunque dall' una, e dall' altra parte le ragioni uguali delle diſtanze de' centri di gravità, e delle diſtanze C B, E B, in cui operano i peſi G, H, rimarrà la ragione de' peſi de' ſolidi A B C, D B E uguale a quella de' peſi, ovvero potenze G, H. Il che ſi dovea dimoſtrare.

Propoſizione LXVII. Queſito XXIII.

254 V. V. p. 42.

Sia A B *minima lunghezza, ed* A C *diametro della baſe d' un cilindro, che fitto a ſquadra in un muro, ſi ſpezzi dal proprio peſo: e ſia un' altra lunghezza data* O *di un altro cilindro; Cercaſi, quanto dovrà eſſere il diametro della ſua baſe, acciocchè tal cilindro ſia proſſimo a ſpezzarſi dal proprio peſo?*

Prendaſi qualunque punto D, *e ſi giungano le* D C, D A, D B, *e prolunghinſi in infinito: e nel triangolo* A D B *adattiſi la* F G *parallela alla* A B, *ed eguale alla data lunghezza* O, *e prolunghiſi in* H, *e per i punti* D, C *paſſi una parabola, la di cui cima ſia* D, *e tangente* D A, *e ſeghi la* G H *in* E. *Dico* E F *eſſere il diametro della baſe, che ſi cerca.*

Impe-

Imperocchè il momento della resistenza del cerchio, il cui diametro C A, nel cilindro, che ha la lunghezza A B, al momento della resistenza del cerchio, che ha per diametro E F, nel cilindro della lunghezza F G, per la prop. 4. è sempre in triplicata ragione di C A ad E F. Ma il momento del peso del primo al momento del peso del secondo cilindro, per la prop. 23. è in duplicata ragione de' rettangoli per l' asse C A B, E F G: ovvero C A D, E F D; cioè in duplicata ragione delle C A, ed E F, e nella duplicata delle A D, D F; la quale per cagione della parabola è la medesima colla semplice di C A ad E F, che aggiunta alla duplicata delle medesime compone la ragione altresì triplicata di C A ad E F, adunque il momento della resistenza C A al momento della resistenza E F sta come il momento del peso del cilindro C A B a quello dell' altro cilindro E F G; e però se il primo uguaglia il terzo, ancora il secondo uguaglierà il quarto. Il che ec. *G. G.*

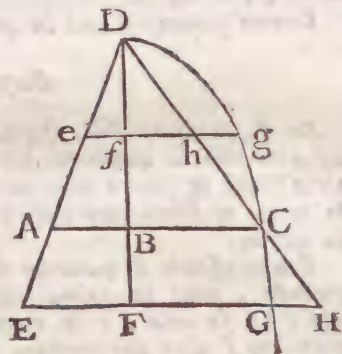
Corollario I. Quindi si può dedurre, che ancora i cilindri fatti da' rettangoli D F E, D A C, circoscritti al trilineo parabolico D E F, e girati d' intorno alla retta D A, che tocca la parabola nella sua cima D, sarebbero di ugual resistenza, posto che fussero fitti colla base in un muro.

Coroll. II. Anzi la stessa tromba parabolica, nata dalla rivoluzione del trilineo E C D F attorno la detta tangente D F, sarebbe d'uguale resistenza, come nella prop. 56. si è avvertito, perchè le sue parti essendo proporzionali a' cilindri circoscritti, e col centro di gravità altresì proporzionalmente distante dalla sua base, si manterrebbe la medesima proporzionalità de' momenti de' pesi di esse, co' momenti delle resistenze nelle loro basi, appunto come avviene, pel coroll. precedente, ne' cilindri circoscritti. 255

Proposizione LXVIII. Quesito XXIV.

V. V. p. 42.

Sia A B *diametro, e* B C *lunghezza minima d' un cilindro, che fitto in un muro a squadra pel proprio peso si spezzi; e sia nel triangolo* A B D *applicata la* E F *parallela ad* A B, *che sia il diametro della base, o grossezza d' un altro cilindro dell' istessa materia. Cercasi, quale dovrà essere la sua lunghezza, acciocchè si riduca indifferente, e prossimo allo spezzarsi pure dal suo proprio peso.*

Colla cima D, *ed intorno al diametro* D B F, *descrivasi la parabola* D C G, *che passi pel punto* C; *imperocchè prolungata* E F *in* G, *sarà la* F G *contenuta nella semiparabola la cercata lunghezza. Congiungasi* D C, *e si prolunghi, siccome ancora la* F G *in* H. B C *ad* F G *sta, come* F G *ad* F H, *per lo lemma* 24. *de motu æquabili del Torricelli.*

G. G.

Stimo di più facile, e di più breve riuscita, il dimostrare altrimenti questa proposizione, che l' indovinare, come proseguisce la sua dimostrazione il S. Viviani; che però diremo in questa maniera. Il momento della resistenza nella sezione A B del cilindro ABC, al momento della resistenza nella sezione E F del cilindro E F G, sta per la prop. 4. come il cubo A B al cubo E F; ma il momento del peso del primo al momento del peso del secondo cilindro essendo in ragione composta della duplicata di A B ad E F, e della duplicata di B C ad F G (per la prop. 23.) che per la natura della parabola è la medesima colla semplice di B D a D F, cioè di A B ad E F, la quale aggiunta alla duplicata di esse linee,

forma la triplicata delle medesime, è altresì come il cubo A B al cubo E F; dunque i momenti delle resistenze delle basi sono proporzionali a' momenti de' pesi de' cilindri; onde se il momento del peso del primo cilindro uguaglia quello della sua resistenza, ancora il momento del peso del secondo cilindro uguaglierà il momento della resistenza sua. Il che ec.

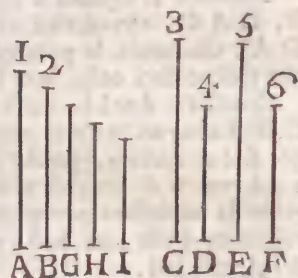
Corollario. Lo stesso, che si è detto de' cilindri, vale de' coni, conoidi paraboliche, emisferoidi, ed altri solidi, il cui centro di gravità divida l' asse proporzionalmente.

Proposizione LXIX. Teor. XLV.

256 V. V. p. 54.

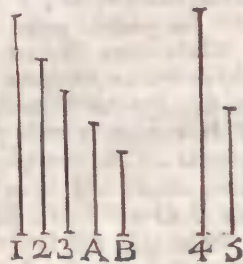
Se sarà, come il quadrato della prima A *al quadrato della seconda* B, *così la terza* C *alla quarta* D; *e come il quadrato della terza* C *al quadrato della quarta* D, *così la quinta* E *alla sesta* F; *il biquadrato della prima* A *al biquadrato della seconda* B *sta, come la quinta* E *alla sesta* F.

Si faccia, come la C *alla* D, *così* A *alla* G; *sarà dunque il quadrato* A *al quadrato* B, *come la* A *alla* G; *e però le* A, B, G *sono tre continue proporzionali. Si trovino le altre due continue* H, I, *e perchè il biquadrato di* A *al biquadrato di* B *sta come la prima* A *alla quinta* I; *e la prima* A *alla quinta* I *sta, come il quadrato della prima* A *al quadrato della terza* G (*che è media fra le* A, *ed* I) *cioè come il quadrato della* C *al quadrato della* D, (*essendosi fatto il lato* A *al lato* G, *come il lato* C *al lato* D) *cioè come la* E *alla* F, *per supposizione: adunque il biquadrato di* A *al biquadrato di* B *sta, come la linea* E *alla linea* F; *Il che ec.*

Ovvero propongasi così in questi termini.

Proposizione LXX. Teor. XLVI.

Se il quadrato della prima al quadrato della seconda starà come la prima alla terza: e come il quadrato della prima al quadrato della terza, così la quarta alla quinta; sarà il biquadrato della prima al biquadrato della seconda, come la quarta alla quinta.

Poichè essendo il quadrato della prima al quadrato della seconda, come la prima alla terza, saranno la prima, la seconda, e la terza continue proporzionali. Si prendano l' altre due continue A, B *nella medesima proporzione. Sarà il biquadrato della prima al biquadrato della seconda, come la prima alla* B; *cioè come il quadrato della prima al quadrato della terza* (*perchè la prima, e la terza, e la* B *sono continue proporzionali*) *cioè come la quarta alla quinta, per supposizione. Adunque ec.*

257 V. V. p. 53.

Propoſizione LXXI. Teor. XLVII.

Se nella parabola C A S, *il di cui aſſe è* C X, *ſarà* C B *la tangente della cima, e la* B A V *parallela all' aſſe; e delle applicate* I N, N M *ſia media proporzionale* N L; *ſiccome delle* O R, R Q *ſia media* R P; *e ſimilmente delle* S X, X V *ſia media* X T, *e così ſempre: i punti* L, P, A, T *ſaranno in una parabola biquadratica.*

Si applichi A Z *al punto* A, *la quale nel parallelogrammo* A C *ſarà uguale alla retta* O R; *dunque, come* A Z *a* P R, *così* P R *ad* R Q; *e perciò ſarà il quadrato della prima* A Z *al quadrato della ſeconda* P R, *come la terza linea* A Z *alla quarta* R Q; *ma il quadrato della terza* A Z *al quadrato della quarta* Q R, *ſta come la quinta linea* C Z *alla ſeſta* R C; *dunque, per la prop. 69. ſtarà il biquadrato della prima* A Z, *al biquadrato della ſeconda* P R, *come la quinta* C Z *alla ſeſta* R C; *e ciò ſempre, dovunque ſia condotta la* O R; *adunque la linea* C P A *è la parabola biquadratica; Il che ec.*

G. G.

Si potea forſe più ſpeditamente dimoſtrare l'intento così. C Z a C R ha doppia proporzione di A Z a Q R; ma A Z a Q R di nuovo ha proporzione doppia di quella, che ha A Z a P R; dunque C Z a C R ha proporzione quadrupla di A Z a P R; e pertanto Z C ad R C ſta come la quarta poteſtà, cioè il biquadrato di A Z alla quarta poteſtà, cioè al biquadrato di P R; onde C P A è parabola biquadratica; Il che ec.

V. V. p. 22.

Propoſizione LXXII. Teor. XLVIII.

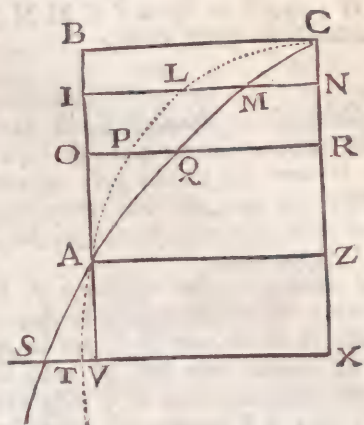
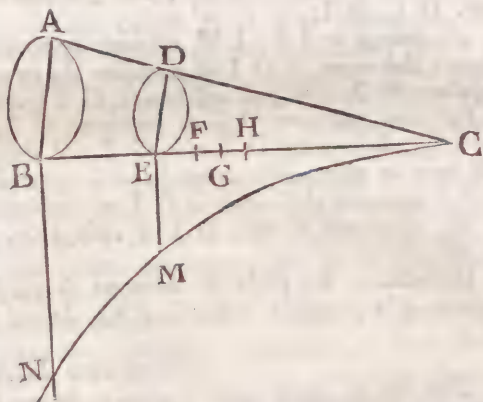
I momenti de' coni, e piramidi ſimili A B C, D E C *fuor del muro, reſultanti da' peſi d'eſſi coni, e dalle leve* B C, E C, *ſono fra loro, come i biquadrati delle lunghezze* B C, E C.

Trovate le C F, C G, C H *continue proporzionali, dopo le* B C, E C: *il momento del cono* A B C *al momento del cono* D E C *averà la proporzione compoſta di quella del peſo aſſoluto* A B C *al peſo aſſoluto* D E C (*cioè del cono* A B C *al cono* D E C, *che è quanto dire del cubo* B C *al cubo* C E, *ovvero della prima* B C *alla quarta* C G) *e della leva* B C *alla leva* C E, *cioè della* C G *alla* C H. *Ma ancora la* B C *alla* C H *ha proporzione compoſta delle medeſime* B C, C G, *e* C G, C H; *dunque il momento di* A B C *al momento* D E C *ſta, come la prima* B C *alla quinta* C H, *cioè come il biquadrato* B C *al biquadrato* C E; *Il che ſi dovea dimoſtrare.*

258

Corollario. La ſcala de' momenti di queſti coni, o piramidi ſta nelle linee E M, B N *terminanti alla parabola* C M N *biquadratica, della quale ſia la cima* C.

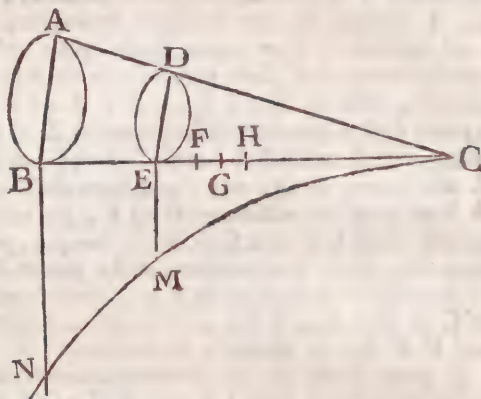
G. G.

Chiamaſi dal noſtro Autore in queſto luogo, ed in molti altri appreſſo *Scala* di momenti, di peſi, o di reſiſtenze, una figura piana, che colle ſue ordinate tra di loro parallele, e tirate perpendicolarmente ad una retta in ogni ſuo punto, dimoſtri colle dette ordinate la proporzione de' momenti, o de' peſi, o delle reſiſtenze, che in detti punti ſi trovano; come nel noſtro propoſito, eſſendo B N

ad E M, come il biquadrato BC al biquadraro C E, cioè come il momento del cono A B C, al momento del cono D E C, dovunque sia tirata la M E parallela a B N, dicesi la figura B C M N (che è una parabola biquadratica) la scala de' momenti di questi coni.

Proposizione LXXIII. Teor. IL.

V. V. p. 23.

De' coni, o piramidi simili fitti nel muro orizzontalmente uno solo è quello, che gravato dal proprio peso appunto si spezza: ed ogni più corto riceve aggiunta di peso oltre al proprio; ogni più lungo è troppo grave.

Il momento della resistenza A B *al momento della resistenza* D E *sta, come il cubo* A B *al cubo* D E *per la prop.* 4. *cioè come il cubo* B C *al cubo* EC, *o pure come la prima* B C *alla quarta* C G; *ma si è provato nell' antecedente, che il momento del peso* A B C *al momento del peso* DEC *sta, come la prima* B C *alla quinta* C H; *adunque se il momento* A B C *pareggia la resistenza* A B, *il momento* D E G *non pareggia la resistenza* D E, *ma sarà tanto minore, quanto la* C H, *misura di detto momento, è minore della* C G, *misura della resistenza: o pure, quanto il cono, o piramide* D C E *è più corto dell'* A B C.

Proposizione LXXIV. Teor. L.

259 V. V. p. 23.

I momenti de' cunei B D I, E G I *fuori del muro, risultanti da' pesi assoluti di essi, e dalle leve* D I, G I, *sono fra loro come i cubi delle lunghezze fuori del muro,* D I, G I.

Prendansi le I L, I M *continue proporzionali dopo le* D I, G I. *E perchè il momento del cuneo* B D I *al momento del cuneo* E G I *ha proporzione composta del peso assoluto* B D I *al peso assoluto* E G I (*cioè della base* C D I *alla base* H G I, *o pure del quadrato* D I *al quadrato* G I, *che è quanto dire della linea* D I *alla* L I) *e della leva* D I *alla* G I *cioè della* L I *alla* I M; *e la* D I *alla* I M *ha pure la proporzione composta delle medesime* D I *ad* L I, *ed* L I *ad* I M; *adunque il momento del cuneo* B D I *al momento del cuneo* E G I *sta, come la* D I *alla* I M, *cioè come il cubo* D I *al cubo* I G, *i quali sono i cubi delle lunghezze loro; Il che ec.*

Corollario. *La scala de' momenti di questi cunei sta nelle linee* G P, D Q *terminate alla parabola cubica* I P Q, *la cui cima è in* I.

Proposizione LXXV. Teor. LI.

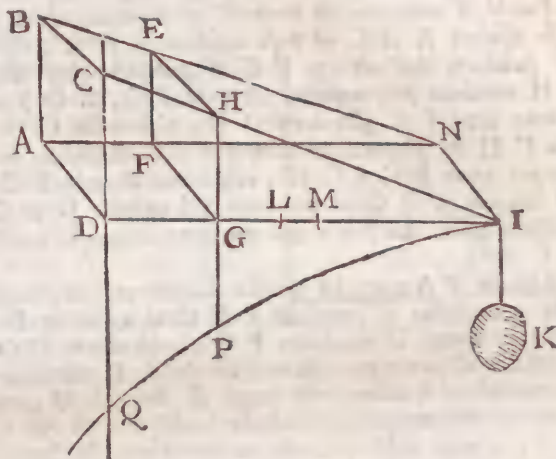
Uno solo di questi cunei è quello, in cui il momento del proprio peso pareggi quello della sua resistenza: e degli altri i più corti ricercano altro peso, ed i più lunghi sono troppo gravi.

Imperocchè il momento della resistenza B D *al momento della resistenza* E G *per la prop.* 3. *sta, come il quadrato* C D *al quadrato* H G, *cioè come il quadrato* D I *al quadrato* G I, *che sono i quadrati delle lunghezze, o pure come la linea* D I *alla* L I; *ma si è provato nella precedente, che il momento del peso* B D I *al momento del peso* E G I, *è come la linea* D I *alla* I M; *dunque se la* D I *sarà misura della resistenza di* B D, *ed anche misura del momento di* B D I, *la* L I *sarà misura*

sura della resistenza E G, *e la minore* M I *sarà misura del momento del peso* E G I; *sicchè per pareggiare la resistenza* E G *gli manca tanto momento, quanto la* L M; *e però uno solo ec. Il che si dovea dimostrare.*

260

G. G.

Corollario I. Se il cuneo D B I è il massimo, che possa reggersi col suo peso contro la resistenza della sua base, ogni altro più corto, come E G I potrà oltre il proprio peso reggerne un altro K, il quale stia al peso di tutto il cuneo B D I, come un terzo del rettangolo D G I sta al quadrato D I. Imperocchè si è veduto nella proposizione, che il momento, il quale manca al momento del cuneo E G I per pareggiare la resistenza della sua base E G, sta al momento del cuneo E G I, come L M ad M I; ovvero (per la proporzionalità delle linee) come D G a G I, cioè come il rettangolo D G I al quadrato G I; sia il momento suddetto, che manca per pareggiare la resistenza E G quello, che averebbe il peso K pendente in I, il quale sarebbe uguale al momento del triplo di K posto nel centro di gravità del cuneo E G I che dista dalla base, cioè dal sostegno F G per un terzo di G I (ciò che è noto accadere nel triangolo della faccia del cuneo H G I) essendo così le distanze reciproche de' pesi; e però il momento del triplo di K posto nel centro di gravità del cuneo E G I al momento del peso di esso cuneo (il quale s' intende altresì applicato nel medesimo centro) o pure il triplo di K al peso del cuneo stesso, sta come il rettangolo D G I al quadrato I G; ma il peso del cuneo E G I, al peso del cuneo B D I sta, come il triangolo H G I al triangolo C D I, cioè come il quadrato G I al quadrato D I; dunque per l' ugualità sarà il triplo di K al peso del cuneo B D I, come il rettangolo D G I al quadrato D I: e conseguentemente il solo peso K (da appendersi in I per uguagliare col peso del cuneo E G I la resistenza della sua base) sta al peso del cuneo B D I (il quale col proprio peso uguagli la resistenza della sua base) come un terzo del rettangolo D G I al quadrato D I.

Corollario II. Onde i pesi, che potranno aggiugnersi all' estremo di questi cunei minori del massimo B D I, sono tra loro, come i rettangoli D G I fatti da' segmenti della lunghezza D I.

Corollario III. E conseguentemente tra' cunei minori quello è capace di reggere maggior peso di tutti, che è di lunghezza suddupla del massimo; perchè di tutti i rettangoli D G I fatti dalle parti della linea D I, il maggiore è quando il punto G cade nel mezzo appunto della D I

Corollario IV. E perchè cadendo il punto G nel mezzo di D I, il rettangolo D G I (che è il quadrato della metà di D I) è un quarto del quadrato D I, un terzo del rettangolo D G I sarà allora un dodicesimo del quadrato D I; onde veniamo in cognizione, che il maggior peso, che reggere si possa da questi cunei attaccato al loro termine è la dodicesima parte del peso, che aver potreb-

trebbe il cuneo, se fusse tanto lungo, che col suo peso equilibrasse la resistenza della sua base.

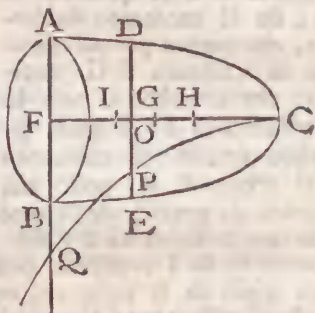
Proposizione LXXVI. Teor. LII.

261

V. V. *I momenti del conoide parabolico fitto nel muro, ed allungato, ora in* A B C, *ed ora in* D E C, *resultanti da' proprj pesi, e dalle lunghezze* F C, O C, *sono tra loro come i cubi delle medesime lunghezze.*

Poichè il momento di B A C *al momento di* E D C *ha proporzione composta del peso assoluto* A B C *al peso assoluto* E D C, *cioè del conoide al conoide, o pure del quadrato dell' altezza* F C *al quadrato dell' altezza* C O, *cioè (prese le* C G, C H *continue proporzionali dopo le* F C, C O*) della linea* F C *alla terza* C G: *e della leva* F C *alla leva* O C, *cioè della* C G *alla* C H; *ma anche la* F C *alla* C H *ha proporzione composta delle medesime linee* F C, C G, *e* C G, C H; *dunque come* F C *a* C H, *cioè come il cubo* F C *al cubo* C O, *così il momento del conoide* A B C *al momento del conoide* D E C; *Il che si dovea dimostrare.*

Corollario. *La scala del momento di questi conoidi è parimente la parabola cubica* C P Q.

G. G. Assume l' Autore in questa dimostrazione, come cosa nota, che il conoide A B C al conoide D C E stia, come il quadrato F C al quadrato C O. Il che è chiaro, per essere i cerchi A B, D E proporzionali a' quadrati de' raggi A F, D O, cioè (per la natura della parabola) all' altezze F C, C O, o pure all' ordinate in un triangolo fatto su la base A F coll' altezza F C; e però il conoide, ed il detto triangolo sono grandezze proporzionalmente analoghe. Sicchè essendo i triangoli tagliati con linee parallele alla base, proporzionali a' quadrati dell' altezze, ancora ne' conoidi parabolici, segati co' piani paralleli alla base, dee seguire il medesimo.

Proposizione LXXVII. Teor. LIII.

V. V. *Uno solo è il conoide parabolico, che pareggi col suo peso la propria resistenza.*

p. 24. *Il momento della resistenza di* A B *al momento della resistenza* D E *sta come il cubo* A B *al cubo di* D E, *per la prop.* 4.

G. G. Cioè presa C I media proporzionale fra le altezze F C, O C (le quali essendo proporzionali a' quadrati A B, D E, ed ancora a' quadrati F C, C I, danno A B a D E, come F C a C I) sarà il momento della resistenza A B al momento della resistenza D E, come il cubo F C al cubo C I; ma il momento del peso A B C al momento del peso D E C sta, come il cubo F C al cubo C O, per l' antecedente; dunque se il momento della resistenza A B viene uguagliato dal momento del peso A B C, il momento poi della resistenza D E non potrà pareggiarsi dal momento del peso D E C; ma rimarrà quello tanto superiore a questo, quanto il cubo I C supera il cubo O C, ovvero quanto il cubo A B supera il cubo D E; onde unico sarà quel conoide, il quale col proprio peso uguagli la sua resistenza.

Corollario. Quando il conoide A B C fusse precisamente abile col suo peso ad

262 uguagliare il momento della resistenza A B, se la porzione della lunghezza O C sarà tale, che il cubo della intera F C sia quadruplo del cubo della O C,

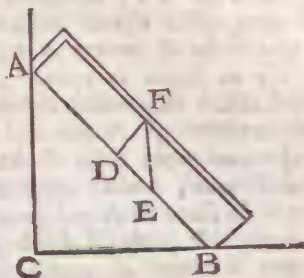
potrà

potrà il conoide D E C oltre il suo peso sostenere il massimo, che sia possibile: essendo allora maggiore la differenza de' cubi I C, O C, che sia mai in altro caso possibile.

Proposizione LXXVIII. Quesito XXV.

Perchè un legno disteso orizzontalmente con maggiore facilità si pieghi, ch' essendo inclinato: e qual proporzione si trovi in diverse inclinazioni. V. V. p. 18.

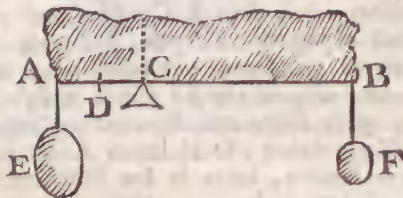
Un legno inclinato A B *più difficilmente si piega, e si rompe, che quando è disteso orizzontalmente, in ragione di* A B *a* B C. *Non però qualsivoglia peso, abile a piegare un legno, può ancora spezzarlo; imperocchè un legno torcendosi viene tirato con minor forza, di quel che sia stando disteso orizzontalmente, per essere tirato con direzione ad angolo ottuso.* G. G.

Certamente, se il legno A B, disteso fusse orizzontalmente, tutta la sua lunghezza A B servirebbe di leva, che appoggiata a' termini A, e B sarebbe forzata dalla potenza applicata nel mezzo F, secondo la direzione F D, che allora sarebbe perpendicolare all' orizzonte. Ma venendo lo stesso legno appoggiato col termine B al pavimento C B, e col termine A al muro C A, si scorcia la leva, e diventa della sola grandezza C B, che è la distanza perpendicolarmente frapposta a questi termini d' appoggio; e per questa ragione ben dice il Sig. Viviani, che in questo sito più difficile sia il piegare il legno, appunto in proporzione di A B a B C, che sono le leve adoperate dalla potenza nell' uno, e nell' altro caso. Ma circa allo spezzare il medesimo legno, parmi, che oltre la considerazione della leva più corta, vi sia ancora maggior sezione, e conseguentemente maggiore resistenza da superare; perchè spingendo all' ingiù, se il legno disteso fusse orizzontalmente, si farebbe la rottura nella sezione D F perpendicolare alla lunghezza d' esso legno: ma essendo obliquo, e volendo pure spignere direttamente abbasso (purchè i termini A, e B stessero fermi, sicchè una simil pressione non facesse smucciare il legno coll' estremo B per C B, e coll' estremo A per A C) ne seguirebbe lo spezzamento nella sezione F E perpendicolare all' orizzonte, ed obliqua alla lunghezza di esso legno: la quale sezione è maggiore della prima in ragione di F E ad F D; onde per la prop. 3. cresce il momento della resistenza in proporzione del quadrato F E al quadrato E D, che per la similitudine de' triangoli D F E, C B A è la stessa colla ragione del quadrato A B al quadrato B C; sicchè aggiungendoci la difficoltà, che dipende dallo scorciamento della leva, la quale cresce di nuovo in ragione di A B a B C: pare che se ne dovrebbe inferire, che cresca la difficultà dello spezzamento in proporzione del cubo A B al cubo B C. Ma per illustrare meglio questo punto, si dovrebbe considerare la direzione d' ambi i sostegni B ed A, la quale non è la medesima, come quando disposti sono nella stessa linea orizzontale, e però ciò darebbe campo a molte particolari speculazioni, alle quali per ora non posso applicare, avendo altre occupazioni alla mano, per cui ne vengo distratto. 263

Proposizione LXXIX. Quesito XXVI.

Sia qualunque solido A B, *il quale sostenuto in qualsivoglia punto* C, *interposto fra* V. V. p. 30.

fra gli estremi A, B, *resti equilibrato dal peso delle sue parti, e de' pesi* E, F *attaccati ad essi estremi: sicchè sia in procinto di rompersi sopra l' appoggio* C. *Si cerca, se dovendo il medesimo solido star fitto nel muro, fino allo stesso punto* C, *di maniera, che l' una, o l' altra solamente delle sue parti, cioè* A C, *ovvero* C B *rimanesse fuori pendente in aria, vi si ricerchi lo stesso, o pur doppio peso di ciò, che prima si aveva in* C A E, *o in* C B F, *per fare che ne segua in tale stato lo strappamento?*

Pare a prima vista, che doppio peso vi si ricerchi; imperocchè, mentre i pesi C A E, C B F *superano la resistenza della sezione in* C, *è necessario, che l' uno, e l' altro abbia uguale momento, cioè che si equilibrino d' intorno al punto* C, *prima che ne segua la rottura; di maniera che il centro di gravità del solido, e de' pesi attaccati si ritrovi nel sostegno* C; *perchè qualunque volta il detto centro fosse dall' una, o dall' altra banda, come dentro la linea* C A *nel punto* D, *sarebbe impossibile, che il solido si rompesse: mentre il centro di gravità di tutta la mole si potrebbe muovere abbasso; e però*

sarebbe costretto a discendere (per la prima supposizione) tirando allo ingiù il complesso del solido, e de' pesi attaccativi tutto intero, fino attanto che non incontrasse ostacolo alcuno, da cui venisse fermato. Se adunque il momento del peso C A E *uguaglia il momento del peso* C B F, *ciò sarà lo stesso che dire, esservi d' uopo di due momenti uguali ciascuno al solo* C A E, *o al solo* C B F, *per superare la resistenza della sezione del solido in* C. *Quando adunque la parte* C B F *sarà impegnata dentro il muro, e la sola parte* C A *avanzerà fuori, la resistenza della sezione in* C *rimarrà la stessa di prima, e svanito essendo il momento del peso* C B F, *vi rimarrà solamente il momento del peso* C A E, *cioè la metà dei due momenti, che già cospiravano a fare la detta rottura; e però sarà necessario raddoppiare il momento* C A E *per fare che segua lo strappamento; di maniera che, se il peso* E *era di* 100 *libbre, ed il peso della parte del solido* C A *facea forza nell' estremo* A *come per libbre* 20, *onde tutto il momento fusse di libbre* 120, *pare che si doverebbero aggiungere in* A *altre* 120 *libbre, per fare che il solido in* C *si rompesse.*

Ma considerando meglio la cosa, ciò assolutamente non può essere, anzi si dee concludere, che lo stesso peso appunto basti in questo caso a fare lo strappamento, servendo il muro stesso per quel contrappeso C B F, *che manca dall' altra parte.*

G. G. 264 · L' apparente discorso addotto sul principio dal Sig. Viviani per concludere, che si ricercasse doppio peso per istrappare dal muro una di quelle parti del solido, che prima si equilibrava coll' altra sopra un sostegno posto nel mezzo d' entrambe, siccome passò per la mente al nostro Autore nella sua giovinezza, e fu poscia da lui avvedutamente corretto; così non è da stupirsi, che un altro Autore assai celebre in queste materie tacitamente supponesse ciò nella prop. 2. del lib. 2. *De resistentia solidorum*, come principio per se noto, ma è ben maraviglia, che nè meno in sua vecchiezza sapesse egli rinvenirsi dell' errore, anzi pretendesse con un simile paralogismo convincere me di grosso abbaglio commesso nel confutare la citata, con altre sue proposizioni. Veggasi il discorso di A. M. stampato in Lucca del 1714. alla pag. 47. ove supponendo, che un peso posto in C si equilibri colla resistenza della base A E d' un prisma A C M fitto nel muro, ne raccoglie, che se il prisma staccato dal muro si ponesse in bilico

lico ſopra la linea F P poſta nel mezzo del priſma, lo ſteſſo peſo rimanente in C averebbe oramai la metà ſola del momento di prima (il che ſin qui è veriſſimo) e che però uguaglierebbe *la metà della reſiſtenza* della ſezione N O P F (uguale all' altra A B E D) onde ſupponendoſi un altro peſo attaccato al termine D, uguale a quello che era in C, ſi verrebbe ad equilibrare *l' altra metà della detta reſiſtenza*; ſicchè tra tutt' e due ſi equilibrerebbero colla medeſima intera reſiſtenza della ſezione ſuddetta N O P F. Il che (con ſua buona pace) non è vero altrimenti. Perchè l' altro peſo attaccato in D, equilibrerà bensì il ſolido, ſicchè non trabocchi dall' altra banda per l' azione del peſo poſto in C, ma non ſaranno già ſufficienti tutti due que' peſi inſieme ad equilibrare la reſiſtenza O F, con mettere in procinto il ſolido di romperſi ſu l' appoggio P F. Eſſendo perciò neceſſario, che ſiccome il peſo poſto in C colla diſtanza C F ha ſolo la metà del momento, che avea prima colla diſtanza C D, per vincere dalla ſua parte la reſiſtenza della ſezione; così nello ſteſſo punto C, alla diſtanza C F ſi ponga un peſo doppio di prima (ed altrettanto poi dall' altra banda in D) perchè giunga ad avere ciaſcuno d' eſſi dalla ſua parte un momento uguale alla reſiſtenza da ſuperarſi: nulla giovando, che l' altro peſo uguale al primo ſi ponga dall' altra parte in D, dove non è d' ajuto a tirare dalla banda di C, ma ſolo fa una parte di quell' azione, che prima faceva il muro, quando vi era impegnato, dentro il ſolido, come acutamente ha avvertito in queſto luogo il Sig. Viviani. Perchè in ſomma (come dico nella parte terza della mia riſpoſta Apologetica, confutando il ſuddetto diſcorſo cap. 5. n. 6.) l' effetto dello ſtrappare un ſolido ſempre ha da dipendere da due forze contrarie, delle quali l' una tiri per un verſo, l' altra o tenghi forte dal canto ſuo, o tiri dalla banda oppoſta, ſicchè non tutte le parti del ſolido ſi muovono verſo le ſteſſe bande, ſecondando l' impreſſione della forza attaccatavi.

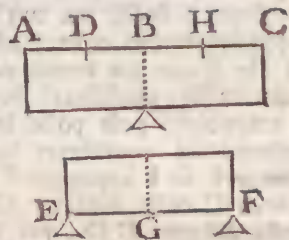
265

Il che, a mio credere, dipende da queſto, che la ſteſſa coerenza delle parti del ſolido è cagionata da certe forze (qualunque elle ſieno, o ſi riferiſcano all' interna diſpoſizione, ed intralciamento delle parti della materia, quinci e quindi contigue alla ſezione, o provengano dalla preſſione del fluido ambiente, o derivino da qualſivoglia glutine interpoſto) le quali premono l' una contro dell' altra, ſpingendo queſta parte contro di quella, e quella vicendevolmente contro di queſta: appunto come due Lottatori, affrontatiſi con ugual forza, ſi urtano e ſi ſoſtengono reciprocamente, mantenendoſi uniti; onde per diſgiungerli, non baſta, che alquante forze ſi applichino per diſtaccare l' uno, ſe intanto altre forze uguali non accorrono a tener fermo l' altro, o a ritirarlo indietro dalla lotta; altrimenti quello de' competitori, a cui niuna forza ſi applicaſſe, per tenerlo fermo, o per rimuoverlo dal contraſto, ſeguitando ad urtare il compagno, ſi laſcierebbe traſportare a ſeconda dalla piena di quelli, che applicati fuſſero a ritirare l' altro dal duro cimento. E così è veriſſimo, che il muro, in cui ſta fitto un ſolido, equivale appunto ad un contrappeſo, che equilibraſſe l' azione dello ſteſſo ſolido, o de' peſi attaccativi, ſe in vece d' eſſere impegnato immobilmente nel muro, fuſſe poſto in bilico nella ſteſſa ſezione: eſſendo che eſſo muro caricando la porzione del ſolido, che tanto o quanto entra dentro di eſſo, la ferma,

ma, e gl' impedisce di muoversi al muovimento dell' altra parte del solido, che resta al di fuori; onde se l' azione di essa, e de' pesi aggiuntivi prevale alla coerenza delle fibre, che connettono una parte coll' altra, ne segue lo strappamento, e la separazione di questa da quella.

Proposizione LXXX. Quesito XXVII.

V. V. p. 9. *Se il cilindro* A B *fitto nel muro è bastante a spezzarsi in* B, *cioè a superare la resistenza* B *col proprio peso, e colla leva* A B: *aggiungendo dall' altra parte altrettanto cilindro* B C, *si cerca, se la medesima resistenza* B *venga violentata con doppia forza; e se per ispezzarsi col sostegno in mezzo, voglia essere la metà più sottile, o di lunghezza media proporzionale tra* A B, *e* B D *metà di* A B?

G. G. Secondo il Galileo, è manifesto che B C ugualmente grosso, ed ugualmente lungo di A B, tiene in equilibrio lo stesso A B, e tutte due insieme pareggiano la stessa resistenza della sezione B, che veniva pareggiata dal solo A B fitto nel muro colla sua testata B; mentre dice espressamente pag. 77. della presente edizione. *Il cilindro, che gravato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre* 266 *alla quale più non si sosterrebbe, o sia retto nel mezzo da un solo sostegno, o da due nell' estremità, potrà essere lungo il doppio di quello, che sarebbe fitto nel muro, cioè sostenuto in un sol termine*. Ed il dubbio del Sig. Viviani resta di già risoluto da lui medesimo nella prop. antecedente, osservando, che quando A B è fitto nel muro, lo stesso muro fa la forza dell' altro contrappeso B C, di momento pari a quello della porzione B A, che sporge fuori del muro; onde nell' uno, e nell' altro caso la resistenza B è violentata dalla medesima azione di due forze uguali, e contrapposte; ed è giusto, come se un filo si attaccasse coll' estremo suo ad un muro, e dall' altro capo si tirasse fino ad essere in procinto di romperlo; o pure da un capo, e dall' altro si applicassero due forze opposte per istrapparlo, che sempre l' effetto dipenderebbe dalla stessa quantità di forze applicate, non giammai tutte da una banda, ma sempre parte da un capo, e parte dall' altro.

Circa poi il dover essere la lunghezza del cilindro posto in bilico tale, che ciascuna delle sue parti sia media proporzionale tra la A B, e la B D metà di essa, come accenna il nostro Autore; ciò si verifica, quando debba il cilindro appoggiarsi a due sostegni posti negli estremi, come avvertì Monsù de la Hire nella prop. 126. delle sue meccaniche; ma non già nel caso, che reggere si debba sopra un sostegno posto nel mezzo; anzi nè meno quando si regga da due bande, qualora venga caricato ancor per di sopra, e fortemente impegnato il cilindro dall' una, e dall' altra parte nel muro: nel qual caso è verissima la sentenza del Galileo di sopra accennata; conforme dissi nella mia risposta Apologetica pag. 123.

Che se alcuno bramasse la dimostrazione di ciò, che di sopra ho detto con Monsù de la Hire, acciocchè non nasca verun dubbio dalle opposizioni fattemi in contrario, quando nel luogo citato abbracciai quella dottrina, eccomi pronto a soddisfarlo.

Sostengasi il cilindro A C sopra il sostegno corrispondente al suo mezzo B, equilibrato, ed in procinto di rompersi nella sezione B: e sia la lunghezza E F d' un altro cilindro ugualmente grosso, appoggiato a due sostegni ne' termini E, F, media proporzionale fra tutta la A C, e la metà sua A B (onde conseguentemente, dividendolo per mezzo in G, sarà la G E, ovvero la G F, media proporzionale tra

tra la A B, e la sua metà B D) Dico che questo con uguale momento, verso la resistenza della sezione di mezzo G, rimarrà precisamente sopra i detti sostegni appunto equilibrato.

Imperocchè essendo la metà del peso A C, cioè il peso di A B, applicato nel suo centro di gravità D, e l' altra metà B C nel suo centro H, per far forza sopra la resistenza della sezione B; e similmente reggendosi la metà del peso E F dal sostegno E, e l' altra metà dal sostegno F, colle distanze G E, G F medie proporzionali fra le lunghezze A B, B D; sarà A B ad E G, cioè la metà del peso A C alla metà del peso E F, come reciprocamente la distanza E G alla distanza D B, dalle quali dipendono; e però saranno uguali i loro momenti. Si dirà lo stesso dell' altre due metà d'ambi i pesi, applicate similmente a rompere l' uguali resistenze B, G; adunque averà la stessa forza il cilindro A C sopra la resistenza B, che il cilindro E F sopra una pari resistenza G; quando sia E G media tra l'intera A C, e la sua metà A B. Il che si dovea dimostrare.

Nè sarebbe ragionevole l'opporre, che la metà del peso E F, cioè E G penda dal sostegno E con una distanza uguale alla metà di E G, dove sarebbe il centro di gravità del cilindro E G, e non da tutta la E G, come si è supposto nell' addotta dimostrazione; perchè tutto il peso del cilindro E F gravitando nel suo centro G, è manifesto, doversi immaginare ambidue le metà di esso ivi raccolte nel punto G, e non altrimenti distribuite, sicchè l' una graviti nel punto di mezzo fra G, ed E, e l'altra nel punto di mezzo fra G ed F, come accaderebbe se fussero staccate, e non connesse in G, che se la coerenza delle parti non le richiamasse tutte in un centro comune, ognuna dell' infinite parti, che il cilindro compongono, doverebbe esercitare la sua forza in un centro particolare, e distinto, e non cospirerebbero tutte a maniera d'un solo peso, siccome fanno, avanti d' essere staccate l' una dall' altra.

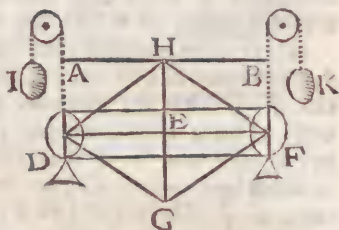
267

Ma perchè la cosa è di grandissima importanza, nè manca chi ha preteso di oscurare la verità con apparenti ragioni, acutamente inventate per difendere il suo impegno, ed incaricare me di gravissimo sbaglio, non sarà se non bene lo scoprire la fallacia di chi (Discorso di A. M. pag. 55.) francamente asserisce, che le due metà d' un cilindro, o prisma appoggiato ne' suoi estremi *non hanno per leve favorevoli, se non le metà* delle lunghezze, che sono dal mezzo a ciascun termine del solido, ed aggiugne (pag. 56.) che il peso di un cilindro allora solamente tutto si raccoglie, ed esercita la sua energia sul proprio centro di gravità, *quando pende in aria liberamente, senza esser retto da alcun sostegno;* ma quando è appoggiato ne' suoi estremi a due sostegni, *i quali vengono a scemarli la metà del suo peso, l' altra sua metà sola viene ad esercitare la sua forza nel centro di gravità*. Nella quale dottrina erronea molti sbagli si contengono, essendo cosa impossibile, *che un peso penda in aria, senza esser retto da alcun sostegno;* e però non farebbe mai forza un solido nel suo centro di gravità, se non in caso, che miracolosamente pendesse in aria senza che alcuna cosa il reggesse; nè essendo vero, che i sostegni *scemino la metà del peso d' un solido*, che sia appoggiato, onde gli rimanga solamente *l' altra metà da esercitarsi nel centro di gravità*; imperocchè i due sostegni reggono tutto il peso, e da esso con vicendevole azione sono premuti, di maniera però che mezzo il peso si appoggi all' uno, e mezzo all' altro, senza verun dispendio dell' azione della gravità da esercitarsi appunto nel mezzo, dove è il centro del solido, con tutto il suo momento, il quale non viene diminuito, ma bensì equilibrato con azione contraria da' sostegni; altrimenti ne seguirebbe, che siccome al parere di questo Autore un solido appoggiato a due sostegni pesa nel centro per la metà sola della sua gravità; appoggiandosi poi a 4. ovvero 6. sostegni, dovrebbe premere con un quarto, o con un sesto solo della gravità sua; e sostenendosi sopra l' orlo d' un

Mm 2 corpo

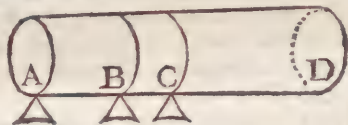
corpo ſtabile equivalente ad infiniti ſoſtegni, non dovrebbe premere più per niente; e così un cavallo, che ſi regge ſu quattro piedi, un palco eretto ſopra ſei pilaſtri, una cupola d' ogn' intorno appoggiata ſul cornicione, che la circonda, non dovrebbero aggravare nel centro loro, ſe non per una parte quarta, ſeſta, o infinitamente piccola del loro gran peſo. Il che ſe è aſſurdo, ſi conchiuda, che i ſoſtegni non iſcemano adunque in conto alcuno la gravità de' ſolidi, nè impediſcono, che non l' eſercitino tutta nel centro loro: come forſe meglio potrà intenderſi colla ſeguente coſtruzione.

S' intenda ſoſpeſo il cilindro D F con due fili D A, F B perpendicolari all' orizzonte, i quali paſſando per due troclee fiſſe per di ſopra ſieno tirati da' due peſi I, K abili ad equilibrarſi col medeſimo ſolido D F; ſarà certamente ciaſcun d' eſſi peſi uguale al peſo della metà del cilindro, e tutti e due inſieme uguali al totale peſo D F. E perchè in ogni equilibrio di forze contrappoſte, ed ugualmente diſtanti dal centro del moto, come accade in queſto caſo, mercè le ſuddette troclee, fra i peſi K, ed I da una banda, ed il cilindro D F dall' altra, conviene che ugualmente prema dal ſuo canto la forza, che tira da un canto, e l' altra, che tira dall' altro lato: egli è pure evidente, che il cilindro D F, con tutto che ſia retto in ambi gli eſtremi, dovrà premere nel centro di gravità E con tutta la forza del ſuo peſo, ſiccome li due contrappeſi I, K con tutta l' energia del peſo loro, uguale a quello del cilindro D F premono altresì dal canto ſuo, ed è vanità l' immaginarſi, che il peſo D F per la metà ſia ſoſtenuto, e ſolo per l' altra metà graviti; ora lo ſteſſo accade, ſe rotti i fili D A, F B, o rimoſſi i contrappeſi I, K, ſi laſcia poſare il cilindro D F ſopra due ſoſtegni ſottopoſti all' eſtremità: i quali ſoſtegni lo ſpigneranno all' insù, e lo reggeranno, appunto come prima faceano i ſuddetti fili, ed i contrappeſi attaccativi; e ciò ſenza impedire punto l' azione della totale gravità di eſſo cilindro, la quale ſi eſerciterà come prima nel centro E con tutto il ſuo momento.

268

Del che per avere ancora più chiara idea ſi conſideri, che la forza, d' onde dipende la coerenza delle fibre d' un ſolido, (come ſi è detto di ſopra) dee eſſere ſecondo la direzione dell' aſſe del cilindro, che paſſa per tutti i centri di gravità delle ſue ſezioni: e che queſta forza opera con due direzioni direttamente oppoſte, calcando una ſezione contro l' altra contigua. Immaginandoſi adunque la detta forza, che tiene unite le fibre del ſolido nella ſezione E, rappreſentarſi dalla linea D F, di cui la parte F E ci eſprima l' azione che ſpinge da F verſo E; e la parte D E ci figuri l' altra contrappoſta azione, che ugualmente preme viceverſa da D verſo E, queſte due forze eſſendo uguali, e direttamente oppoſte, ſi equilibrano; ſicchè in virtù di eſſe le parti del cilindro ſtanno unite, movendoſi di conſerva, quando da una ſola forza, quale ſarebbe la gravità, veniſſero tirate al baſſo per la direzione E G, la quale non ſi oppone a veruna delle dette direzioni F E, D E, ma è loro indifferente. Ma eſſendovi di più due forze, che ſpingono al contrario di E G, come ſono i contrappeſi I, K, o in vece d' eſſi i ſoſtegni D, F, da' quali viene retto il cilindro, per ritrovare ciò che riſultar debbe da queſte azioni, ſi faccia, come la forza, che premendo da F verſo E contribuiſce alla reſiſtenza del cilindro, ſta alla forza del ſoſtegno F, ovvero del contrappeſo K, così E F ad F B; e compiendo il rettangolo E F B H, ſi averà nel diametro F H la forza compoſta da ambedue, come è notiſſimo a' Meccanici, e da me fu dimoſtrato nell' *Epiſtola de momento* gra-

gravium pag. 13. e similmente dall' altra forza, che concorre alla resistenza della sezione E per la direzione D E, e dalla forza del sostegno D, o del contrappeso I, nella direzione D A, si comporrà la forza D H, che risulta da entrambe; e finalmente compiendo il parallelogrammo D H F G, si averà nel diametro G H la forza composta delle due F H, D H, cioè delle G D, G F; alla quale forza G H debbe essere uguale la forza del peso esercitato dal cilindro D F (o da un peso avventizio G sospeso in E, quando si astragga dal peso d' esso cilindro) mercecchè debbe contrastare alla detta forza, eludendone l' effetto coll' azione contraria nella direzione H G; e però il peso esercitato dal cilindro F D (o dal peso G surrogato in vece d' esso) nel centro E starà alla forza esercitata da ciascuno di detti sostegni (come F, o dall' equivalente contrappeso K) come H G ad F B, cioè ad H E, e però la detta forza di peso esercitata in E sarà dupla della forza del contrappeso K, o del sostegno F; sicchè essendo (come mostra la sperienza a chi non si appaga della ragione) il peso K una metà del peso totale del cilindro D F, dovrà esso cilindro esercitare nel centro E una forza uguale a tutto il suo peso: e similmente il peso G che (astraendo dalla gravità del cilindro) si dovesse a tale effetto in E surrogare, essere dovrebbe uguale a tutto il peso d' esso cilindro, come io avea detto, e non alla sola metà, come pretende il censore.

269

Una sola opposizione di qualche momento mi fu fatta da un chiaro Geometra; ed è che se un cilindro A D è sostenuto ne' termini A, D per impedire la gravitazione di esso nel centro C, basterebbe sottoporvi il sostegno C, il quale ivi si opporrebbe all' azione della gravità del cilindro esercitata in C; ma il sostegno C, dovendo reggere la metà della parte C D, e la metà dell' altra parte C A, non dovrà sostenere, se non la metà dell' intero cilindro A D; adunque pare, che la pressione esercitata da esso cilindro nel centro C non possa essere se non uguale alla metà del peso A D.

A ciò risposi, che primieramente il discorso proverebbe, che in qualsivoglia punto B fuori del centro C del cilindro, operi la gravità di esso colla metà sola della sua azione; perchè similmente collocando un sostegno B per sostenerne la forza, questo si troverebbe carico della metà di B D, e della metà di B A, cioè della metà di tutta la A D; e però in ogni luogo il cilindro premerebbe colla metà del suo peso, quando presso a' sostegni non può avere azione così sensibile.

In secondo luogo conviene avvertire, che quando si sottopone il sostegno C al mezzo del cilindro A D, ciascuno de' sostegni estremi A, e D viene sollevato dal peso, che prima sorreggeva, essendo che prima ognuno d' essi sosteneva la metà del cilindro A D, ed ora solamente ne reggono un quarto per uno: cioè al D tocca una metà del cilindro C D, ed all' A una metà dell' A C, gli altri due quarti rimanendo appoggiati al sostegno C; d' onde si deduce, che il sostegno C non regge altrimenti tutta l' azione, che il cilindro A D esercitava in C, ma la divide in due ugualmente; sicchè quindi innanzi tutta la parte A C graviti nel mezzo fra A, e C; e tutto il resto graviti nel mezzo fra C, e D, come se fussero due cilindri divisi; e per tanto ciò nulla serve per provare, che in C, avanti che si ponesse il sostegno, gravitasse il cilindro colla metà del suo peso, piuttosto che col peso totale di se stesso.

270

'Pro-

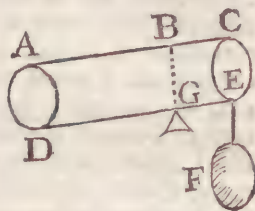
Proposizione LXXXI. Quesito XXVIII.

270
V. V.
p. 43.

Sia il cilindro grave A E, *sostenuto fuori del mezzo in* G. *Cercasi il peso, che si dee attaccare in* E, *acciocchè la parte* B E *del cilindro faccia equilibrio coll' altra parte* A G.

Si faccia, come la leva B C *alla* B A, *ovvero come il peso* B E *al peso* B D, *così il peso* B D *ad un altro, dal quale si cavi il peso* B E; *e dell' avanzo si prenda la metà* F, *che questa sarà il peso, il quale attaccato in* E, *colla parte* B E *equilibrerà l' altra parte* B D.

G. G.

Imperocchè tal momento ha il peso F attaccato in E, quanto averebbe il doppio di esso attaccato nel mezzo di G E (per essere così i pesi reciprochi alle distanze) dove pure s' intende che faccia forza nel suo centro di gravità il peso della parte B E; siccome il peso dell' altra B D fa forza nel mezzo della D G; dunque, in caso d' equilibrio, debb' essere, come B C a B A, o come il peso B E al peso B D, così B D all' aggregato di B E, e del doppio di quel peso, che dee a tale effetto attaccarsi in E; e però il peso da attaccarsi in E è la metà di ciò, che rimane, cavando dal detto peso quarto proporzionale, il peso B E, come dice il Sig. Viviani.

Proposizione LXXXII. Quesito XXIX.

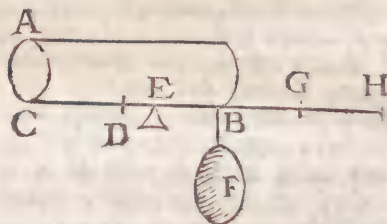
V. V.
p. 44.

Sia il cilindro grave A B *orizzontale sostenuto fuori del mezzo della sua lunghezza, come in* E; *è chiaro, che la parte maggiore* A E *preponderer à. Cercasi, per mantenerlo orizzontale quanto peso si dovrà sospendere nell' estremità* B.

Sia B D *metà della lunghezza* B C, *e facciasi come* B E *ad* E D, *così il peso di tutto il cilindro* A B, *al peso* F, *che questo sarà il cercato da sospendersi in* B.

Poichè di tutto il cilindro A B *il centro di gravità è nel mezzo, cioè in* D; *e del peso* F *il centro di gravità è sospeso in* B; *adunque il centro comune di gravità del cilindro, e del peso* F *sarà in quel punto, che divide la distanza de' centri in reciproca proporzione de' pesi. Ma si fece, come il cilindro* A B *al peso* F, *così* B E *ad* E D; *adunque in* E *sarà l' equilibrio. Il che ec.*

G. G.

Questa è la stessa colla precedente, ma ho stimato bene di aggiungerla, per l' ingegnosa, ed elegante maniera adoperata nel dimostrarla, con provare, che così il centro comune di gravità del cilindro, e del peso attaccato corrisponde al luogo del sostegno E; onde non potendo questo muoversi allo ingiù, è forza che il tutto stia fermo in equilibrio, a tenore della terza supposizione.

Proposizione LXXXIII. Quesito XXX.

271
V. V.
p. 44.

Per lo contrario, se un peso F *sarà attaccato all' estremità d' un cilindro, come* A B, *cercasi in qual punto della sua lunghezza si debba sottomettere un sostegno, in modo che, stando il cilindro orizzontale, si faccia l' equilibrio?*

Dividasi C B *per mezzo in* D, *e facciasi, come il peso del cilindro* A B *al peso*

F,

F, *così* B E *ad* E D, *che il punto* E *sarà il cercato*, *e si dimostrerà come sopra*, *perchè i detti pesi sono sospesi con i loro centri di gravità in distanze reciproche dal sostegno* E; *che però ec.*

Corollario I. *Se dunque il peso* F *da appendersi all' estremità* B, *sarà dato uguale al peso del cilindro* A B, *si dovrà mettere il sostegno* E *in tal luogo*, *che la lunghezza* C E *sia tripla della* B E; *perchè divisa per mezzo* C E *in* D, *sarà allora la* E B *uguale alla* E D; *ma per la precedente proposizione*, *facendosi come* B E *ad* E D, *così il peso* A B *al peso* F, *questo è quello*, *che debbe appendersi in* B, *acciocchè si equilibri col dato cilindro nel sostegno* E: *adunque il peso* A B *è uguale al peso* F.

Corollario II. *E se vorremo*, *che il peso* A B *al peso* F *abbi una data proporzione di* G B *a* B H, *sarà necessario dividere la* B D *in modo*, *che la* E B *alla* E D *abbia la proporzione di* G B *a* B H; *ed il punto* E *sarà il sostegno*.

Corollario III. *Ma se vorremo mettere il sostegno in luogo*, *che poi tanto pesi la parte del cilindro* B E, *quanto il solido* F; *dovrà dividersi la* D B *in modo*, *che il rettangolo di tutta la* C B *nella parte di mezzo* D E, *sia uguale al quadrato* B E; *perchè allora sarà*, *come* D E *ad* E B, *così il peso* F *al peso* A B, *ovvero così* E B *alla* C B; *ma come* E B *alla* C B, *così il peso di* B E *allo stesso peso* A B; *adunque tanto pesa* F, *che* B E.

Corollario IV. *E se vorremo*, *che il peso* F *pesi tanto*, *quanto la parte* C E: *si dovrà segare la* D B *in* E *in modo*, *che il rettangolo di tutta la* C B *nella parte di mezzo* D E *sia uguale al rettangolo* C E B; *perchè allora sarà*, *come* C B *a* C E, *così* E B *a* D E; *ma* C B *a* C E *sta come il peso* A B *al peso* A E, *ed* E B *a* D E *sta come lo stesso peso* A B *al peso* F, *quando si fa l' equilibrio*; *adunque i pesi* A E, *ed* F *sono uguali*.

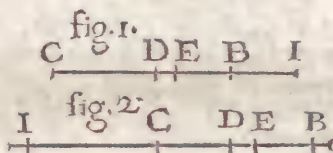
I due problemi supposti dal Sig. Viviani nel coroll. 3. e 4. si sciolgono nella seguente maniera. *G. G.*

Data una retta C B (fig. 1. divisa per mezzo, o più generalmente divisa in qualsivoglia proporzione) nel punto D: talmente di nuovo segarla in E, che il rettangolo di C B in D E uguagli il quadrato di E B.

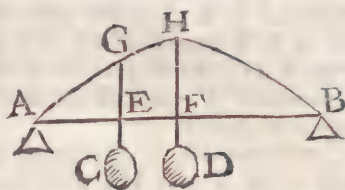
Alla retta C B si applichi un rettangolo eccedente d' una figura quadrata, ed uguale al dato C B D; e sia questo C I B; ed alla B I pongasi uguale la B E; poichè dunque il rettangolo C B D, cioè i due C B E, e C B in D E, uguagliano il rettangolo C I B, cioè la somma del rettangolo C B I, e del quadrato B I, ovvero i due C B E, e quadrato B E; tolto di comune il rettangolo C B E, sarà C B in D E uguale al quadrato di E B; Il che ec.

Ma se data la retta C B (fig. 2. divisa per mezzo) o in qualsivoglia ragione in D, si vorrà dividerla altrove in E in maniera, che il rettangolo di C B in D E uguagli il rettangolo C E B.

Alla retta C B si ponga per diritto la C I uguale ad essa; ed alla retta I B si applichi un rettangolo uguale al dato C B D, mancante però d' una figura quadrata; e sia questo rettangolo I E B. Adunque il rettangolo C B D, cioè la somma de' rettangoli C B E, e C B in D E, ugualia il rettangolo I E B, che è quanto dire i due rettangoli I C in E B, e C E B; tolgansi da questa, e da quella parte i rettangoli C B E, ed I C in E B, che sono uguali, rimarrà C B in D E uguale al rettangolo C E B. Il che ec. 272

Pro-

Propofizione LXXXIV. Teor. LIV.

V. V. p. 41. *La fcala de' momenti di pefi uguali* C, D *attaccati ad una libra foftenuta ne' fuoi eftremi* A, B, *fta nelle linee* E G, F H *della parabola* A H B, *parallele al diametro, effendo la libra* A B *bafe di detta parabola.*

G. G. Imperocchè i detti momenti fono, come i rettangoli A E B, A F B, fatti dalle parti di effa libra, come dimoftra il Galileo nella propofizione 13. Ma a quefti rettangoli fono proporzionali le linee G E, H F tirate nella parabola parallele al diametro. Dunque ec.

Propofizione LXXXV. Teor. LV.

V. V. p. 41. *Le refiftenze d' un cilindro ne' punti* A, B, C, D, E, L *ec. fono come le linee* A 1, B 2, C 3, D 4, E 5 *ec. terze proporzionali dopo l' applicate nella parabola, e nel parallelogrammo circofcritto, equidiftanti al diametro.*

Poichè la refiftenza in A *alla refiftenza in* C *fta, come il rettangolo* G C F *al rettangolo* G A F, *fecondo il Galileo, cioè come la linea* C H *alla* A I, *cioè come* C O *a* C 3, *ovvero come* A I a C 3; *dunque fe la refiftenza* A *fi ponga effere la* A I, *la* 273 *refiftenza in* C *farà la* C 3; *e così dell' altre; Il che ec.*

E perchè la linea 1 2 3 4 *non concorre mai colla retta* G 8, *di qui è manifefto, che le refiftenze verfo il punto* G *vanno crefcendo fempre, facendofi maggiori di qualunque data forza, e nel punto* G *volervi forza infinita, perchè la linea* G 8, *che è terza proporzionale dopo il punto* G, *e la linea* G M, *è infinita.*

Nota, che la curva 1 2 3 4 *è una iperbole feconda.*

G. G. Molte fono le curve, che poffono meritare il nome di *feconda iperbola*; però non avendo il Sig. Viviani dichiarato particolarmente il fuo penfiero, non farà fuperfluo l' efaminare in quefto luogo, come verificare fi poffa il fuo detto, acciocchè alcuno ingannato non rimanga, penfando ch' egli intenda dell' *iperbola quadratica*, che più comunemente per *feconda iperbola* viene computata: quella cioè, in cui i quadrati delle ordinate ad un afintoto, fono reciprocamente come le porzioni d' effo afintoto tagliate dal centro: o pure di quella, in cui i quadrati dell' ordinate ad un diametro foffero come i parallelepipedi contenuti dal quadrato d' una parte, e dalla lunghezza dell' altra parte d' effo diametro intercette fra detta ordinata, ed i termini del trafverfo; o in fomma d' altra curva, che abbia più manifefta relazione, ed analogia coll' iperbola ordinaria, che non ha veramente la curva in quefto luogo defcritta.

Si offervi per tanto, che il profondo, e celebratiffimo Matematico d' Inghilterra il Cav. Ifacco Nevvton, nel trattato che ftampò delle linee del terz' ordine, acutamente notò, poterfi dividere le iperbole in più generi, fecondo il numero degli afintoti, che ad effe potevano convenire, dicendo: *Hyperbola primi,*

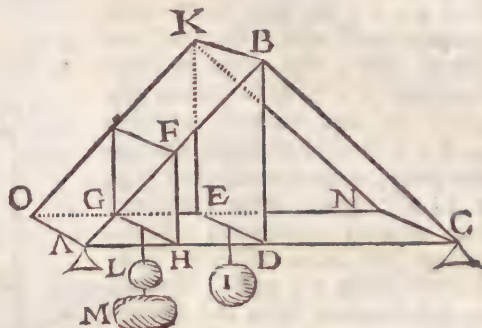
mi generis duas habet asymptotos, ea secundi tres, ea tertii quatuor, & non plures habere potest, & sic in reliquis. Quindi si rifletta, che continuando la descrizione della curva proposta dal nostro Autore, con adattare la stessa costruzione alla parabola prolungata per di sotto, prendendo le *c* 3, *c* 3 da per tutto terze proporzionali alle *c* h, *c* *o*; dal che si vede, che oltre la parte superiore 3 1 5 della curva, che giace fra' due asintoti paralleli G 8, F 9, ne nascono due altre parti, o gambe inferiori 3 3, 3 3, alle quali, oltre i suddetti due asintoti continuati, si aggiunge per terzo asintoto la G F prolungata; e però, secondo la distribuzione fatta dal suddetto Nevvton, si riconosce questa curva per un' *iperbola del secondo genere*; ed è appunto quella, che da lui si descrive per la specie sessagesima, e si asserisce essere un *iperbolismo della iperbola*, che in ordine è il quarto: intendendo per iperbolismo la figura nata dall' applicare il rettangolo contenuto dall' ordinata di una sezione conica, e di una data retta, alla porzione comune tagliata nel diametro da uno de' suoi termini. Come nel nostro caso, essendo l' iperbole opposte E, A *e*, il cui asse trasverso sia A, ed il secondo asse conjugato sia uguale a ciascuna delle rette A G, A F; e presa qualunque ordinata dell' iperbola D E, si faccia, come A D a D E, così A I a D 3 (e similmente nell' opposta sezione, come A *d* a *d e*, così A a *d* 3) la figura 1 3, coll' altre sue parti 3 3 quindi nate, chiamasi dal Nevvton *iperbolismo dell' iperbola*, ed è la sessagesima specie dell' iperbole del secondo genere.

274

Ora questa non essere altra, che la curva sopra descritta dal Sig. Viviani, si dimostra così. Essendo il quadrato A D al quadrato D E, come il quadrato A I al quadrato D 3, cioè al quadrato A C; ed il quadrato D E al rettangolo I D A essendo nell' iperbola, come il quadrato del secondo diametro A G al quadrato di A I: sarà per l' ugualità perturbata, il quadrato A D al rettangolo I D A, come il quadrato A G al quadrato A C; e per la conversione di ragione, il quadrato A D al rettangolo D A I (cioè la retta D A, o pure 3 alla A I) sarà come il quadrato A G al rettangolo G C F, che nella parabola è appunto, come la A I alla C H; onde la C 3 è terza proporzionale dopo le due C H, A I, secondo la costruzione del Sig. Viviani; e per tanto la curva da lui qui descritta è la medesima con questa specie di seconda iperbola considerata dal Nevvton.

E' manifesto, che il lato retto dell' iperbole I E, A *e* è lo stesso con quello della parabola G I F, cioè la terza proporzionale dopo le due I A, ed A G.

Propoſizione LXXXVI. Teor. LVI.

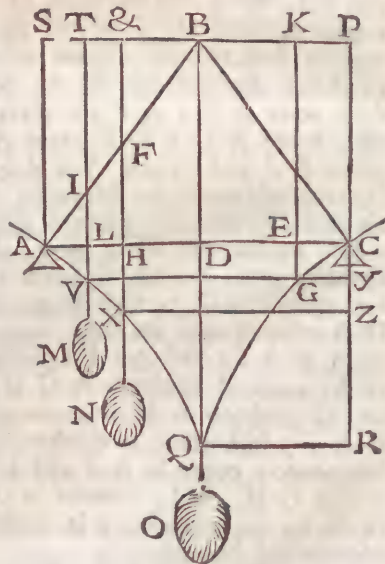
V. V. p. 25. *Sia il priſma triangolare* A B N, *di cui la faccia rettangola* A N *ſia parallela all' orizzonte, e ſia ſoſtenuto ſopra l' eſtremità* O A, C N; *e ſia il peſo* I *nel mezzo della leva* A C, *che pareggi la reſiſtenza della ſezione di mezzo* B E; *e l' altro peſo* L *fuori del mezzo, che pareggi la reſiſtenza della ſezione* F G; *Dico che tali peſi aſſoluti* I, L *hanno tra di loro la proporzione delle parti diſuguali* C H, H A.

Poichè inteſo in H *il peſo* M *uguale ad* I, *eſſendo il momento del peſo* L *uguale al momento dela reſiſtenza* F G, *ed il momento* I *pareggiando il momento della reſiſtenza* B E, *ſarà il* 275 *momento di* L *al momento di* I, *come il momento della reſiſtenza* F G, *al momento della reſiſtenza* B E, *cioè per la prop.* 3. *come il quadrato* F H *al quadrato* B D, *o pure come il quadrato* A H *al quadrato* A D, *cioè al rettangolo* A D C; *ma il momento* I *al momento* M, *per la prop.* 84. *ſta come il rettangolo* A D C *al rettangolo* C H A; *dunque per l' ugual proporzione, il momento di* L *al momento di* M, *cioè il peſo aſſoluto di* L *al peſo aſſoluto di* M, *ovvero al peſo aſſoluto* I, *ſta come il quadrato* A H *al rettangolo* C H A: *cioè come la linea* A H *alla* H C; *Il che ſi dovea dimoſtrare.*

Propoſizione LXXXVII. Queſito XXXI.

Si cerca la ſcala, che dimoſtri, con quale proporzione vadano ſcemando dal mezzo D *i peſi aſſoluti, che pareggiano le reſiſtenze di varie ſezioni nel ſuddetto priſma triangolare.*

Prolungata la B D, *ſi faccia ad eſſa uguale la* D Q, *e intorno al triangolo* A B C *facciaſi il rettangolo* A S P C, *e con gli aſintoti* P S, P C, *pel punto* Q *deſcrivaſi l' iperbola* Q A, *che neceſſariamente paſſerà per* A (*eſſendo il rettangolo* S D *uguale al* B C, *cioè al* D R, *ed aggiunto di comune* B C *riuſcendo tutto lo* S C *uguale a tutto il* B R, *e però i punti* Q, A *eſſendo nella medeſima iperbola, riguardante gli aſintoti* S P R) *e ſimilmente con gli aſintoti* S A, S P *deſcrivaſi per lo ſteſſo punto* Q *l' iperbola* Q C, *che pure paſſerà (per la ſteſſa ragione) per* C. *Dico, che l' applicate* D Q, H X, L V, E G *ec. ſono le miſure de' peſi aſſoluti* O, N, M, *ec. che pareggiano i momenti delle ſezioni* D B, H F, L I *ec. Imperocchè uguagliandoſi i rettangoli, per eſempio* A P, X P: *tolto di comune* H P, *ſarà il rettangolo* S H *uguale al rettangolo* H Z, *onde* A H *ad* H C

(*cioè*

276

(*cioè per il precedente, il peso* N *al peso* O) *sarà come* X H *ad* H &, *cioè a* D B, *o pure a* D Q; *onde in dette linee* X H, D Q *sta la proporzione de' pesi* N, O; *e però l' iperbola descritta è la scala, che si cercava.*

Proposizione LXXXVIII. *Teor.* LVII.

V. V. p. 26.

Sia il prisma parabolico A B C, *di cui la base rettangola* A G *sia parallela all' orizzonte, e sia sostenuto nell' estremità* A C; *e sia inteso segato con due piani paralleli* B D, E F *retti alla base. Dico, che i pesi assoluti* H, I, *che pareggiano i momenti delle resistenze* B D, E F, *sono tra loro, come le medesime sezioni* B D, E F, *o come l' altezze* B L, E M *delle medesime sezioni.*

Poichè immaginato un peso N *eguale ad* H, *ed appeso in* M F, *e presa la* M O *terza proporzionale delle* B L, E M; *essendo che il momento di* N *al momento di* H *sta, come il rettangolo* C M A *al rettangolo* C L A, *cioè (per la prop.* 84.) *come la linea* E M *alla* B L; *ed il momento di* H *al momento di* I, *sta come il momento della resistenza* B D *al momento della resistenza* E F (*pareggiandole*) *cioè, come il quadrato dell' altezza* B L *al quadrato dell' altezza* E M (*per la prop.* 3.) *o pure come la prima* B L *alla terza* M O; *adunque per l' ugual proporzione, il momento di* N *al momento di* I *sta come la* E M *alla* M O, *cioè come la* B L *alla* E M; *ma il momento di* N *al momento* I *sta come il peso assoluto di* N *al peso assoluto di* I, *cioè come il peso assoluto di* H *al peso assoluto di* I; *adunque il peso assoluto di* H *al peso assoluto di* I *sta come* B L *ad* E M, *che sono l' altezze delle sezioni, o come la medesima sezione* B D *alla sezione* E F; *Il che ec.*

Corollario. *Quindi è chiaro, che la scala de' pesi, che spezzano tal solido, sta nelle linee applicate parallele al diametro della stessa parabola* A B C.

Proposizione LXXXIX. *Teor.* LVIII.

277 V. V. p. 29.

Siano le due parabole A B D, C B D *sopra la stessa base* B D, *e con gli assi uguali* A D, C D *posti in dirittura, e sia la superficie* A B C *la faccia anteriore di un solido prismatico, che abbia l' opposta faccia simile, ed uguale alla stessa* A B C; *il quale solido sia posato sopra il sostegno* D *posto nel mezzo della linea* A C; *ed i pesi* E, F *nell' estremità* A C *attaccati sieno tra di loro uguali, e pareggino la resistenza della sezione* B D. *Dico, che se lo stesso solido fosse altrove appoggiato, come in* G, *e che i pesi* I, L *posti nelle stesse estremità,*

 e fra

e fra di loro equilibrati, pareggiassero la resistenza della sezione G H, sarebbe il peso I uguale al peso E, ovvero all' altro F.

Imperocchè pareggiandosi da' pesi I, ed L la resistenza della sezione G H, ed equilibrandosi nelle distanze A G, G C, sopra il sostegno G, secondo ciò che si è concluso nella prop. 79. lo stesso peso I pareggerebbe dal suo canto la resistenza della medesima sezione G H, quando la sola parte H G A sporgesse fuori

del muro; ma il peso, da cui si pareggia in tale stato la resistenza della sezione G H, è il medesimo, ovvero è uguale a quello, che pareggerebbe la resistenza dell' altra sezione B D, quando B D A sporgesse fuori del muro, per la famosa proposizione del Galileo circa il prisma parabolico: ed allora lo stesso peso E (per la proposizione 79.) pareggerebbe la stessa resistenza B D; adunque il peso I è uguale al peso E, ovvero al peso F. Il che ec.

Proposizione XC. Teor. LIX.

Poste le medesime cose, si dimostrerà, che l' aggregato de' pesi E, F, i quali si equilibrano d' intorno al sostegno D colla resistenza D B, all' aggregato de' pesi, I, L, i quali si equilibrano d' intorno ad un altro punto G colla resistenza G H, sta reciprocamente, come la parte maggiore G C alla D C, che è la metà di tutta la A C.

G. G. Imperocchè per l' equilibrio starà L ad I, come A G a G C; e componendo, L ed I insieme sta ad I, come tutta la A C alla C G; ma I è uguale ad 278 E, di cui il doppio sarebbe l' aggregato de' pesi E, F; dunque starà I al detto aggregato de' pesi E, F, come D C ad A C; e per l' ugualità perturbata, sarà l' aggregato de' pesi I, L, all' aggregato de' pesi E, F, come D C a C G; onde convertendo, è manifesta la verità di quanto si era proposto. Il che ec.

Corollario. Se intenderemo lo stesso solido appoggiarsi a' due sostegni posti ne' termini A, C; è manifesto che il peso, il quale equilibrerebbe la resistenza B D, essendo appeso nel mezzo di A C in D, sarebbe uguale appunto a' due pesi E, F; ed il peso, che posto altrove, come in G uguaglierebbe la resistenza G H, dovrebbe altresì pareggiare l' aggregato de' pesi I, L; per la qual cosa, il peso abile precisamente a rompere il detto solido in D, al peso che fusse sufficiente a romperlo in G, starà come C G a D C.

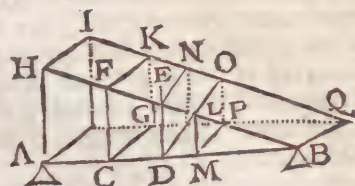
Proposizione XCI. Teor. LX.

V. V. p. 27. *Nel cuneo, o prisma triangolare A B H, sostenuto in A, B, e segato per mezzo in D, ed altrove in C; il peso abile a spezzare in C al peso abile a spezzare in D sta, come la parte B C alla C A.*

Stendasi la sezione D G in E, fino che l' altezza D E sia uguale alla C F. Dunque il peso abile a spezzare la sezione C F a quello, che è abile a spezzare l' ugual sezione D E, sta secondo il Galileo, come il rettangolo B D A al rettangolo B C A, ed il peso abile a spezzare la sezione D E a quello, che spezzerebbe la sezione

ne D G, *sta (per la prop.* 3. *) come il quadrato* D E, *cioè il* C F, *al quadrato* D G; *ovvero come il quadrato* B C *al quadrato* B D, *cioè al rettangolo* B D A; *Dunque, per l' ugualità perturbata, il peso abile a spezzare la sezione* C F *a quello, che è abile a spezzare la* D G, *sta, come il quadrato* C B *al rettangolo* B C A, *cioè come la* B C *alla* C A. *Il che ec.*

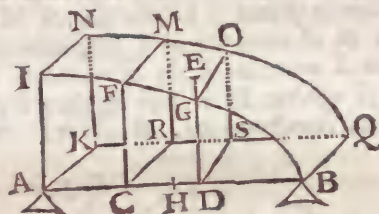
G. G.

Corollario. Il peso abile a spezzare in C F al peso abile a spezzare in M L sta, come il rettangolo di B C in A M al rettangolo di A C in M B, ovvero è in ragione composta di B C ad A C, e di A M ad M B; perchè il peso equivalente alla sezione C F a quello, che equivale alla sezione M L, ha ragione composta dell' equivalente alla sezione F C all' equivalente alla D G, e di questo all' equivalente alla M L; ma la prima ragione è, come di B C ad A C, e la seconda è come di A M ad M B, per questa proposizione; dunque i pesi equivalenti alle sezioni C F, M L sono in ragione composta delle dette proporzioni; o pure sono come il rettangolo di B C in A M al rettangolo di A C in M B; Il che ec.

Proposizione XCII. Teor. LXI.

279 V. V. p. 27.

Nel cuneo parabolico I B A *il peso equivalente alla resistenza della sezione* C F *al peso equivalente alla resistenza della sezione* D G, *sta come il quadrato della media proporzionale* B H *tra* B C, *e* B D, *al rettangolo* B C A.

G. G.

Si stenda D G in E, sicchè la sezione D E sia uguale, e di pari altezza alla C F; dunque il peso equivalente alla sezione C F all' equivalente alla sezione D E sta reciprocamente, come il rettangolo B D A al rettangolo B C A; ma il peso equivalente alla D E a quello, che pareggerebbe la D G sta, come il momento della resistenza D E a quello della G D, cioè per la prop. 3. come il quadrato D E, ovvero C F, al quadrato D G, o pure come la C B alla B D, o come il rettangolo B C A al rettangolo di B D in C A; dunque per l' ugual proporzione il peso equivalente alla sezione C F all' equivalente alla D G sta, come il rettangolo B D A al rettangolo di B D in C A; cioè sta, come D A a C A; e quando il punto D fusse nel mezzo della retta B A (come tacitamente qui suppone il Viviani, in coerenza di ciò, che espressamente ha supposto nell' antecedente) sarà il primo peso al secondo, come B D a C A, o come C B D a B C A, o come il quadrato della B H, media tra B C, e B D, al detto rettangolo B C A; ma generalmente la proporzione del peso, che rompe in C a quello, che rompe in D, è, come D A a C A, come si è mostrato; ed è per accidente, che essendo il punto D nel mezzo si possa in vece della D A prendere la D B, e cavarne la proporzione di sopra enunziata dal nostro Autore.

Proposizione XCIII. Quesito XXXII.

V. V. p. 27. G. G.

In questi solidi cuneiformi, ed in altri su questo andare, cercare le sezioni di minor resistenza, se ve ne sono; e quelle d' ugual resistenza, se in diversi punti vi si ritrovano.

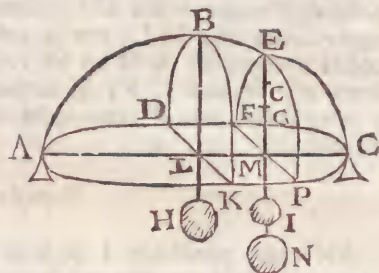
Nel

Nel cuneo triangolare, e nel parabolico di sopra considerati non vi è altrimenti sezione alcuna, che dir si possa di minima resistenza; e nè meno due sezioni ugualmente resistenti assegnare si possono; essendo sempre le sezioni più vicine alla testata del cuneo di maggior resistenza, che le più vicine al taglio del medesimo; ed il simile avviene in qualsivoglia sorte di cuneo, che generato fusse da alcuna dell' infinite parabole, o iperbole riferite al suo diametro; siccome ancora ne' cunei semicircolari, o semiellittici, come con simile progresso si può dimostrare.

Proposizione XCIV. Teor. LXII.

280
V. V.
p. 26.

Nell' emisfero, o emisferoide A B C, *che sia col piano orizzontale sostenuto nell' estremità* A C, *si dimostrerà, che i pesi assoluti* H, I, *da' quali si pareggiano le resistenze delle sezioni* B D, E F *rette al piano* A C, *e tra di loro parallele, sono, come l' altezze delle simili sezioni* B L, E M.

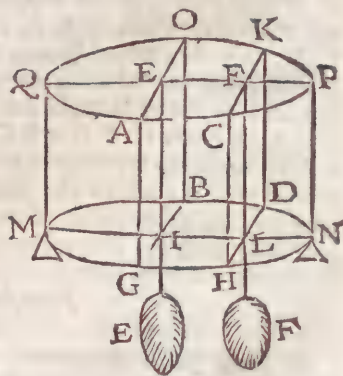
Poichè, prese le M O, M G *continue proporzionali dopo le* B L, E M, *e considerato il peso* N *uguale ad* H *appeso in* M, *sarà il momento di* N *al momento di* H, *come il rettangolo* C M A *al rettangolo* C L A, *cioè come il quadrato* E M *al quadrato* B L (*nel mezzo cerchio, o mezza ellisse* A B C) *cioè come la linea* M O *alla* B L; *ed il momento di* H *al momento di* I *sta, come la resistenza della sezione* B D L *alla resistenza della sezione* E F M (*pareggiandole per ipotesi*) *cioè come il cubo* B L *al cubo* E M (*per la prop.* 4.) *o pure come la prima* B L *alla quarta* M G; *adunque per l' ugual proporzione il momento di* N *al momento di* I *sta, come la* M O *alla* M G, *cioè come la* B L *alla* E M; *ma il momento di* N *al momento* I *sta come il peso assoluto di* N, *cioè come il peso assoluto* H *al peso assoluto* I; *adunque detti pesi sono come l' altezze delle sezioni corrispondenti. Il che ec.*

Proposizione XCV. Teor. LXIII.

V. V.
p. 39.

Nel prisma parabolico, sostenuto come si vede in M, N, *pareggi il peso* E *il momento di resistenza della sezione* A B, *e sia qualunque altra sezione* C D. *Dico, che un altro peso* F, *uguale all'* E, *pareggerà il momento di resistenza della sezione* C D; *cioè, che detto prisma è da per tutto di eguale resistenza.*

Poichè il momento di E *al momento di* F *sta, come il rettangolo* M I N *al rettangolo* M L N, *cioè come* G I *alla* H L (*mercè della parabola* M G H N,) *o pure come i loro doppi* G B, H D; *cioè, per la prop.* 2. *come il momento delle resistenze nelle sezioni* A B, C D; *e permutando il momento del peso* E *al momento della resistenza* A B *sta, come il momento del peso* F *al momento della resistenza* C D; *ma il momento* E *pareggia la resistenza* A B, *adunque anche il momento* F *pareggia la resistenza* C D; *e però questo prisma è ugualmente resistente per tutto. Il che era da dimostrarsi.*

E' chia-

G. G.

E' chiaro dal contesto, essere le figure M G N, M B N due parabole uguali fatte sopra la base comune M N, e colle cime rivoltate alla banda opposta; e che però il cuneo parabolico, di cui parla il Galileo, mostrandolo ugualmente resistente, quando si sporga fuori del muro a qualsivoglia lunghezza (quale sarebbe il solido I G H N P C A E, se il punto G fusse la cima della parabola M G N, ed il pnnto A dell' opposta Q A P, e se collocato fusse col rettangolo E A G I orizzontale, e coll' altro E I N P stesse fitto nel muro verticale; e qual ancora sarebbe, raddoppiandolo il solido M G N P A Q similmente posto col rettangolo Q M N P nel muro, sicchè le rette Q M, P N fussero orizzontali) è un solido d' uguale resistenza ancora essendo sostenuto da ambi gli estremi, purchè si ponga in sito convenevole, cioè facendo giacere la parabola M G N nel piano orizzontale, sostenuto negli estremi della base della parabola M, N: o si pigli il solo Q G N P (che è un duplicato cuneo parabolico) o si raddoppi questo di nuovo, come ha fatto il Sig. Viviani, per maggiore stabilità, e vaghezza, nel solido prismatico G N B M Q O P A; sicchè è verissimo ciò che asserì il Galileo, potersi ne' travamenti delle navi levare un terzo di peso a tutte le travi, senza diminuirne la gagliardia; essendo il presente solido appunto due terzi del prisma rettangolo, che gli fusse circoscritto, e di cui tutte le sezioni fussero uguali alla A B. Onde questa speculazione del Sig. Viviani serve appunto a confutare la calunnia opposta al Galileo, prima da Monsù Blondello in Francia, e poi dal Sig. Marchetti in Italia, spacciando, ch' egli altamente s' ingannasse nel proporre che il suo solido parabolico fusse utile a praticarsi con risparmio di più di 33. per 100. senza dispendio di robustezza; il che sebbene non si verifica ne' solidi parabolici disposti come nelle prop. 88. 90. e 92. esaminati a tal fine dal nostro Autore, basta, che si dimostri vero nella presente situazione, che del pari è sufficiente a salvare il detto di quel grand' Uomo: oltre di che altre maniere non mancano da difenderlo in questo proposito, come si può vedere nella mia risposta Apologetica par. 1. cap. 7. n. 6. pag. 131. e seguenti.

281

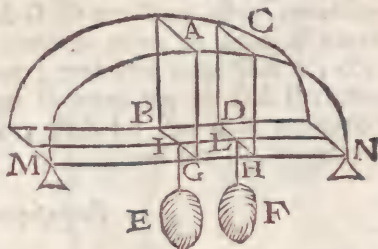
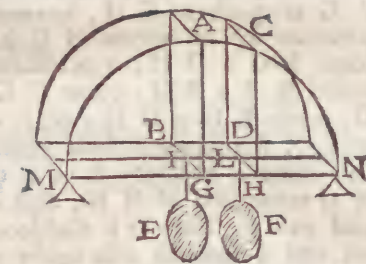
Proposizione XCVI. Teor. LXIV.

V. V. p. 39.

Negli emicilindri di base circolare, o di base ellittica, come nelle figure si vede, sostenuti nell' estremità M, N. *Dico pure, che se il peso* E *pareggia la resistenza* A B, *anche il peso* F, *uguale ad* E, *pareggierà la resistenza* C D.

Perchè il momento di E *al momento di* F *sta, come il rettangolo* M I N *al rettangolo* M L N *cioè come il quadrato* A G *al quadrato* C H (*per la natura del semicircolo, o della semiellisse*) *cioè come il momento di resistenza della sezione* A B, *al momento di resistenza della sezione* C D, *per la prop. 3. e permutando, il momento di* E *al momento di resistenza della sezione* A B, *starà come il momento di* F *al momento della resistenza* C D; *dunque se i primi momenti si pareggiano, come vuole la supposizione, ancora i secondi saranno uguali, cioè il momento* F *pareggierà altresì la resistenza* C D. *Il che ec.*

282

Questi appunto sono i solidi d' uguale resistenza, trovati dal Blondello, e dal Marchetti, per

per surrogarsi al solido parabolico del Galileo, da essi creduto incapace di adattarsi a tale effetto; ma molto prima già inventati dal nostro Autore, oltre gli altri di simile proprietà.

Proposizione XCVII. Teor. LXV.

V. V. p. 39.

Ancora con un mezzo cerchio, e con una semielisse, ovvero con due semielissi di uguale diametro orizzontale, e di diverso diametro perpendicolare, si possono avere solidi, ch' essendo sostenuti ne' loro termini, siano d' uguale resistenza in riguardo ad un dato peso collocato in qualsivoglia punto interposto fra i suoi sostegni.

Questa proposizione è solo brevissimamente accennata con un semplice sbozzo, o piuttosto intrigo di linee, da cui nulla può ricavarsi; ma credo, che il vero sentimento dell' Autore sia il seguente.

Intendasi sopra la retta orizzontale M N l' ellisse M A N, ed il semicircolo M B N; o pure le due ellissi diversamente alte, M A N, M B N; e si intendano alcuni prismi, o per parlare con maggiore proprietà, certe volte a mezza botte, fatti colla grossezza espressa dalle lunette M B N A M: sicchè la volta interiore abbia per centina la curva M B N, e la superiore si termini all' altra curva M A N: Dico, esser queste volte solidi nel loro massiccio da per tutto d' uguale resistenza; perchè se il peso E fosse abile a sforzare la grossezza A B, ed il peso F uguale ad E tirasse perpendicolarmente l' altra grossezza C D; essendo tanto il quadrato A G al quadrato C H, quanto il quadrato B G al quadrato D H, nella proporzione del rettangolo N G N al rettangolo M H N, sarà A G ad H C, come B G a D H; e permutando A G a G B, come C H a D H; e dividendo A B a B G, come C D a D H; e di nuovo permutando, A B a C D, come B G a D H; ed il quadrato A B al quadrato C D, (cioè, per la prop. 3. il momento della resistenza A B al momento della resistenza C D) sarà come il quadrato B G al quadrato D H, ovvero come il rettangolo M G N al rettangolo M H N, cioè come il momento del peso E al momento dell' ugual peso F, secondo il Galileo; onde siccome il momento primo pareggia il terzo, così il secondo esser debbe uguale al quarto; cioè se il momento di resistenza della grossezza A B è uguale al momento del peso E, altresì il momento di resistenza nella grossezza C D dee riuscire uguale al momento del peso F; e pertanto la volta da ambe le parti convessa, e concava-ellittico, o dall' una ellittico, e dall' altra circolare (purchè abbiano lo stesso asse traverso le due curvature) sarà da per tutto di uguale resistenza, in riguardo al medesimo peso, dovunque le si posi sul dosso, o venga sospeso da qualsivoglia punto della sua concavità. Il che ec.

283

Proposizione XCVIII. Teor. LXVI.

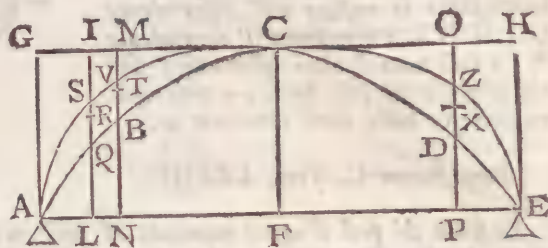
Se sarà la parabola A B C D E, *la cui base* A E, *l' asse* C F, *e d' intorno ad*

essa il rettangolo G E, *in cui applicandosi le rette* I L, M N, O P, *parallele a* C F, *si ritrovino tra* I L, L Q *due medie* L S, L R; *e tra* M N, N B *due medie proporzionali* N V, N T; *e tra* O P, P D *due medie* P Z, P X; *e così sempre. Dico, che i punti* A S V C Z E *sono in una certa curva, la quale se si rivolterà d' intorno alla base* A E *descriverà un solido rotondo, che sarà da per tutto d' ugual resistenza, sostenendosi negli estremi* A, E.

V. V. p. 28.

Imperocchè il momento della resistenza nel cerchio descritto da C F, *al momento della resistenza nel cerchio descritto da* V N, *sta come il cubo* C F *al cubo* V N (*per la* 4 *proposizione*) *cioè come il cubo* M N *al cubo* V N, *o come la prima* M N *alla quarta delle proporzionali* N B, *cioè come* C F *ad* N B, *le quali nella parabola sono, come il rettangolo* E F A *al rettangolo* E N A, *o come il momento di un dato peso, che posto in* F *bastasse a superare la resistenza di* C F, *al momento del medesimo peso posto in* N; *adunque il momento della resistenza* C F *al momento della resistenza* V N *è, come il momento di un peso in* F *al momento dello stesso peso in* N; *e permutando il momento della resistenza* C F *al momento del peso in* F *sta, come il momento della resistenza* V N *al momento del medesimo peso in* N; *onde siccome il momento della resistenza* C F *sarebbe pareggiato da un tal peso posto in* F, *ancora il momento della resistenza* V N *sarebbe uguagliato dallo stesso peso in* N, *che è quanto dire, che sarebbero uguali le resistenze del solido in qualsivoglia sezione* C F, V N. *Il che ec.*

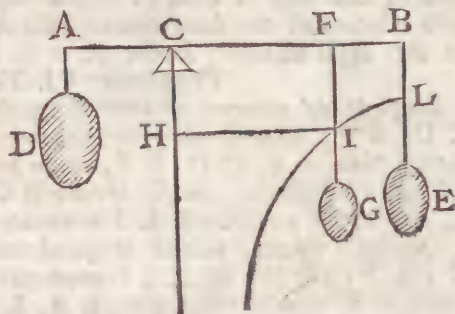
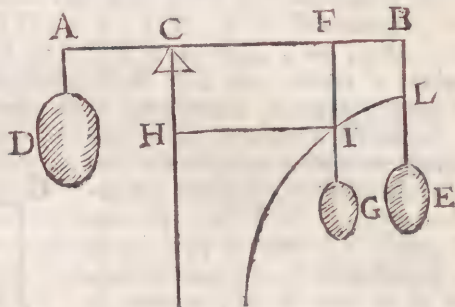
La curva A V C Z E, da cui nasce questo solido rotondo di uguale resistenza, si chiama una ellisse cubica, per avere i cubi dell' ordinate C F, V N, proporzionali a' rettangoli A F E, A N E, fatti dalle parti del suo diametro A E.

G. G.

Proposizione IC. Teor. LXVII.

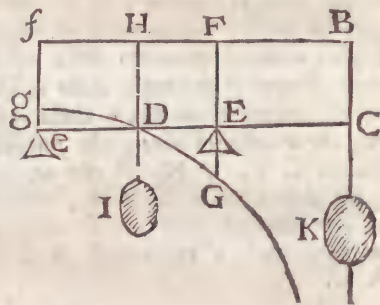
284 V. V. p. 38.

La scala delle forze, o pesi da appendersi in diversi luoghi d' una leva, ed equivalenti ad una data invariabile resistenza posta nella contralleva, sta nelle linee parallele alla perpendicolare tirata dal sostegno sopra la leva, e terminate da qualunque iperbola, di cui le asintote siano la detta leva e la perpendicolare.

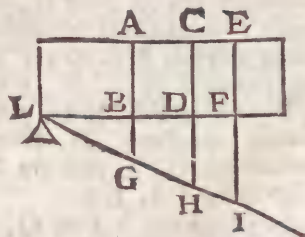
Sia la leva A B *sostenuta in* C, *e nell' estremo della contralleva* C A *sia la resistenza* D, *che da qualsivogliano punti* F, B *ec. sia equilibrata dagli equivalenti pesi, o forze* G, E; *e nell' angolo retto* B C H *sia descritta qualunque iperbola* L I, *di cui siano asintote le linee* C B, C H, *e da i punti* F, B *siano le* F I, B L, *parallele all' asintoto medesimo* C H. *Dico, che gli equivalenti* G, E *sono fra loro, come l' intercette* F I, B L.

Poichè essendo le forze G, *ed* E *equivalenti alla resistenza* D, *sarà* G *a* D,

come la distanza A C *alla* C F *; e* D *ad* E, *come la* B C *alla* A C *: adunque per l' ugualità perturbata, come* G *ad* E, *così* B C *a* C F, *ovvero* F I *a* B L, *per essere il rettangolo* C B L *uguale al* C F I, *per la proprietà dell' iperbola ; se dunque* F I *rappresenta la misura dell' equivalente* G, *la* B L *rappresenta l' equivalente* E, *e così tutte l' altre intercette ; sicchè la scala di tali forze, o pesi equivalenti sta nelle dette intercette ec.*

Proposizione C. *Teor.* LXVIII.

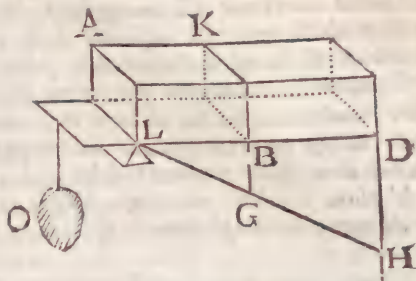
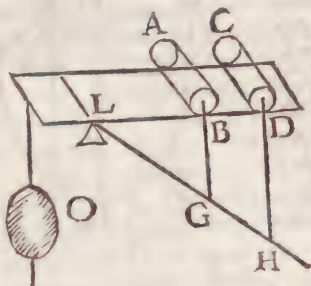
V. V. p. 40. *La scala de' pesi d' ugual momento al momento variabile d' uno stesso peso nella leva, che successivamente muti centro, o sostegno, stante la medesima distanza de' contrappesi, è nelle parallele condotte dentro l' angolo asintotale della iperbola (ma però terminate fra la curva, ed una parallela all' asintoto.*

285 G. G. Penda il peso I dal punto D della libra D C, e con esso si equilibri il peso K, posto il sostegno in varj punti della detta libra, come in E, *e*. Pongasi perpendicolare a D C la E G, ovvero *e g* proporzionale al peso K, essendo D H proporzionale al peso I; sarà dunque D E ad E C, come K ad I, cioè come G E a D H; e per tanto il rettangolo E D H sarà uguale al rettangolo C E G; ed aggiunto di comune F E C, sarà il rettangolo H D C uguale al G F B; e però i punti D, G saranno nell' iperbola D G, che riguarda gli asintoti H B, B C; E similmente, posto il sostegno *e* oltre il punto D, e fatta la stessa costruzione, saranno uguali i rettangoli *e* D H, C *e g*; i quali tolti di comune dallo stesso rettangolo C *e f*, rimarrà H D C uguale al *g f* B; ed i punti D, *g* nella stessa iperbola, fra l' angolo asintotale H B C, onde se D H rappresenta il peso I, le G E, *g e* terminate fra l' iperbola, e la D C parallela all' asintoto B H, rappresenteranno i contrappesi K equivalenti allo stesso I, posto che la libra D C sia sostenuta in qualsivoglia punto E, ovvero *e*; che però la scala di cotesti pesi sta nelle parallele condotte dentro l' angolo asintotale, ma determinate dalla iperbola, e dalla retta condotta parallela, ad uno degli asintoti; Il che ec.

Proposizione CI. *Teor.* LXIX.

V. V. p. 61. *La scala de' momenti di tutte l' uguali linee* A B, C D, E F, *intercette da linee parallele : o pure di tutti i piani* A B, C D, E F, *in un parallelepipedo prisma, o cilindro ec. sta fra le linee* B G, D H, F I, *nell' angolo rettilineo* F L I *intercette.*

G. G. Questo è chiaro, perchè le grandezze A B, C D, E F, essendo uguali, i momenti loro sono come le distanze dal sostegno, L B, L D, L F: e però ancora sono proporzionali all' ordinate del triangolo B G, D H, F I. Il che si dovea dimostrare.

Corol-

Corollario I. Quindi ancora i momenti de' pesi, o cilindri eguali A B, C D, *posti in varie lontananze, e contrappesati dallo stesso invariabile momento del peso* O, *crescono, come le parallele tirate sotto ad un angolo rettilineo.*

V. V. p. 61.

Corollario II. Se la cassa A B *sarà piena d'acqua, e s'intenderà muoversi il diaframma* K B, *sempre parallello a se stesso, si anderà abbassando l'acqua nel continuo slontanamento di esso diaframma; ed il momento del peso di tutta la detta acqua contro il momento dello stesso contrappeso* O, *anderà crescendo, come le linee parallele nel triangolo* B L G.

286

Perchè il peso dell' acqua sarà uguale, ed il suo momento sarà proporzionale alle distanze del suo centro di gravità dal sostegno L, ovvero come le loro duple, cioè come l'intere lunghezze L B, L D, o pure come l' ordinate B G, D H, nel detto triangolo. Il che ec.

G. G.

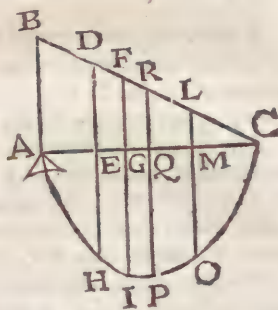
Proposizione CII. Teor. LXX.

I momenti delle linee D E, F G, L M *nel triangolo* A B C, *crescono, e scemano, come le linee* E H, G I, M O *nella parabola quadratica* A I O C, *la cui base* A C; *o pure sono, come i rettangoli* D E A, F G A, L M A *ec.*

V. V. p. 58.

G. G.

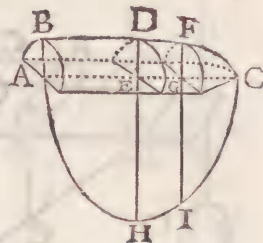
Perchè il momento di D E al momento di F G (posto il sostegno in A) è in ragione composta della D E alla F G: che è quanto dire di E C a G C, e della distanza E A alla distanza A G; ma di queste proporzioni si compone ancora la ragione del rettangolo A E C al rettangolo A G C; dunque il momento D E al momento F G sta, come il rettangolo A E C al rettangolo A G C, ovvero come le linee E H, G I condotte nella parabola parallele al diametro: ed essendo similmente la ragione de' rettangoli D E A, F G A, composta di quella delle distanze A E, A G, e di quella delle grandezze

E D, G F, come appunto la ragione de' momenti suddetti: è chiaro, essere i detti momenti proporzionali ancora a que' rettangoli; Il che ec.

Corollario I. Se girando il triangolo B A C d'intorno il lato A B ne nascerà un cono, le superficie cilindriche descritte dalle linee D E, F G saranno altresì, come i rettangoli D E A, F G A; e però riusciranno, come i momenti delle suddette linee. Il che però è generale di tutte le figure A B C sostenute in A, convenendo a qualsivoglia specie di figura, l' essere i momenti delle ordinate alla base A C proporzionali a' rettangoli di dette ordinate nelle distanze dal sostegno; e con-

conseguentemente alle superficie cilindriche generate da esse ordinate nel solido rotondo, che nasce rivolgendosi la figura d' intorno all' asse A B.

287
V. V. p. 58.

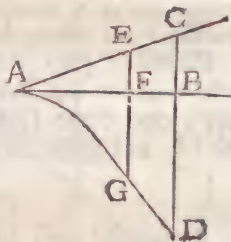
Corollario II. Lo stesso segue ne' momenti de' piani, o circoli D E, F G *nel conoide parabolico quadratico* A B C; *Imperocchè questi piani crescono, e scemano proporzionalmente alle linee del triangolo suddetto* A B C; *e però sono detti momenti misurati dalle rette* E H, G I *parallele al diametro della parabola fatta sopra la base* A C.

Corollario III. Perchè poi la maggiore di tutte queste linee condotte nella parabola è il diametro, che corrisponde al mezzo della lunghezza del triangolo, o del conoide; quindi il massimo momento delle ordinate nel triangolo, o de' piani paralleli alla base di esso conoide, è nel mezzo di tutta la lunghezza A C.

Proposizione CIII. Teor. LXXI.

V. V. p. 57.

La scala de' momenti di tutte le linee sottotese ad un angolo rettilineo (posto il sostegno nel detto angolo) sono, come le linee determinate dal trilineo parabolico.

Imperocchè i momenti delle linee C B, E F, *sono come i quadrati delle distanze* B A, F A; *e però sono, come le rette* B D, F G *che ad esse corrispondono nel trilineo della parabola quadratica.*

Corollario. *Quindi i momenti de' rettangoli, de' prismi, de' cilindri, tirati fuori d' un muro; ed in somma di tutte le grandezze, che sono crescenti a misura delle distanze, crescono come le linee intercette dal detto trilineo della quadratica parabola.*

Proposizione CIV. Teor. LXXII.

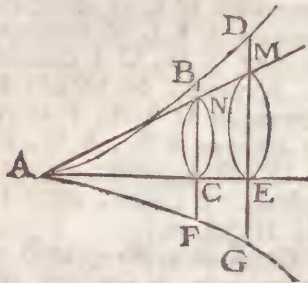
V. V. p. 60.

I momenti delle grandezze, le quali crescono in ragione de' quadrati delle distanze, come sarebbero le linee intercette dal trilineo parabolico quadratico, B C, D E, *ovvero i cerchi* N C, M E *del cono* M A E, *ovvero i piani d' una piramide ec. sono, come le linee* C F, E G *intercette dal trilineo parabolico cubico* E A G.

G. G.

Perchè ne' momenti di tali grandezze, alla ragione di esse, la quale già si suppone duplicata di quella delle distanze, si aggiunge un' altra volta la ragione delle stesse distanze; onde si compone la ragione de' momenti B C, D E, ovvero N C, M E triplicata della ragione A C, A E, la quale è la stessa de' cubi A C, A E, cioè delle linee C F, E G nel trilineo della parabola cubica; onde è manifesto ciò che era proposto da dimostrarsi.

Corollario. Quindi i momenti de' triangoli simili, e de' prismi triangolari, e de' conoidi parabolici cavati fuori d' un muro, sono proporzionali alle linee del medesimo trilineo della cubica parabola; essendo queste grandezze, che crescono come i quadrati delle loro distanze dal sostegno, a cui si appoggiano, come nelle prop. 74, e 76. fu dimostrato.

Pre-

Propoſizione CV. Teor. LXXIII.

288

I momenti delle grandezze creſcenti in ragione de' cubi delle diſtanze, creſcono come le linee intercette dal trilineo parabolico biquadratico.

V. V. p. 59. G. G.

La dimoſtrazione è ſimile alle precedenti: aggiungendoſi ſempre alla ragione delle grandezze quella delle diſtanze, per fare la ragione de' momenti; onde generalmente ſi può dire che ſe le grandezze creſcono in qualche ragione moltiplicata di quella delle diſtanze, i momenti vengono ad augumentarſi in una ragione ſempre un grado più alta; e però le grandezze eſſendo come i cubi, i momenti diventano, come i biquadrati delle diſtanze.

Corollario I. *Quindi i momenti delle linee intercette nell' angolo cubico parabolico, creſcono come le linee interpoſte al trilineo parabolico biquadratico.*

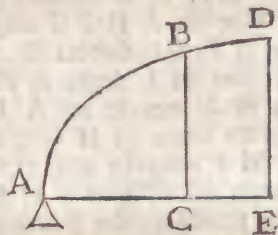
V. V. p. 59.

Corollario II. *I momenti de' trilinei della parabola quadratica, ovvero i momenti de' coni, e piramidi ſimili, cavati fuori d' un muro, ſono come le dette linee ſottoteſe all' angolo, che fa la tangente della cima colla curva parabolica biquadratica (come nella prop. 72. ſi è veduto)*

Propoſizione CVI. Teor. LXXIV.

V. V. p. 55.

I momenti dell' applicate D E, B C *nella parabola quadratica* A B D, *ſono come i cubi delle medeſime* D E, B C.

Imperocchè i detti momenti hanno ragione compoſta delle linee D E, B C, *e delle diſtanze* E A, C A, *o pure (per la natura della parabola quadratica) de' quadrati* D E, B C: *Ma ancora il cubo* D E *al cubo* B C *ha la ragione compoſta di quella della linea* D E *alla* B C, *e di quella del quadrato* D E *al quadrato* B C; *dunque il momento della linea* D E *al momento della* B C *è, come il cubo* D E *al cubo* B C. *Il che ſi dovea dimoſtrare.*

Corollario I. *Perchè nella parabola quadratica il cubo* D E *al cubo* B C *ſta, come la ſuperficie* D A E *alla ſuperficie* B A C *(per la prop. 62.) ſaranno i momenti delle dette ordinate proporzionali alle medeſime ſuperficie.*

Corollario II. *Che ſe* A B D E *ſarà un conoide parabolico quadratico, i momenti de' cerchi* D E, B C *ſaranno, come i quadrati delle diſtanze* E A, C A *ec.*

Corollario III. *E ſe fuſſe* A B D E *la parabola cubica, ſarebbero i momenti delle linee* D E, B C, *come il biquadrato* D E, *al biquadrato* B C *ec.*

G. G.

Corollario IV. In tutte quelle figure piane, e ſolide, che dal Sig. Viviani nella prop. 61. ſi appellano di proporzionale aumento, cioè che al rettangolo, o cilindro, o priſma circoſcritto hanno ſempre una iſteſſa determinata ragione, ſempre ſi verifica, che i momenti dell' ordinate, o de' piani paralleli alla baſe, ſtando la figura appoggiata al ſoſtegno nella ſua cima, ſono come le ſteſſe parti della figura, che dalla cima reſtano tagliate dalle ordinate medeſime, o da' piani paralleli alla baſe. Imperocchè queſte porzioni di figure, come quelle che ſono proporzionali a' rettangoli, o cilindri, o priſmi circoſcritti, ſono in ragione compoſta di quella delle baſi, e delle altezze, che ſono le lontananze di dette baſi dalla cima; ma ancora i momenti di eſſe baſi, cioè delle rette, o piani paralleli, ſono in ragione compoſta delle medeſime; dunque ſono proporzionali i momenti di eſſe alle figure medeſime tagliate dalla ſua cima.

289

Corollario V. In tutte le ſuddette figure, eſſendo l' ordinate, o i piani paralleli

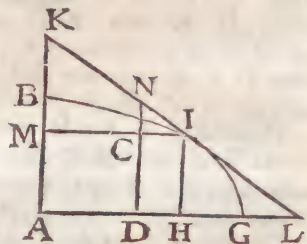
leli proporzionali a qualſivoglia dignità delle diſtanze dalla cima; i momenti, che oltre la ragione delle grandezze importano un' altra volta le ragioni delle dette diſtanze, ſaranno proporzionali alle dignità di eſſe diſtanze, di un grado ſuperiori, cioè denominate da un numero maggior di una unità di quello, da cui erano denominate le dignità delle diſtanze medeſime, proporzionali alle ordinate, ovvero a' piani paralleli alla baſe nella figura, che ſta appoggiata nella ſteſſa ſua cima.

Propoſizione CVII. Teor. LXXV.

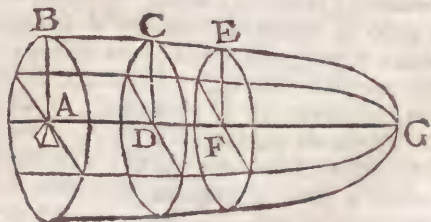
V. V. p. 56. *I momenti di tutte le linee* C D, E F *nella parabola quadratica* A B G, *ſoſtenuta ſu l' appoggio* A *corriſpondente alla baſe* A B, *ſono tra di loro, come i rettangoli* C D A, E F A *ec.*

G. G. Già ho avviſato nel coroll. 1. della pro poſizione 102. eſſere ciò generalmente vero in q ualſivoglia genere di figura; onde non accade a ltra dimoſtrazione, baſtando il diſcorſo fatto in tale propoſito nel luogo citato.

V. V. p. 56. Corollario. *Perchè il maſſimo di tali rettangoli è* A H I, *dove la* A G *talmente reſta diviſa in* H, *che la* G A *ſia ſeſquialtera di* A H; *dunque il maſſimo momento ſarà quello dell' applicata* H I, *in diſtanza di due terzi dalla baſe* A B.

G. G. Che ſia A H I il maggiore di tutti i rettangoli iſcritti nella parabola, eſſendo A G ſeſquialtera di A H, ſi prova così. Condotta per I la tangente K I L, ſarà H L dupla di H G; e però ſarà la ſteſſa H L uguale ad A H, che ſupponevaſi parimente dupla di H G; dunque il rettangolo A H I M è adattato alla metà della linea A L, mancando della figura I H L ſimile ad N D L, per cui mancherebbe qualunque altro rettangolo A D N applicato altrove alla ſteſſa linea; e però, ſecondo Euclide, ſarà I H A M maggiore di qualunque A D N iſcritto nello ſteſſo triangolo K L A; ma A D N è maggiore di A D C iſcritto nella parabola; dunque tanto più I H A M è maggiore di qualunque altro rettangolo A D C iſcritto nella parabola colla larghezza A D minore, o maggiore di A H ſopra determinata; Per tanto il detto triangolo è il maſſimo di tutti; Il che ec.

Propoſizione CVIII. Teor. LXXVI.

290
V. V. p. 56. *I momenti de' piani* C D, E F *paralleli alla baſe* A B *nel ſolido rotondo parabolico cubico* A B G, *ſoſtenuto in* A, *ſono come i parallelepipedi, o priſmi rettangoli, che abbiano per loro baſi i quadrati* C D, E F, *e per altezze le diſtanze* A D, A F.

G. G. Ciò parimente ſi verifica in qualſivoglia ſolido rotondo, o piramidale, o priſmatico, o d' altra maniera, che abbia per ſezioni tante figure ſimili proporzionali

nali

nali a' quadrati de' diametri, o de' lati omologhi, come delle C D, E F (ed ancora quando non fussero figure simili, prendendo quadrati uguali, o proporzionali ad esse, e surrogandoli in vece de' quadrati C D, E F) alla proporzione de' quali aggiungendosi quella delle distanze A D, A F, si compone la ragione de' momenti di essi piani paralleli, uguale a quella de' parallelepipedi, o prismi rettangoli, nella proposta del Viviani enunziati.

APPENDICE.

QUesto è quanto si è trovato esistente nel fascetto de' fogli raccolti dal Viviani, per illustrare questa importante materia delle resistenze, sigillato col sigillo del Sereniss. Sig. Cardinale Leopoldo di Toscana, e fermato di propria mano di S. A. Reverendissima fin sotto il dì 2. Marzo 1667. ab Incarn. come raccontai nella mia risposta Apologetica parte 1. pag. 88. Nell' ordinare la quale opera, se io abbia gran fatica durato, non accade, che stia ad esagerarlo, che ben potrà il Lettore da se comprenderlo riflettendo, che si trattava di dare forma di libro ad una materia del tutto indigesta, ed abbandonata affatto dal proprio Autore, il quale, disperando di potere aver ozio sufficiente a perfezionarla, sol tanto a fine di autenticare la verità d' aver egli un tempo fa intrapresa cotal fatica, ne raccolse in fretta, e senza scelta, ed ordine veruno le cartucce, nelle quali si trovava d' avere disteso alcuna cosa a tal materia attenente, e fecele dal suddetto Principe sigillare.

Come che non erano le proposizioni disposte col metodo convenevole, io le ho ridotte a quello, che ho creduto essere il migliore, e che rendeva le proposizioni più tra di loro connesse, e dipendenti l' una dall' altra, con passare dalle cose più semplici alle più composte. Le proposizioni meccaniche attenenti a' momenti di varj pesi, disposti diversamente in varie libre, erano dall' Autore distinte con nome di *Lemmi*; ma io, ad imitazione d' altri Matematici, le ho ridotte in ordine di Proposizioni; e solamente alcune Proposte sono state da me chiamate *Quesiti*, perchè corrispondevano ad alcune Proposte, nelle quali l' Autore non avea per anco determinata la sua sentenza, ma solo proponeva d' investigare ciò che si dovesse tenere; e l' altre indifferentemente le ho volute nominare *Teoremi*. In molte cose mi è convenuto farla più da Indovino, che da Geometra, per essere solo toccate in iscorcio le proposte, e con maniera alquanto oscura, come accade nelle cose, che notiamo per un semplice nostro ricordo, senza mettersi in pena, che possano essere intese da altri; nel che se non avrò sempre felicemente incontrato il vero sentimento dell' Autore, sarò degno di qualche compatimento. Io posso attestare con tutta sincerità d' avere sempre addotte fedelmente le sue parole, non alterandole giammai, se non molto di rado, in qualche minuzia, per rendere più chiaro, e compiuto il senso della proposta: è ben vero, ch' essendo alcune proposizioni distese in toscano, ed altre in latino (anzi taluna mezza nell' uno, e mezza nell' altro idioma) ho stimato bene il darle tutte con uniforme stile nella nostra favella distese, senza però mai dipartirmi dal sentimento dell' Autore, e dal metodo di dimostrare da lui usato: come si può tuttavia riscontrare nell' originale: avendo a bella posta citate sempre le pagine del M. S. dove corrispondono le proposizioni di esso da me riferite; ed avendo ancora distinto il testo di lui da ciò, che di mio vi ho aggiunto per illustrarlo; acciocchè niuno possa prendere sbaglio in attribuire a me le profonde speculazioni da esso ritrovate, o viceversa in ascrivere a lui que' difetti, che per avventura mi saranno scorsi dalla penna. Se avesse potuto l' Autore medesimo perfezionare quest' opera, non vi ha dubbio, che l' averemmo assai più compiuta, e stesa a cose di maggiore rilievo, che non si è potuto fare dalla mia

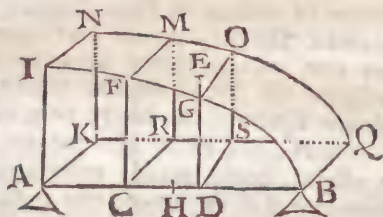
291

mia debolezza: e ſopra tutto, alcune definizioni, ed alcune propoſizioni, le quali ora ci pajono ſuperflue, o non attenenti alla materia delle Reſiſtenze, e ſono come ſemi d' altre profonde ricerche, rimaſi ſterili, e ſenza frutto, perchè abbandonati dalla cultura di chi li piantò, allora non ci comparirebbero tanto inutili, ed inopportune al noſtro propoſito, ma fecondiſſime ſi troverebbero di nuove importantiſſime verità. Comunque ſia, gradiſca il Lettore queſte poche notizie ripeſcate, alla meglio che ſi è potuto, dall' oblivione, in cui giaciute ſarebbero, ſe l' attenta cura di chi preſiede alla nuova edizione dell' opere del Galileo, non rifletteva ad eſeguire almeno in parte l' idea, che già ebbe il Sig. Viviani, d' arricchirle co' ſuoi penſieri, a tal fine inſieme raccolti.

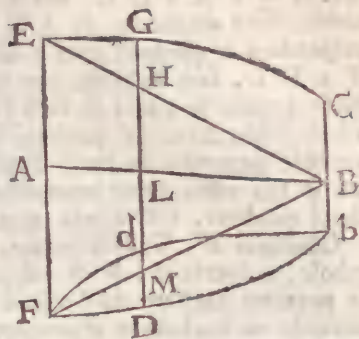
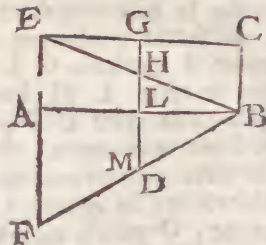
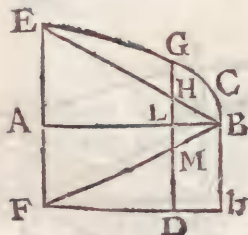
E perchè nella mia riſpoſta Apologetica parte 1. cap. 7. n. 11. oltre i ſolidi d' uguale reſiſtenza ritrovati dal noſtro Autore, nelle prop. 48. 53. 55. 57. 58. 59. 60. 63. 95. 96. 97. 98. ho dimoſtrato, come ritrovare ſi poſſano infiniti ſolidi d' uguale reſiſtenza, sì nel caſo, che da una parte ſola ſiano fitti nel muro, e sì quando vengano retti in ambidue gli eſtremi: e tanto preſcindendo dal proprio loro peſo, quanto computandolo; ed ancora paragonando tra di loro, non già le parti di un medeſimo ſolido, ma più, e diverſi ſolidi dello ſteſſo nome (come fa il Viviani nelle prop. 67. e 68.) ſtimo bene di ſoggiungere qui tradotti dal latino i problemi da me nel citato luogo ſpiegati, acciocchè ſervano di corteggio alle ſuddette propoſizioni del noſtro Autore, le quali in queſte propoſte ſi confermano, e ſi ampliano a più univerſale applicazione, con gran vantaggio della pratica, di cui in oggi ſi ſuole far tanto caſo nelle ricerche della meccanica.

292

Tutto l' artifizio ivi eſpoſto conſiſte nel conſiderare le due figure, dalle quali può intenderſi generato un ſolido: cioè quella, che eſprime il ſuo profilo, e quella che gli ſerve di pianta; Come per cagione d' eſempio, nel cuneo parabolico I A B N ſi vede che naſce dalla parabola verticale I F B A, e dal rettangolo orizzontale B A K, moltiplicandoſi le ordinate A I, C F della prima figura, che moſtra il profilo del ſolido coll' ordinate A K, R C della ſeconda, che gli ſerve di pianta, onde ne provengono i rettangoli I A K N, F C R M, che ſono le varie ſezioni del ſolido: ed eſſendo data o la verticale figura del profilo, o l' orizzontale della pianta, ſi dimoſtra come geometricamente poſſa determinarſi l' altra, in maniera tale, che da ambidue ne naſca un ſolido di uguale reſiſtenza, ſecondo le condizioni, che ſi ricercano; ſicchè potendoſi variare in infinito qualſivoglia delle due figure generatrici, a cui poſſiamo per avventura eſſere obbligati, o dalla materia ſteſſa, che ce la porga bell' e fatta, o dal luogo, che non ſia comodamente capace d' altra figura, o dall' arbitrio di chi voglia il ſolido di un tale determinato contorno, è manifeſto, che infiniti ſolidi d' uguale reſiſtenza ſi potranno aſſegnare: per non dir nulla, che quanto qui ſi dice de' ſolidi, le di cui ſezioni ſono tanti rettangoli, agevolmente applicare ſi potrebbe a' corpi, le ſezioni de' quali fuſſero tanti rettangoli, o tante parabole di qualſivoglia grado, o tante elliſſi, o in ſomma tali omogenee figure, che più ci piacciano, purchè ſieno proporzionali a' rettangoli circoſcritti.

Pro-

Problema I.

Data la figura orizzontale A F *b* B d' una trave, che debba impegnarsi nel muro col suo termine A, ritrovare la figura verticale A E G B, da combinarsi coll' altra, perchè ne risulti un solido d' uguale resistenza, in riguardo al peso da attaccarsi al termine B di esso.

Condotta la linea B F, e tirando qualsivoglia ordinata D L all' asse A B, che seghi F B in M, si faccia, come D L ad L M, così il quadrato di qualunque data linea A E, al quadrato d' un altra G L, ordinata al medesimo asse nel punto L parallela ad A E. Dico, che i punti E, G saranno nella nuova curva E G C, corrispondente all' effetto, che si desidera. Imperocchè la ragione di A F ad L M (cioè della lunghezza A B ad L B) sarà composta delle ragioni di A F ad L D, e di L D ad L M, cioè del quadrato A E al quadrato L G; per la qual cosa, se si compiranno i rettangoli F A E, D L G, e così gli altri in simigliante maniera ritrovati, fin tanto che se ne faccia un solido, che abbia per base la data figura A F *b* B, e per profilo verticale l' altra A E G C B ora determinata: questo sarà tale, che i momenti delle resistenze nelle sue varie sezioni (essendo in ragione composta delle basi A F, L D, e de' quadrati dell' altezze A E, L G) saranno proporzionali alle lunghezze tagliate dal suo termine B; cioè a' momenti di un medesimo peso ivi attaccato: e però sarà di uguale resistenza il solido, o si appoggi nel taglio del muro sopra l' ordinata A F, o sopra l' ordinata L D della data base orizzontale. Il che ec.

Corollario I. Se la base A F *b* sarà un rettangolo, cioè se l' ordinata A F sarà da per tutto uguale alla L D, sarà il quadrato E A al quadrato G L, come F A ad L M; ovvero come A B a B L; E però la curva E G B sarà una parabola, il cui asse B A, ed il solido quindi prodotto è il cuneo, o prisma parabolico già considerato dal Galileo.

Corollario II. Se F B A fusse un triangolo, sarebbe D L uguale ad L M; e però ancora il quadrato E A uguaglierebbe il quadrato L G: sicchè la faccia verticale sarebbe un rettangolo; ed il solido quindi nato diventerebbe il cuneo triangolare già ritrovato dal Sig. Viviani prop. 48.

294 *Corollario III.* Ma quando F B A fosse una parabola cubica, sarebbe la ragione di F A a D L suttriplicata della ragione di A B a B L, o di F A ad L M; onde quella di D L ad L M sarebbe duplicata di quella di F A a D L, ma la stessa, per costruzione, debb' essere duplicata di A E ad L G (dovendo corrispondere a' quadrati loro) adunque la ragione di A F a D L, sarà la stessa con quella di A E ad L G; onde ancora la curva E G B sarà una parabola cubica; ed il solido fatto da' quadrati delle sue ordinate, o il conoide generato da cotal figura nel rivoltarsi d' intorno al suo asse, come composto di cerchi nati dall' applicate, e proporzionali a' detti quadrati, sarà d' una uguale resistenza, come notò il S. Viviani alla prop. 53.

Corollario IV. Generalmente, se la data figura sarà qualunque dell' infinite parabole, o iperbole, le di cui ordinate y si riferiscano a qualsivoglia potestà delle porzioni tagliate dall' asse x, secondo l' universale equazione $y = x^m$ (dinotando m qualunque esponente positivo, o negativo, intiero, o rotto) La natura dell' altra curva ricercata sarà tale, che la sua ordinata z dovrà riferirsi alle potestà delle medesime x tagliate dalla cima dell' asse, l' esponente delle quali potestà sia la metà dell' eccesso di 1 sopra m; cioè, che la sua equazione sarà $z = x^{\frac{1-m}{2}}$ Di maniera che la curva cercata sarà parimente qualche specie di parabola, qualunque volta il detto esponente riesca positivo (cioè quando m è minore dell' unità, sicchè possa da essa sottrarsi) ma negli altri casi sarà qualche razza d' iperbola, rimanendo l' indice negativo (quando non rimanga nullo, il che darebbe l' ordinate tutte uguali, come nel caso del rettangolo ritrovato nel coroll. 2.) col sottrarsi il numero maggiore m dalla detta unità: ciò che sempre accade, quando la data curva è un trilineo parabolico, in cui le applicate si riferiscono alle porzioni della tangente verticale.

Corollario V. Se la data curva F D B fusse un quarto d' ellisse, o di circolo, ne verrebbe la curva cercata E G B di tale natura, che la porzione dell' asse B L al doppio di B A sarebbe come il biquadrato dell' ordinata G L alla somma de' biquadrati d' ambidue le G L, E A.

Problema II.

295 Dato il profilo verticale della curva E C B, ritrovare l' altra figura, che aver debbe la base orizzontale, per ottenere lo stesso effetto.

Si faccia qualunque triangolo B A F; indi, come il quadrato G L al quadrato E A, così stia la retta L M intercetta nel detto triangolo, alla retta L D, che questa sarà una dell' ordinate alla curva, che si cerca; e nella stessa maniera si troveranno tutte l' altre: come è chiaro per lo converso della precedente costruzione. O pure, congiunta la B E, che sega in H l' ordinata G L, si faccia, come il quadrato G L al rettangolo di A E in H L, così A F ad L D; e sarà similmente il punto D nella curva F D B ricercata; mercecchè questa costruzione confronta appunto con quella di sopra.

Co-

Corollario I. Quindi ancora si potrà dedurre la stessa costruzione de' solidi ritrovati dal Galileo e dal Viviani, secondo che vorrà supporsi la data figura verticale, o una parabola, o un rettangolo, o una parabola cubica, imperocchè l' altra figura orizzontale riuscirà respettivamente un rettangolo, o un triangolo, o una simile cubica parabola.

Corollario II. Che se la figura A E G B fusse un triangolo, l' altra F D *b* sarebbe una iperbola tra gli asintoti A B *b*; imperocchè essendo G L uguale ad H L, sarà il quadrato G L al quadrato A E, come il quadrato L M al quadrato A F; e per tanto essendo nella stessa ragione L M, ad L D saranno L M, A F, L D continuamente proporzionali; cioè L D ad A F, come A F ad L M, o come A B a B L (o ancora come A E a G L) per la qual cosa il rettangolo D L B sarà uguale al rettangolo F A B, come richiede la natura dell' iperbola; ed oltre a ciò non solamente le sezioni del solido, che ne risulta, sarebbero d' uguale resistenza, ma sarebbero uguali di spazio, per essere i rettangoli A E F, L G D tra di loro uguali.

Corollario III. Se la data curva è un quarto di cerchio, o d' ellisse, l' altra F D *b* diventa una iperbola toccata in F dalla retta F B, di cui un asintoto sarebbe la retta A B, l' altro sarebbe K I perpendicolare ad A B nella distanza A I uguale ad A B, sicchè il centro d' essa sarebbe oltre il punto A nella B A altrettanto prolungata. 296

Corollario IV. Se fusse la proposta curva E G B una iperbola, con la cima in B, e l' asse B A, ancora la curva F D *b* sarebbe iperbola, di cui un asintoto A B, l' altro I K distante dal punto B per tutta la quantità del lato trasverso della detta iperbola E G B. Di maniera che il centro I di questa nuova curva F D *b* caderebbe nella cima dell' iperbola opposta alla data E G B.

Corollario V. Se finalmente la data curva E G B sarà qualunque dell' infinite parabole, o iperbole riferite all' asintoto, ancora la curva, che si cerca sarà iperbolica, o parabolica, come nel simile coroll. 4. della precedente si è veduto.

Problema III.

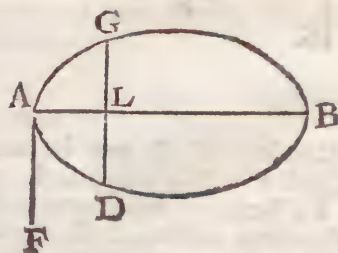
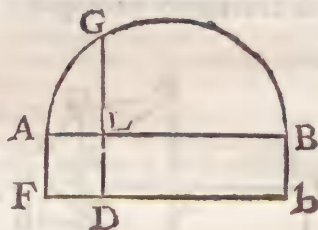
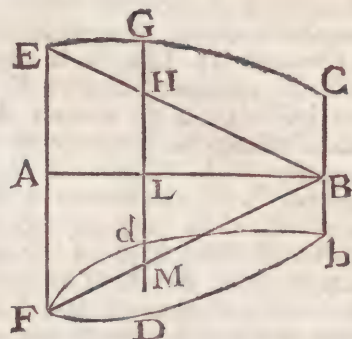
Data la figura orizzontale A F *b* B d' una trave da appoggiarsi a due sostegni ne' suoi termini A B: ritrovare la figura verticale A E G B, che combinata coll' altra, faccia un solido ugualmente resistente da per tutto, dovunque si ponga un dato peso, che lo aggravi ne' punti di mezzo a' suoi estremi.

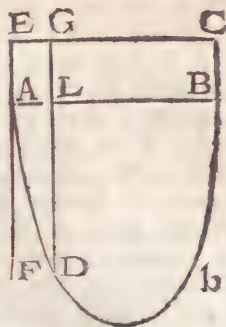
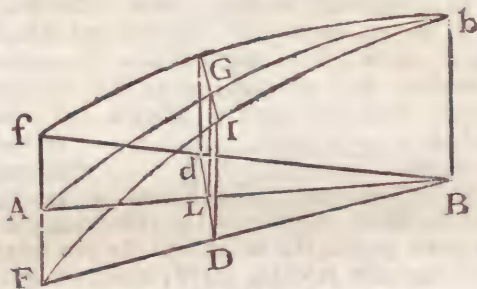
Si faccia, come la D L a qualunque data A F, così il rettangolo A L B al quadrato L G. Sarà il punto G nella curva che si cerca, la quale soddisfarà al quesito. Imperocchè il prodotto degli estremi, cioè del quadrato L G nella D L (il quale prodotto è proporzionale al momento di resistenza nella sezione L D G, per essere in ragione composta del quadrato dell' altezza L G, e della base L D) uguaglierà il prodotto de' mezzani, cioè della costante A F nel rettangolo A L B (il quale secondo il Galileo è proporzionale al momento d' un dato peso espresso per la costante A F, ed applicato nel punto L al vette A B) adunque il peso precisamente bastante a spezzare il solido in una di dette sezioni, è bastante altresì a romperlo in qualunque altra dovunque resti applicato; e non potendo vincere la resistenza d' una di tali sezioni, nè meno sarebbe abile a vincerne verun' altra. Il che ec.

297

Corollario I. Se la base A F *b* B sarà rettangola, averà qualunque ordinata L D la stessa ragione alla costante A F; onde il rettangolo A L B al quadrato L G avrà altresì una medesima data ragione; e però la figura verticale A G B sarà un circolo, o un' ellisse, sicchè quindi ne nascerà il prisma semicircolare, o semiellittico trovato prima dal Viviani nella prop. 106. e poi dal Blondello, e dal Marchetti, e quindi da altri moderni osservato.

Corollario II. E se la data curva orizzontale fusse una parabola A D B, descritta sopra la base A B, essendo l'applicate D L parallele all' asse, proporzionali a' rettangoli A L B, sarà la ragione della D L alla costante A F, uguale alla ragione del rettangolo A L B ad un costante quadrato G L; sicchè la figura verticale A E C B sarà un rettangolo d' una data altezza; e però il solido quindi generato, sarà il prisma parabolico dal Sig. Viviani nella prop. 95. e poscia dal Blondello, e da altri moderni avvertito.

Corollario III. Se A D B fusse una ellisse di tal natura, che il cubo dell' ordinata D L fusse proporzionale al rettangolo delle parti del diametro A L B, o uguale al solido, che avesse per base il detto rettangolo, e per altezza la costante A F, come suo lato retto: allora sarebbe L D ad A F, come il rettangolo A L B al quadrato L D; ma per

per costruzione è altresì il rettangolo A L B al quadrato L G, nella stessa ragione di L D ad A F; dunque il quadrato L G sarebbe uguale ad L D; e però la curva verticale A G B sarebbe la stessa di specie, e di numero, colla data orizzontale A D B; onde il solido quindi nato averebbe nelle sue sezioni tanti quadrati dell' ordinate L D; e conseguentemente, girando la detta ellisse cubica A D B intorno l' asse A B, produrrebbe un solido rotondo, le cui sezioni essendo i cerchi fatti dall' applicate L D proporzionali a' suddetti quadrati, si averebbe una sferoide d' uguale resistenza, come osservò, prima d' ogn' altro, il Sig. Viviani alla proposizione 98.

298

Corollario IV. Se la data figura orizzontale fusse il triangolo A F B, la verticale sarebbe una parabola A *b* descritta coll' asse A B; Imperocchè L D ad A F è come B L ad A B, ovvero come il rettangolo A L B al rettangolo L A B; e nella stessa ragione dovendo essere il rettangolo A L B al quadrato L G, sarà questo uguale al rettangolo L A B; di maniera che B A sarebbe il lato retto di questa parabola A G *b*. Onde si ha un' altra nuova specie di solido parabolico d' uguale resistenza, ancora quando è sostenuto da ambi gli estremi: e si potrebbe ancora utilmente adattare a maniera di cupola, retta sopra un pilastro di mezzo sottoposto al centro B, ed intorno in tutto il suo giro appoggiata ne' lati d'un poligono F *f*, che facessero il recinto d' un edifizio rotondo.

Corollario V. Generalmente, se la curva orizzontale sarà qualunque dell' infinite parabole, o iperbole riferite all' asintoto A B, di maniera che l' ordinate di essa corrispondano alle potestà delle porzioni dell' asse, indicate dall' esponente *m*, sempre la verticale figura sarà una specie di ellisse, in cui i quadrati dell' ordinate sieno, come il prodotto da un segmento del diametro nella potestà del residuo, indicata dall' eccesso dell' unità sopra l' esponente *m*; cioè da $1 - m$.

Problema IV.

Data la curva verticale A E G B, ritrovare viceversa l' orizzontale A F D B atta al medesimo effetto.

Fig. Probl. III.

Si faccia, come il quadrato dell' ordinata G L al rettangolo de' segmenti della base A L B, così una retta costante A F, scelta ad arbitrio, all' ordinata L D. Sarà il punto D nella curva, che si cerca; come è manifesto per la costruzione della precedente.

Corollario I. Facil cosa è il dedurre ancora di qui li stessi solidi d' eguale resistenza determinati dal Viviani, e da gli altri, e da noi nella precedente; perchè supponendo essere la curva verticale un semicircolo, o semiellisse, si ha subito nell' orizzontale il rettangolo: e supponendo ivi il rettangolo, qui si ha la

299

para-

parabola ordinaria descritta sopra la base A B; e se ivi si ha l'ellisse cubica, qui nasce la stessa specie di figura; e se ivi si mette la parabola adiacente all' asse A B, qui nasce il triangolo ec.

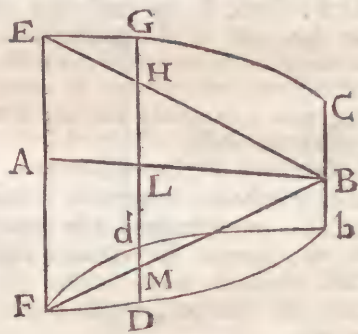
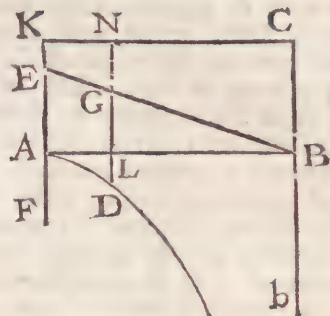
Corollario II. Se la data E G B fusse un triangolo, l' altra F A D *b* sarebbe una iperbola, il cui asintoto sarebbe la retta C B, ed essa curva passerebbe per lo punto A, ed il centro C sarebbe sopra il punto B d' un intervallo dato B C, quarto proporzionale dopo i quadrati A E, A B, e la retta A F.

Corollario III. Ma essendo E G B qualunque dell' infinite parabole, o iperbole, in cui le potestà dell' ordinate, che hanno per esponente il numero *m* sieno proporzionali alle parti dell' asse tagliate dalla cima B, sarà la curva orizzontale ricercata una tale specie d' ellisse, le di cui ordinate sieno come i prodotti dall' una delle parti dell' asse nella potestà della rimanente, indicata dall' eccesso dell' unità sopra il duplo di *m*, cioè da 1 — 2 *m*.

Problema V.

Se ad una trave, che sporga in fuori da una parete, si dovesse soprapporre qualche solido prismatico, o cilindrico, o vi si dovesse alzare sopra una parete d' uguale grossezza, ed altezza da per tutto; ritrovare infinite figure, secondo le quali segando la detta trave, riesca in qualunque suo punto egualmente gagliarda, e forte, per reggere il peso soprapposto.

Si proponga ad arbitrio l'una, o l' altra delle due figure F D B orizzontale, ovvero E G B verticale, che per trovare l' altra basta discorrere così. I momenti de' pesi delle grandezze prismatiche, corrispondenti alle lunghezze A B, L B, sono per la prop. 3. del Galileo (o per la 20. del Viviani, o per lo corollario della pro. 103. del medesimo) come i quadrati di tali lunghezze. Bisogna dunque, che ancora i momenti delle resistenze nelle varie sezioni d' un solido, i quali sono come il prodotto della base nel quadrato dell' altezza, sieno proporzionali a' quadrati delle lunghezze. Si faccia pertanto, come il quadrato dell' ordinata verticale G L al quadrato della porzione dell' asse L B, così una retta costante A F ad L D: che questa sarà la corrispondente ordinata nella figura orizzontale. O pure viceversa, come L D ad A F, così stia il quadrato di B L al quadrato di L G, che sarà questa l' ordinata nella figura verticale. Imperocchè il prodotto della base L D nel quadrato dell' altezza L G sarà in vigore di questa costruzione uguale al prodotto della costante A F nel quadrato di L B; e però sarà proporzionale al detto quadrato: onde essendo i momenti delle resistenze proporzionali a' momenti de' pesi sovrapposti; se tutto il peso non romperà tutto il solido nella sezione E A F impegnata nel muro; nè meno la porzione del peso corrispondente alla sola lunghezza L B, sarà abile a romperlo nella sezione G L D; che però tutto il solido sarà in questo senso da per tutto ugualmente resistente. Il che ec.

300

Corol-

Corollario I. Se A F D B ſarà un rettangolo, ſarà A E G B un triangolo, onde ne naſcerà il priſma triangolare, propoſto già per tale effetto dal Sig. Leibnizio negli atti di Lipſia del 1684. e da Monsù Varignon nelle memorie dell' Accademia di Parigi del 1702. art. 17. eſſendo il quadrato L D uguale, o in una data ragione, al quadrato dell' arbitraria A F, e però ancora il quadrato B L, riuſcendo uguale, o in una coſtante ragione, al quadrato L G.

Corollario II. Ma ſe ſarà A E C B un rettangolo, ne verrà A F D B un trilineo parabolico adiacente alla tangente verticale A B; e raddoppiando la figura A F D B d' intorno la retta B A, ſi averà un cuneo parabolico aſſai vago, ed opportuno all' effetto bramato.

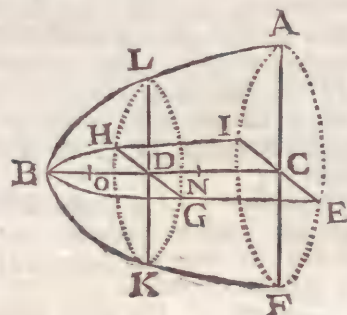
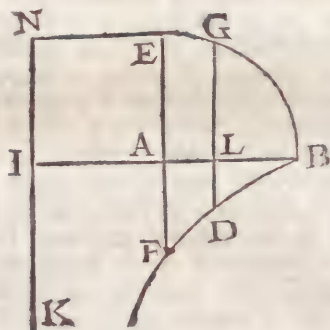
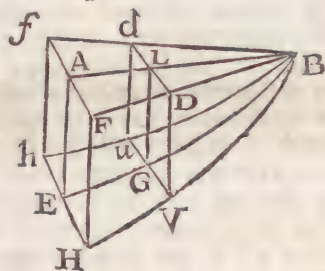
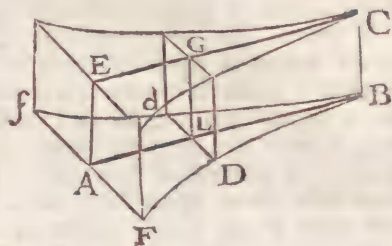
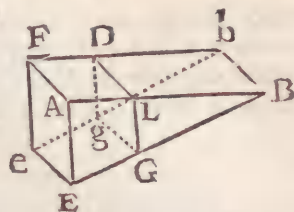
Corollario III. Se la figura orizzontale ſarà un triangolo A F B, la verticale ſarà una parabola d' intorno l' aſſe A B, onde ne naſce il ſolido A F H B, quale ſi dimoſtra nella figura.

Corollario IV. Se la verticale ſarà un quarto di cerchio, o di ellisse E G B l' orizzontale B D F diventa una iperbola, il di cui aſintoto N E parallelo ad A B, ma diſtante da eſſo per un dato intervallo, uguale alla coſtante A F.

Corollario V. Se l' una, e l' altra di queſte figure ſarà una parabola cubica, del ſecondo ordine, in cui i cubi dell' ordinate corriſpondono a' quadrati delle porzioni dell' aſſe, ancora l' altra ſarà della ſteſſa natura; di maniera che un ſolido fatto da' quadrati di cotale parabola, o piuttoſto un ſolido rotondo fatto da' cerchi, generati dall' ordinate nel rivolgerſi la figura d' intorno al ſuo aſſe, (tagliandolo per mezzo, per iſpianarne il doſſo di ſopra, ad effetto di adattarvi il peſo da ſopraporvi) ſarà di uguale reſiſtenza, come moſtra la figura.

Corollario VI. Generalmente ſe la curva orizzontale ſarà alcuna delle parabole, o iperbole infinite, le cui ordinate ſiano, come le poteſtà denominate da m appartenenti alle porzioni dell' aſſe; la curva verticale averà i quadrati dell' ordinate proporzionali alle poteſtà indicate dall' eceſſo di 2 ſopra m, cioè da $2-m$, e conſiderate nelle porzioni dell' aſſe.

Corollario VII. Ma quando la figura verti-

cale fosse una di cotali curve paraboliche, o iperboliche, in cui l'ordinate corrispondessero alle potestà dell' asse denominate da m; l' ordinate nella curva orizzontale corrisponderebbero alle potestà delle porzioni dell' asse, denominate dall' eccesso di 2 sopra il doppio di m, cioè da $2 - 2m$.

Problema VI.

Ritrovare infiniti solidi, i quali essendo in uno de' suoi termini impegnati nel muro, siano d' uguale resistenza in riguardo del proprio peso di essi.

Si prenda per curva verticale il trilineo parabolico, che serve di compimento all' ordinaria parabola, cioè le di cui ordinate si applicano alla tangente della cima: e per la figura orizzontale si pigli un rettangolo, o pure un triangolo, o ancora qualsivoglia dell' infinite parabole, che abbiano la medesima cima, e le di cui ordinate siano come le potestà delle porzioni dell' asse, denominate da qualunque numero m. Dico, che il solido risultante dall' una, e dall' altra delle dette figure sarà tale, che in riguardo al proprio suo peso, sarà da per tutto d' una eguale resistenza: di maniera che, se tutto non potrà rompersi nella sezione aderente al muro, nè meno veruna porzione, in vigore del proprio peso, potrà staccarsi da qualunque sezione parallela al muro, quando pure in essa fusse il solido sostenuto. Imperocchè cotali solidi sempre saranno al solido prismatico circoscritto nella stessa ragione (qualunque porzione d' essa voglia considerarsi) cioè in quella di 1 ad $m + 3$; e la distanza del centro di gravità di questi solidi, e di ciascuna porzione loro, dalla base, è sempre proporzionale alla lunghezza dell' asse in proporzione di $m + 2$ a' $2m + 5$ (se non che nel caso del rettangolo orizzontale, essendo $m = 0$, la ragione di 1 ad $m + 3$ rimane solamente di 1 a 3, e quella di $m + 2$ a' $2m + 5$, resta di 2 a 5) E per tanto il momento di qualunque porzione d'un tale solido sarà sempre come il prodotto $y z x x$ (esprimendo y l' altezza verticale della sezione, z la sua base, e x la porzione dell' asse) imperocchè il peso del solido è proporzionale al prisma circoscritto $y z x$, e la distanza del centro di gravità dal sostegno di nuovo è proporzionata ad x. Ma il momento della resistenza di qualsivoglia sezione è proporzionale al prodotto del quadrato dell' altezza nella sua base, cioè a' $y y z$; ed è y proporzionale ad $x x$, per essere la verticale figura un trilineo parabolico, onde $y y z$ è eguale a' $y z x x$; adunque il momento del peso di qualunque porzione di cotal solido, stesa oltre la sua base, è proporzionale al momento di resistenza della base medesima; e però ugualmente da per tutto è gagliardo il solido in riguardo del proprio peso; Il che ec.

303 *Corollario I.* Se la figura orizzontale sarà un rettangolo, ne verrà un cuneo parabolico, quale fu considerato nella prop. 55. proposto ancora dal Leibnizio, e dal Varignon ne' luoghi citati.

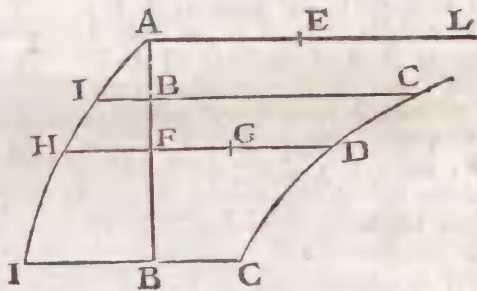
Corollario II. Se l' esponente m è uguale a' 2 la figura orizzontale riesce un altro uguale trilineo parabolico: sicchè il solido fatto dall' applicate di questo spazio, e però ancora la tromba parabolica, nata dal ravvolgimento dello stesso trilineo intorno la tangente verticale, di cui parlano i suddetti Autori, e da noi fu trattato nella prop. 57. del Sig. Viviani, sarà di uguale resistenza, essendo composta da' cerchi generati dall' applicate, proporzionali a' detti quadrati.

Corollario III. In luogo dell' infinite parabole, si potrebbero a tale proposito adattare infinite iperbole, paragonando i solidi, che quindi nascono, a' prismi iscritti, in vece de' circoscritti; militando in questi ugualmente, che in quelli, la ragione medesima.

Corollario IV. Un altro prisma d' uguale resistenza, e d' una data altezza, si po-

potrebbe assegnare, che avesse per base lo spazio logaritmico; imperocchè essendo gli spazj tra la curva logaritmica, ed il suo asintoto interposti, tra di loro, come l' ordinate (per ciò, che dimostrai negli Ugeniani cap. 3. n. 7.) ed essendo i centri di gravità d' essi spazj, sempre distanti dalla base per lo stesso intervallo della suttangente (come ivi dimostrai cap. 11. n. 1.) i momenti de' pesi ne' prismi, eretti ad una data altezza sopra di essi spazj, e sostenuti sopra qualunque loro ordinata, saranno come le stesse ordinate; ma ancora i momenti delle resistenze nelle sezioni della medesima altezza sono come le basi (per la prop. 2.) cioè, come le dette ordinate; saranno adunque proporzionali i momenti de' pesi a' momenti delle resistenze; onde cotali prismi riusciranno d'uguale resistenza, come già si è avvertito alla pag. 58. del Sig. Viviani.

Problema VII.

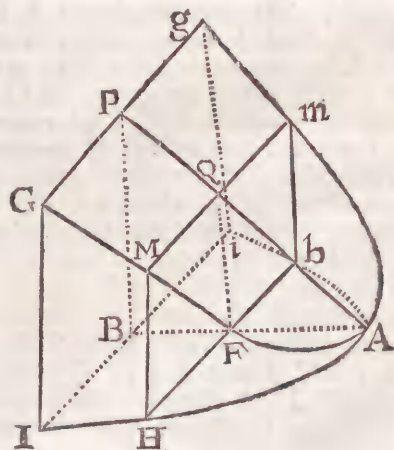
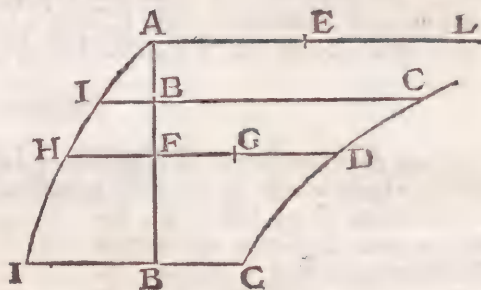
Ad una data lunghezza A L applicare infiniti solidi prismatici, o cilindrici, i quali in riguardo allo stesso pesso pendente da un termine di essi (quando nell'altro solamente siano sostenuti i solidi) o pure applicato nel mezzo della lunghezza loro (in caso che si appoggino a' sostegni posti in ambi gli estremi) abbiano una resistenza uguale a quella di un dato prisma, o cilindro, la di cui lunghezza sia A E, l' altezza A F, e la larghezza F G.

Si faccia, come A E ad A L, così F G ad F D; e per lo punto D, fra gli asintoti E A F, s' intenda descritta l' iperbola quadratica D C, in cui l' ordinate F D, B C siano reciprocamente, come i quadrati delle B A, F A; di maniera che il prodotto del quadrato B A nell' altezza B C uguagli sempre lo stesso prodotto del quadrato A F nell' altezza F D. Dico, che qualsivoglia prisma dell' altezza arbitraria B A, e della corrispondente lunghezza B C, colla data lunghezza A L, soddisfarà al quesito; imperocchè essendo come A E ad A L, cioè come il momento d' un peso pendente dalla lunghezza A E al momento dello stesso pendente dalla lunghezza A L, così F G ad F D: ovvero così il prodotto di F G nel quadrato A F, al prodotto di F D nel medesimo quadrato A F; cioè come il momento di resistenza della sezione A F G risultante nel dato prisma al momento di resistenza nella sezione A F D; è manifesto, che il momento di resistenza del dato prisma al momento di resistenza di un altro, la cui altezza A F, larghezza F D, lunghezza A L, sarà come il momento del peso pendente dal primo prisma al momento dello stesso pendente dal secondo; e per tanto la resistenza di questo sarà uguale alla resistenza di quello. Ma essendo uguali i prodotti di F G nel quadrato A F, e di C B nel quadrato A B, sarà lo stesso il momento di resistenza nella sezione del prisma contenuto dalle rette A L, B A, B C, che dell' altro compreso dalla stessa lunghezza A L, dall' altezza A F, e dalla larghezza F D; adunque qualsivoglia de' sopraddetti prismi sarà d' uguale resistenza col prisma proposto, e sarà applicato alla medesima data lunghezza A L; Il che ec.

304

Problema VIII.

Ritrovare infiniti ſolidi priſmatici d' una data lunghezza, i quali a riguardo del proprio peſo ſieno della medeſima reſiſtenza, o ſi reggano ſopra un ſoſtegno ſolo corriſpondente ad uno de' ſuoi termini, o ſiano in ambi gli eſtremi ſoſtenuti.

Si deſcriva coll' aſſe A B la parabola A H nell' antecedente figura. Dico, qualunque priſma della lunghezza I B, e dell' altezza B A, colla data larghezza, ſoddisfare al queſito. Imperocchè eſſendo A B ad A F (ovvero multiplicando l' una e l' altra per B A F, il prodotto del quadrato A B in A F al prodotto del quadrato A F in A B) come il quadrato B I al quadrato F H: ſarà il prodotto de' quadrati A F, B I, e della retta A B, e però il quadrato A B al quadrato di A F (cioè, per la comune larghezza de' priſmi, il momento di reſiſtenza nella ſezione dell' altezza A B, al momento di quella, che aveſſe per altezza A F, per la propoſizione 3. del Viviani) ſarà, come il prodotto del quadrato della lunghezza I B nell' altezaa A B, al prodotto del quadrato della lunghezza H F nell' altezza A F, cioè (per la medeſima larghezza di ciaſcun priſma) come il momento del peſo del priſma, a cui nella lunghezza I B ſerva di altezza la A B, al momento del peſo d' un priſma, la cui lunghezza fuſſe H F, e l' altezza A F, in pari larghezza d' ambidue; onde nell' uno, e nell' altro ſarà la ſteſſa reſiſtenza in riguardo del proprio peſo; Il che ec.

305 *Corollario*. Quindi l' ungula ſolida parabolica, tagliata dal cilindro eretto ſopra la parabola A I B raddoppiata all' altra parte dell' aſſe A B, col piano P G A, che paſſando per la cima A della parabola, foſſe inclinato a qualſivoglia angolo colla baſe: ſarebbe un ſolido in qualunque ſua parte ugualmente reſiſtente, in riguardo del proprio ſuo peſo: o foſſe ſoſtenuto ſopra la linea A B, o foſſe retto da' ſoſtegni ſottopoſti d' intorno al ſuo perimetro I H A *b i*. Imperocchè dividendo il diametro A B in quante ſi voglia parti, e per ogni punto della diviſione alzando tanti piani eretti alla baſe ſopra tutte l' ordinate della parabola; ne riſulterebbero altrettanti priſmi iſcritti a queſt' ungula, tutti (per le coſe ora dimoſtrate) d' eguale reſiſtenza in riguardo al proprio peſo; i quali priſmi eſaurirebbero tutta la ſolidità della detta ungula (accreſcendo in infinito il numero d' eſſi, e ſcemandone in infinito altresì la larghezza) onde lo ſteſſo effetto produrrebbe la medeſima ungula intera, in cui verrebbero a terminare: e ſarebbe

be cotesto solido ungulare uguale a 3. quinti dell' intiero prisma ugualmente alto, eretto sopra la parabola stessa, per le cose da me dimostrate nello scolio della prop. 28. de' problemi Viviani.

Si potrebbero qui aggiungere due altri problemi della stessa natura de' precedenti, assai eleganti, ed adattati ad illustrare viepiù questa stessa materia delle resistenze, proposti già nel tomo 15. del Giornale Veneto art. 4. Ma potendosi agevolmente ivi vedere la soluzione data ad essi da me, e dal Sig. Giulio Fagnani, stimo bene di porre una volta termine ed alla fatica mia, ed al tedio de' Lettori, dando a questa operetta il bramato fine.

NOTE AL TRATTATO
DEL GALILEO
DEL MOTO NATURALMENTE ACCELERATO
DEL P. AB. D. GUIDO GRANDI

Matematico di S. A. R. e dell' Univerſità di Piſa.

385 IL principale fondamento, ſopra di cui ha ſtabilita il Galileo la ſua nuova ſcienza del Moto accelerato de Gravi cadenti, è l' Ipoteſi, che un Grave partendoſi dalla quiete ſi vadia acquiſtando appoco appoco la velocità: dimanierachè in ogni minima particella uguale di tempo ſi vadia ſopraggiugnendo un grado eguale di celerità; e però creſca nel mobile la velocità medeſima in quella proporzione appunto, in cui creſce il tempo dal principio del moto.

2 Queſta ſuppoſizione non ſolamente è la più naturale, ed aſſai conforme alla ragione, ed alle ſperienze, come accenna il noſtro Autore, ma reſta altresì confermata dall' univerſale conſentimento de' Filoſofi, e Matematici moderni, che l' hanno generalmente abbracciata per vera: purchè però ſi preſcinda, come eſpreſſamente avvertì lo ſteſſo Galileo, dalla reſiſtenza del mezzo, in cui ſi fa il moto; e purchè ſi ſupponga in oltre, come fa tacitamente il medeſimo Autore, che la Gravità ſia una forza invariabile, e come ſuol dirſi, *coſtante;* onde in ogni particella uguale di tempo, eſſendo ſimilmente applicata al Mobile, debba in eſſo imprimere un eguale grado di velocità, e ſpingerlo abbaſſo col medeſimo inalterato vigore: non eſſendovi ragione alcuna, perchè aver poſſa diverſa azione in un momento, più che in un altro.

3 Ma ne' tempi ſuſſeguenti all' età del Galileo ſi cominciò a dubitare, che la Gravità d' un medeſimo corpo non variaſſe al mutarſi del luogo, e non creſceſſe, o ſcemaſſe di energia, ſecondo le varie diſtanze dal centro comune, a cui tendono i Gravi, corriſpondendo alle dette lontananze con qualche legge di proporzione determinata dall' Autore della Natura; il che ſe fuſſe, gli accreſcimenti della velocità, acquiſtati dal Mobile in qualſivoglia menoma particella uguale di tempo non ſarebbero più fra di loro uguali, ma piuttoſto proporzionali alle varie forze della Gravità, che nel ſuo avvicinamento al centro comune, alterando il proprio vigore, doverebbe cagionare tanto maggiore, o 386 minore effetto, quanto maggiore, o minore fuſſe l' energia da eſſa acquiſtata nel progreſſo del moto. Così, perchè la forza della Calamita vicina è maggiore della più lontana, ſe un ago in una certa diſtanza dal polo di quella comincia a riſentire l' azione, da cui viene ſpinto a congiungerſi col detto polo, la velocità, che gli viene impreſſa in un ſecondo di tempo dal principio del moto, non ſarà uguale a quella, che gli ſi aggiunge in ciaſcuno de' ſuſſeguenti ſecondi; ma tanto maggiore diventerà ſempre l' augumento della velocità corriſpondente alle particelle uguali di tempo impiegato nel moto, quanto è maggiore la forza della Calamita già vicina dell' energia che aveva in maggiore lontananza.

4 E' vero, che nelle diſtanze dal centro della Terra, nelle quali potiamo ſperimentare i movimenti de' Gravi, non può ſenſibilmente variarſi la forza della Gra-

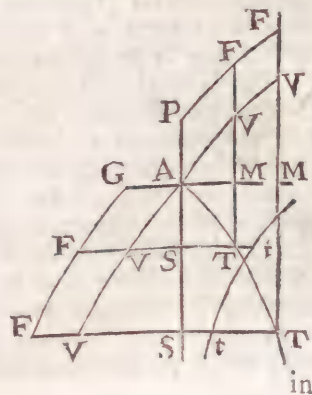
Gravità, perchè quantunque in rigore dovesse alterarsi la sua energia a misura che scemano, o crescono le distanze dal centro, secondo qualsivoglia proporzione semplice, o multiplicata delle medesime distanze prese direttamente, o reciprocamente; ad ogni modo è sì grande il semidiametro della Terra, che si calcola maggiore di 3647. miglia Fiorentine, secondo le moderne più esatte osservazioni: onde aggiungendogli ancora l' altezza d' un miglio, o due, non si fa una distanza sensibilmente maggiore, che possa per questo conto alterare l' effetto della Gravità, sicchè con tutta ragione si può supporre, che sia una forza costante, almeno per quanto appartiene a que' moti, che appresso di noi sulla superficie della Terra veggiamo farsi in linea retta.

5 Ma perchè non mancano Autori di gran nome, che poco soddisfacendosi dell' ipotesi del Galileo, hanno creduto, che ancora per li movimenti fatti qui su gli occhi nostri, nello scendere i Gravi per poche braccia, l' accelerazione de' Gravi camminasse con diversa proporzione: e perchè la dottrina del moto accelerato potrebbe stendersi a distanze maggiori dal centro del moto, nelle quali avesse luogo la variazione della forza della Gravità immaginata da' Matematici, e Filosofi moderni, specialmente nel calcolo de' moti celesti, nella spiegazione de' quali suppongono tutti i Pianeti essere gravi verso del Sole; ed ancora finalmente, perchè quando pure in ogni moto rettilineo dovesse computarsi la Gravità per una forza costante, ed invariabile; è certo però, che ne' moti curvilinei ancora, fatti appresso alla superficie della nostra Terra, si varia in ogni punto la forza della Gravità, a misura che si varia l' inclinazione della curva descritta dal mobile col piano orizzontale, o col perpendicolo; di maniera che resta moderata di mano in mano l' energia della Gravità, per se stessa invariabile, essendo in parte sostenuto il grave cadente da ciò che l' obbliga di andare per linea curva; e però si verifica in tal caso l' ipotesi della Gravità sempre variata in diversi punti dello spazio da scorrersi, secondo varie proporzioni, che possono nascere dalla varia natura delle Curve descritte da esso mobile. Perciò non sarà inutile di esaminare l' altre ipotesi della Gravità in diverse proporzioni variabile, determinando ciò che debba nel moto accelerato accadere di particolare per tal riguardo: il che renderà questa scienza più generale, e più adatta al gusto di chiunque dell' altre supposizioni voglia prevalersi nel sistema della Gravità, credendo che con altre leggi sia regolata dall' Autore della Natura quella cagione, qualunque siasi, che spinge le cose gravi verso il centro della Terra, o verso qualunque altro punto, a cui possano avere tendenza.

6 E primieramente dichiarerò certi termini, de' quali mi voglio servire quindi innanzi, secondo l' uso, che di già hanno appresso a' moderni Matematici, che di simiglianti materie trattarono: benchè per ischivare ogni pericolo di confusione mi convenga distinguerli con qualche particolare aggiunto nella maniera che segue. 387

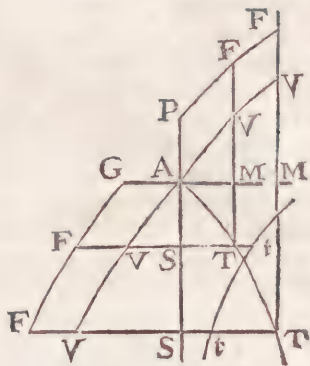
Definizioni.

7 S' interseghino le rette P S, G M perpendicolarmente in A; ed esprimano le porzioni A S della prima l' estensione dello spazio scorso dal mobile partitosi dalla quiete in A; e le porzioni A M della seconda rappresentino l' estensione del tempo impiegato in un tal moto dalla sua origine in A. Negl' infiniti punti della retta A S sieno applicate le rette S F rappresentanti le forze, colle quali viene spinto il mobile

in

in ciascun punto dello spazio; e le rette S V esprimenti il grado di velocità, che ivi si trova d' avere acquistato il mobile scendendo per lo spazio A S; e le rette S T, che denotano l' estensione del tempo impiegato in un tale moto; e le S *t* proporzionali agl' incrementi momentanei del tempo, ne' quali si promuove il mobile per le particelle elementari dello spazio, sieno ancora le M F applicate a ciascun punto M della retta A M, uguali alle corrispondenti S F, e le M V parimente uguali alle corrispondenti S V, di maniera che espongano quelle la forza, e queste la velocità, con cui il mobile è spinto ne' momenti M del tempo. Allora si dirà la superficie A G F S *Scala delle forze*; l' altra A V S *Scala delle velocità*; l' altra A T S la *Scala de' tempi intieri*; ma la figura P A M F dirassi *Piano delle forze*; e l' altra A V M *Piano delle velocità*; dimanierachè, occorrendo di applicare allo spazio qualche misura del moto, sempre la figura che ne risulta dirassi *Scala*, ed applicandola al tempo, dovrà dirsi *Piano* di quella tale misura; ad imitazione de' *Piani delle velocità*, adoperati prima d' ogni altro dal celebre Gio: Alfonso Borelli *De vi percussionis cap.* 20. e delle *Scale de' momenti* usate dal famoso P. Cavalieri *nell' esercitat. quinta Geometr.* e poscia dal Viviani nel suo *libro della Resistenza de' Corpi solidi* alle prop. 74. 76. 84. &c. e ad imitazione loro applicate a varie funzioni del moto dal Sig. Ermanno nella sua Foronomia, come egli stesso se ne protesta *nella Prefaz. verso il fine*.

8 Posto ciò, si osservi di più, che le regole dimostrate dal Galileo per que' moti, che sono uniformi, ed equabili, nel decorso de' quali si mantiene una stessa invariabile velocità, possono convenire ancora alle porzioni infinitamente piccole de' moti accelerati, o ritardati; perchè sebbene ancora in esse realmente si aumenta, o si diminuisce la velocità: tuttavolta questo accrescimento, o decremento di velocità, essendo tanto minore, quanto che corrisponde ad una particella più piccola di tempo, se questa si piglia infinitamente piccola, ancora l' accrescimento, o decremento suddetto di velocità sarà infinitamente piccolo, cioè minore di qualunque menomo grado assegnabile di celerità; e però l' aggiunta, o il defalco di esso da quell' intera velocità, di cui è affetto il mobile nel principio d' una tale minima particella di tempo, è come un nulla, in paragone della medesima intera, essendo infinitamente più piccolo di essa, e però non ne altera la grandezza *per la prop. 3. del mio Tratt. degl' Infiniti*; onde è, come se in tutto quel tratto infinitamente piccolo di tempo, si fusse mantenuta esattamente la medesima velocità, senza punto alterarsi.

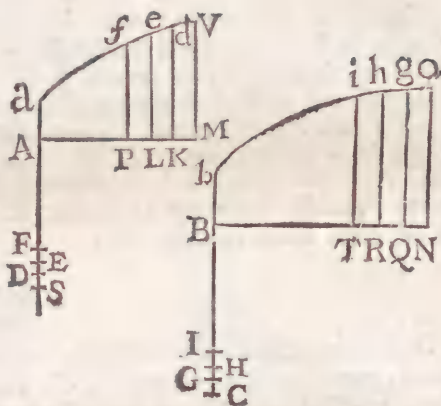
388

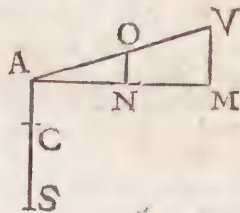
9 Per la qual cosa siccome ne' moti equabili gli spazj fatti nello stesso tempo sono proporzionali alle velocità; e quelli che sono scorsi con pari velocità sono proporzionali a' tempi; ed in somma generalmente sono in ragione composta de' tempi, e delle velocità; e risultano eguali spazj, se le velocità sono reciproche de' tempi, e la ragione delle velocità si compone della diretta degli spazj, e della reciproca de' tempi; siccome viceversa la ragione de' tempi si compone della diretta degli spazj, e della reciproca delle velocità, come ha dimostrato il Galileo: così lo stesso affermar si puote nelle porzioni infinitamente piccole de' movimenti varj, perchè essendo fatte in un tempo momentaneo, si ha da considerare la velocità per quel solo tratto di tempo infinitamente piccolo, come perseverante nello stesso grado senza alterarsi.

10 Mi servirò ancora nelle seguenti proposizioni de' principj del metodo degl' infinitamente piccoli, applicandoli però geometricamente, e senza intrigo di calcoli, avendo io già dimostrato rigorosamente nel mio *Trattato degl' Infiniti alla prop. 5. ne' Corollarii ad essa soggiunti*, tutto il fondamento, con cui si piglia la porzione infinitamente piccola d' una curva, per la tangente di essa, intercetta fra due ordinate infinitamente prossime: siccome la serie di tutti i rettangoli iscritti, o circoscritti ad uno spazio curvilineo (quando sieno d' altezza infinitamente piccola, e conseguentemente in infinito multiplicati) per l' area medesima curvilinea, in cui vanno a terminare: e simili altre supposizioni, che facilmente si dimostrano ancora col ridurre all' assurdo, secondo il metodo degli Antichi, come avvisai *nel luogo citato verso il fine*, e però senza scrupolo si possono francamente abbracciare.

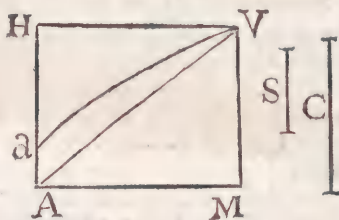
11 Ciò posto, si dimostreranno le seguenti proposizioni generalissime.

Proposizione I.

Scorrendosi da un mobile lo spazio A S col piano della velocità A M V, e da un altro mobile, o dal medesimo facendosi lo spazio B C col piano della velocità B N O, saranno i detti spazj come i piani stessi, che loro corrispondono.

Dividasi lo spazio A S in un infinito numero di minime particelle uguali S D, D E, E F ec. ed in altrettante C G, G H, H I ec. sia similmente diviso lo spazio B C; e ne' piani delle velocità distinguansi le infinitamente piccole porzioni di tempo K M, L K, P L ec. nelle quali sono passati gli spazj D S, E D, F E ec. siccome altresì le porzioni di tempo Q N, R Q, T R ec. corrispondenti agli spazietti G C, H G, I H ec. e si ordinino l' applicate K *d*, L *e*, P *f* ec. e le Q *g*, R *h*, T *i* ec. rappresentanti le velocità, che rispettivamente hanno i mobili nello scorrere gli spazj suddetti nelle particelle di tempo sopra determinate. Essendo adunque gli spazj D S, G C in ragione composta de' tempi K M, Q N, e delle velocità K *d*, Q *g*, saranno essi spazj D S, G C, come i rettangoli *d* K M, *g* Q N, o come l' aree *d* K M V, *g* Q N O; e similmente, per essere gli spazj F E, E D, D S, come l' aree *f* P L *e*, *e* L K *d* *d* K M V, saranno queste fra di loro uguali, per essere quelli supposti uguali fra loro, e per la stessa ragione saranno fra di loro uguali l' aree *i* T R *h*, *h* R Q *g*, *g* Q N O, come pure eguali si sono supposti gli spazj T R, R Q, Q N; e però quanto multiplice è lo spazio A S dello D S; tanto sarà multiplice l' area A M V *a* della *d* K M V; e l' area B N O *b* della *g* Q N O; come altresì lo spazio B C dello G C; e però se D S a G C sta, come *d* K M V a *g* Q N O, presi gli ugualmente multiplici degli antecedenti, e de' conseguenti, sarà ancora lo spazio A S allo B C, come il piano di velocità A M V *a* al piano di velocità B N O *b*. Il che era da dimostrarsi.

Corollario I.

Quindi è, che gli ſpazj ſcorſi dalla quiete nel moto accelerato definito dal Galileo, creſcono come i quadrati de' tempi; perchè allora eſſendo le velocità N O, M V come i tempi A N, A M, ne' quali ſono fatti gli ſpazj A C, A S; ſarà il piano di velocità A M V un triangolo, ed il piano A N O un altro triangolo ſimile; e però quello a queſto è come il quadrato del tempo A M al quadrato del A N; ma come i detti piani, così gli ſpazj ſcorſi A S, A C; dunque detti ſpazj ſono come i quadrati de' tempi.

Corollario II.

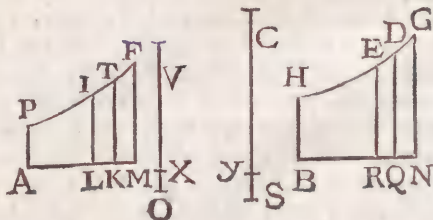
Facendoſi con moto vario lo ſpazio S nel tempo A M, ſecondo il piano della velocità A M V *a*; ſe nello ſteſſo tempo A M colla maſſima velocità M V ſi ſcorrerà equabilmente lo ſpazio C, ſarà S a C, come il piano della velocità A M V *a* al rettangolo A M V H circoſcrittogli, perchè queſto ſarà il piano di velocità del moto equabile fatto per lo ſpazio C nel tempo A M colla ſteſſa velocità M V.

Corollario III.

390 Onde è manifeſto, che lo ſpazio fatto equabilmente coll' ultimo grado della velocità, acquiſtatoſi da un grave, che cada dalla quiete, ſecondo l' ipoteſi del Galileo, in altrettanto tempo di quello in cui cadde, è duplo dello ſpazio fatto cadendo, per eſſere il piano della velocità di queſto un triangolo A M V, e di quel moto equabile un rettangolo A M V H d' uguale baſe, ed altezza.

Propoſizione II.

Se un mobile nel tempo A M movendoſi ſpinto dalle forze eſpreſſe dal piano delle forze A P F M ſi acquiſta la velocità V, e movendoſi nel tempo B N ſpinto dalle forze rappreſentate dal piano di forze B H G N, ſi acquiſta la velocità C, ſarà V a C, come il piano primo al ſecondo.

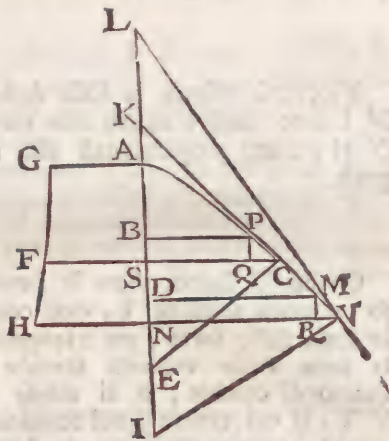
Sia X O una parte infiniteſima della velocità V, che denoterà l' accreſcimento di velocità ſopraggiunto al mobile in una ſimile infiniteſima parte K M del tempo A M; ſia altresì Y S una ſimil parte infiniteſima della velocità C, cioè l' incremento di velocità acquiſtato dal mobile nella parte infiniteſima Q N del tempo B N. Eſſendo gli effetti proporzionali alle loro cagioni, ſarà X O a Y S in ragione compoſta della forza T K alla forza D Q, dalle quali dipendono gl' incrementi di velocità X O, Y S, e del tem-

tempo K M, in cui sta quella applicata al mobile, al tempo Q N, in cui questa altresì s' applica a spingere il suo mobile, dovendo crescere per questi due capi l' accrescimento della velocità, cioè in ragione della forza, se in tempi eguali applicata, ed in ragione de' tempi, se la stessa forza dura più, o meno a spingere il mobile; sarà dunque X O a Y S, come il rettangolo T K M al rettangolo D Q N, o come l' area T K M F all' area D Q N G; e presi gli ugualmente moltiplici dell' antecedenti, e de' conseguenti, sarà l' intera velocità V all' intera velocità C, come il piano delle forze A P F M al piano delle forze B H G N. Il che ec.

Corollario.

Supponendosi col Galileo la forza della Gravità sempre la medesima, saranno i piani delle forze A P F M, B H G N due rettangoli ugualmente alti proporzionali alle basi, cioè a' tempi A M, B N; e però con quella ipotesi è connessa necessariamente la supposizione dell' essere le velocità V, C proporzionali a' tempi A M, B N: e viceversa questa supposizione importa quella, non potendo essere le velocità come i tempi, se la Gravità non si suppone una forza costante.

Proposizione III.

La scala delle forze A G F S sta all' altra scala A G H N, come il quadrato della velocità S C al quadrato della corrispondente velocità N V. 391

Si tirino le tangenti C K, V L a' punti C, V della scala delle velocità; e le C E, V I perpendicolari alla curva; e si supponghino le particelle B S, D N dello spazio, fatte in parti eguali, ed infinitamente piccole di tempo, tirando le B P, D M applicate alla scala delle velocità infinitamente prossime all' altre S C, N V, e siano P Q, M R parallele all' asse; e si denoteranno per le differenze Q C, R V gli augumenti di velocità sopraggiunti al mobile dalle forze F S, H N in tempi eguali, ed infinitamente piccoli; onde saranno proporzionali i detti augumenti alla medesime forze; ma gli spazj B S, D N fatti in tempi uguali, sono come le velocità S C, N V; perchè dunque F S ad H N sta, come Q C ad R V, cioè in ragione composta di Q C a Q P, di Q P ad M R, e di M R ad R V; delle quali ragioni la prima per la similitudine de' triangoli P Q C, C S E, sta come E S ad S C; la seconda è la stessa di B S a D N, cioè, come si è detto, di S C ad N V, e l' altra, per la similitudine de' triangoli M R V, V N I, è come di N V ad N I; dunque F S ad H N ha ragione composta di E S ad S C, di S C ad N V, e di N V ad N I; cioè sta come la sunnormale E S alla sunnormale N I: che se fusse F S uguale ad S E, sarebbe ancora H N uguale ad N I, e l' area A G F S fatta dalle sunnormali della figura A C S, sarebbe la metà del quadrato S C, e l' area A G H N similmente la metà del quadrato N V, come ho dimostrato *nel Coroll. 6. della Propos. 1. della seconda Appendice al Libro delle mie Quadrature*; essendo adunque le

dette F S, H N, se non eguali, almeno proporzionali alle dette S E, N I, è manifesto, essere le scale delle forze A G F S, A G H N proporzionali a' quadrati delle corrispondenti velocità S C, N R. Il che ec.

Corollario I.

Si noti, essersi dimostrato, che le forze S F, H N sono sempre come le sunnormali S E, N I della scala delle velocità.

Corollario II.

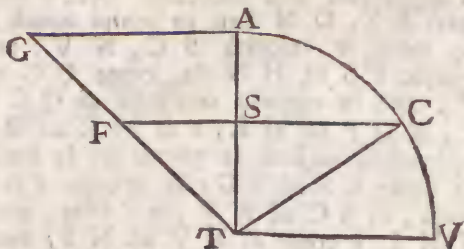
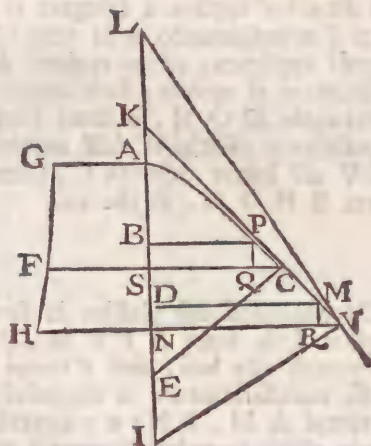
Se la forza è costante, come si suppone dal Galileo la Gravità, sarà la linea G F H una retta parallela ad A N, e la scala delle 392 forze diventando un rettangolo, sarà A G F S ad A G H N come lo spazio A S allo spazio A N; onde A S ad A N sarà come il quadrato della velocità S C al quadrato della velocità N V, e la scala della velocità in detta ipotesi è una parabola; ciò che altronde è noto, per essere allora le velocità come i tempi, e gli spazj come i quadrati de' tempi, e conseguentemente proporzionali ancora a' quadrati delle velocità.

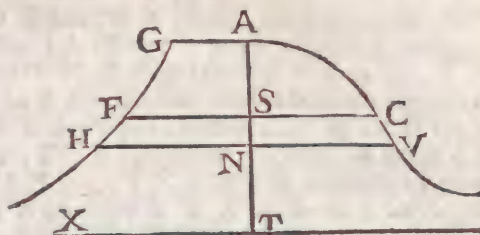
Corollario III.

Viceversa essendo la scala delle velocità una parabola, le cui sunnormali S E, N I sono sempre uguali alla metà del lato retto: ne segue, che le forze S F, N H, come proporzionali alle dette S E, N I, sono sempre da per tutto uguali.

Corollario IV.

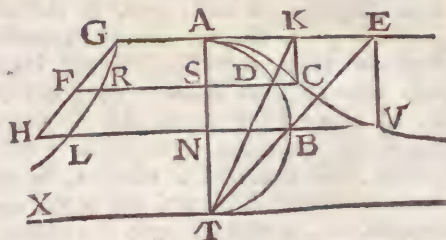
Quando si supponessero le forze A G, S F proporzionali a' viaggi da farsi verso un certo termine T, cioè come le A T, S T, sarebbe l' area A G T, cioè la scala delle forze, un triangolo; e la scala delle velocità sarebbe un quarto di cerchio, o di ellisse A C V T, il cui centro è nel termine T; perchè le sunnormali nel cerchio sono le medesime distanze dal centro T, e nell' ellisse riescono ad esse proporzionali, come ancora si suppongono essere le forze A G, S F; e però in tale ipotesi le velocità sono come l' ordinate S C d' un cerchio, o d' una ellisse; dove ancora si verifica, essere l' aree A G F S della scala delle forze proporzionali a' quadrati delle velocità S C; perchè il trapezio A G F S è la differenza de' due triangoli simili A G T, S F T, proporzionale alla differenza de' quadrati A T, S T, a cui per le cose coniche è proporzionale nell' ellisse, ed uguale nel cerchio, il quadrato dell' ordinata S C.

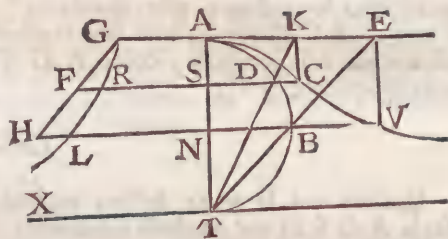
Co-

Corollario V.

Ma se le forze fussero in reciproca ragione delle distanze, la scala di esse forze sarebbe l' iperbola d' Apollonio G F X fra gli asintoti A T, T X, perchè in essa si verifica, essere A G ad S F, come reciprocamente S T ad A T, per l' ugualità de' rettangoli F S T, G A T iscritti allo spazio asintotico. Ed allora la scala delle velocità A C V sarebbe una Logistica, o Logaritmica del secondo grado, in cui i quadrati delle ordinate S C, N V sarebbero, come la ragione di A T ad S T alla ragione di A T ad N T; dimanierachè in questa ipotesi le velocità S C, N V sarebbero in sudduplicata ragione de' logaritmi delle distanze S T, N T: come si raccoglie dal *Coroll.* 3. *e* 4. *e dallo Scolio della prop.* 10. *del mio libro degl' Infiniti*; essendosi ivi provato, che le sunnormali di questa sorta di Logistica uguagliano le ordinate allo spazio asintotico dell' iperbola, che quì rappresentano le forze; e che lo spazio suddetto asintotico dell' iperbola, come A G F S, è la metà del quadrato dell' ordinata corrispondente S C.

393

Corollario VI.

Quando poi le forze fussero reciproche de' quadrati delle distanze, sarebbe la scala A G F H un' iperbola quadratica fra gli stessi asintoti; e la scala delle velocità A C V sarebbe quella curva, che io descrivo nel mio libro delle quadrature alla prop. 4. nata da' seni versi, che da me suole chiamarsi la *Versiera*, in latino però *Versoria:* dimanierachè le velocità S C, N V sarebbero in ragione composta della sudduplicata de' spazj scorsi A S, A N direttamente, e della sudduplicata de' spazj che restano fino al termine T, cioè di N T, S T reciprocamente.

12 Il che però non si potendo dimostrare dalle cose da me nel luogo citato circa le proprietà di questa curva proposte; stimo bene, attesa l' utilità, che può ricavarsi in Meccanica da questa Curva, il darne ora questa facile descrizione, ricavandone ciò che fa al nostro proposito. Sia dunque il mezzo cerchio A D B T, e nel punto estremo A del diametro lo tocchi la retta A E, a cui dall' altro termine del diametro T si conducano le rette T K, T E, seganti la periferia in D, B, ed ordinate le D S, B N nel semicircolo, si compiscano i rettangoli K A S C, E A N V. La curva che passa pe' punti A, C, V così determinati, è la nostra *Versiera*, ed è evidente essere i quadrati S C, N V eguali a' quadrati A K, A E; ma il quadrato A K al quadrato A E ha ragione composta del quadrato A K al quadrato A T, e di questo al quadrato A E; delle quali ragioni la prima è quella del quadrato S D al quadrato S T, ovvero della retta A S alla S T; la seconda è quella del quadrato T N al quadrato N B, ovvero della T N alla A N; pertanto sarà il quadrato

drato A K, ovvero S C al quadrato A E, ovvero N V, in ragione composta di A S ad S T, e di N T ad A N, cioè come il rettangolo di A S in N T a quello di S T in A N, che è quanto dire in ragione composta de' spazj scorsi A S, A N direttamente, e de' spazj, che rimangono a scorrersi N T, S T reciprocamente, come di sopra enunciammo.

13 Ma altresì lo spazio A G F S dell' iperbola quadratica allo spazio A G H N della medesima (essendo questi le differenze dello spazio asintotico infinitamente lungo, che sarebbe sopra l' ordinata A G, dallo spazio che sarebbe sopra l' ordinata F S, e da quello che sopra l' ordinata H N si stenderebbe, prolungando in infinito l' iperbola, e l' asintoto T A sopra A: i quali spazj asintotici sono rispettivamente uguali a' rettangoli G A T, F S T, *per lo cap.* 11. *degli Ugeniani*) essendo come l' eccesso del rettangolo F S T sopra il rettangolo G A T, all' eccesso del rettangolo H N T sopra il medesimo rettangolo G A T; è in ragione composta delle medesime A S ad A N, ed N T ad S T: perchè descritta per G tra gli stessi asintoti l' iperbola d' Apollonio G R L, onde il rettangolo G A S riesca lo stesso col rettangolo R S T, ovvero L N T, i detti eccessi saranno, come i rettangoli di F R in S T, e di H L in N T, o pure (giacchè F S a G A sta, come il quadrato A T al quadrato S T, cioè come il quadrato S R al quadrato G A, onde sono continuamente proporzionali F S, R S, G A, e però F S ad R S è come R S a G A, o come A T ad S T, e dividendo F R ad R S, come A S ad S T, ed il rettangolo di F R in S T uguaglia quello di R S in S A, siccome per la stessa ragione il rettangolo di H L in N T uguaglia quello di L N in N A) come il rettangolo R S A al rettangolo L N A; che è in ragione composta di S A ad N A, e di R S ad L N, che è come di N T ad S T; dunque l' area della scala delle forze A G F S all' area della scala A G H N è, come il quadrato dell' ordinata nella Versiera S C al quadrato della N V; e però la detta Versiera A C V è la scala delle velocità, come si dovea dimostrare.

14 Questa è l' ipotesi più comunemente abbracciata da' Matematici moderni circa la forza della Gravità, che spigne i corpi superiori alla superficie della terra verso il suo centro, o ancora ciascun Pianeta primario verso il Sole, e ciascuno de' secondarj Pianeti verso il suo primario, come può vedersi appresso il Nevvton *nelle proposizioni* 71. 75. 76. *del lib.* 1. *de' suoi Principj Matematici della Filosofia*, *e nella prop.* 8. *del lib.* 3. appresso David Gregorio *nella sua Astronomia prop.* 28. 29. 42. 45. appresso il Leibnitzio *negli Atti di Lipsia di Febbrajo del* 1689. appresso Cristiano Ugenio *nel discorso della Cagione della Gravità pag.* 160. ed altri Autori: ed è ciò coerente all' osservazioni de' moti de' Pianeti, ed alla celebre regola del Keplero in essi osservata, cioè che i quadrati de' tempi loro periodici siano come i cubi delle distanze dal centro, intorno a cui girano; ciò che non si verifica, se non nell' ipotesi, che la forza, da cui sono continuamente distornati dal moto rettilineo per la tangente della curva, che descrivono, e rispinti verso il centro de' loro moti, con ritenerli perpetuamente nella stessa curva, sia come una Gravità, che riguardi il detto centro, e che vada scemando, o crescendo in ragione reciproca de' quadrati delle distanze.

15 Quanto alla supposizione, che la Gravità sia direttamente come le distanze del centro, della quale ipotesi ho parlato *nel Coroll.* 4. essa viene abbracciata dallo stesso Nevvton per que' corpi, che discendono dalla superficie della terra

allo

allo ingiù, come asserisce *nel luogo cit. alla prop.* 73. *del lib.* 1. *e nella prop.* 9. *del lib.* 3. ma prima era stato ciò asserito generalmente dal Viviani *ne' suoi scritti di Meccanica* già sigillati del 1667. ab Incarn. addì 2. Marzo per mano del Serenissimo Principe Leopoldo; e fu ancora creduto, almeno circa la Gravità dell' acqua, dal Borelli *nel libro de' movimenti della Gravità* (stampato del 1670.) *alla prop.* 164. e da Monsù Fermat la stessa Ipotesi fu sostenuta fin del 1636. come dalle sue lettere stampate *nell' Opere postume* di esso nel 1679. apparisce, nelle quali si vede la lunga contesa, ch' ebbe sopra di ciò con Monsù di Roberval; ed a' nostri tempi fu la stessa supposizione illustrata dal P. Tommaso Ceva 395 della Compagnia di Gesù ne' suoi libri *de natura Gravium*, e poscia confermata dal P. Girolamo Saccherio della stessa Compagnia nella sua Neostatica: a' quali Autori si potrebbe aggiugnere il Padre de' Chales della medesima Compagnia; in quanto che nella sua Statica lib. 2. prop. 10. 14. 15. pretende, che meglio si esprimano gli accrescimenti de' spazj, e delle velocità nel moto accelerato de' Gravi, se in un cerchio concentrico alla terra, e che passi per l' origine del moto, si rappresenti la velocità co' seni retti, e lo spazio scorso co' seni versi, ed il tempo cogli archi corrispondenti; il che accade appunto nell' Ipotesi suddetta *del Coroll.* 4. come in parte da esso si raccoglie, ed in parte si cava da ciò che diremo più sotto *nel Coroll.* 2. *della prop. seguente*, circa la rappresentazione de' tempi del moto fatto in tale supposizione, come ancora fu dimostrato dal Nevvton *luogo cit. lib.* 1. *prop.* 38. benchè certamente il P. de' Chales a ciò non attendesse, onde si va raggirando vanamente, per trovare qualche ragione fisica, per cui si potesse inorpellare quel suo Sistema da lui creduto più conforme alla sperienza della semplice supposizione del Galileo, osando perfino di ricercarne i fondamenti nell' ipotesi Copernicana, giacchè nella comune della terra stabile egli non li scorgeva.

16 Nè sarà fuori di proposito l' arrecare qui la dimostrazione, che s' immaginò il Viviani essere atta a persuadere la variazione della Gravità in ragione delle distanze dal centro, tal quale egli la distese negli accennati suoi scritti, in questi termini, pochissimo differenti da quelli, che usò il Fermat in persuadere la medesima cosa.

Supposizione I.

„ Pongasi, che la forza, che fa un Grave per scendere, venga fatta dal suo „ centro di Gravità, il quale se fusse unito col centro della terra, più non si „ moverebbe, e per conseguenza nè anco il Grave.

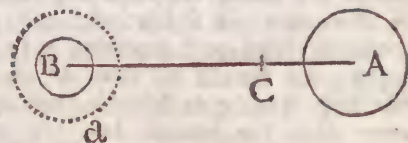
Supposizione II.

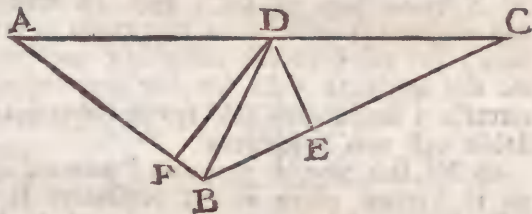
„ E' che tanto è l' impeto, o momento, che ha il Grave per andare al cen„ tro, quanta forza ci vuole per ritenerlo: e questa è la misura della Gravità „ assoluta.

Teorema.

„ Il peso d' un Grave posto in diverse lontananze dal centro della terra, sce„ ma colla medesima proporzione, che scemano le medesime distanze. Siano i „ due Gravi, de' quali i centri di Gravità A, B siano congiunti colla linea

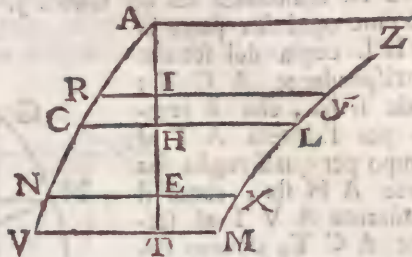
„ A B,

„ A B, e di effi come d' un folo Grave
„ il centro comune fia C, quale confi-
„ dero già unito col centro della terra.
„ E' manifefto per la prima fuppofizione,
„ che tal Grave ftarà così, nè più fi mo-
„ verà; e fe così ftà, adunque i mo-
„ menti, che hanno i due Gravi A, B
„ per fcendere in C fono fra loro uguali;
396 „ e per la feconda fuppofizione, le forze
„ per ritenerli in A, e B, acciò non vadano verfo C, fono eguali alli detti
„ momenti, cioè eguali fra loro; e fe tali forze fono eguali, e dette forze fono
„ le mifure de' pefi affoluti, tanto peferà il Grave A in A, quanto il B in
„ B; ma A in B pefa più di B in B fecondo che (A *è maggiore di* B *ovvero*)
„ B C è maggiore di C A; *dunque* A *in* B *pefa più dello fteffo* A *in* A *in pro-*
„ *porzione delle diftanze* B C, A C; Il che ec.

17 Ma il Torricelli in certa fua Scrittura da lui mandata al Sig. Michel'Angelo Ricci celebre Matematico, che fu poi degniffimo Cardinale di Santa Chiefa, è di parere, che la forza della Gravità corrifponda piuttofto reciprocamente alle dette diftanze dal centro comune de' Gravi, come nell' ipotefi *del Coroll.* 5. ed il progreffo del fuo raziocinio era tale.

„ Sia il triangolo A B C, e
„ divifa la fua bafe A C nel
„ mezzo in D, fi tirino dal pun-
„ to D le perpendicolari a' la-
„ ti del triangolo prolungati do-
„ ve bifogna, e fiano D E, D
„ F. Dico che il lato A B al
„ lato B C è reciprocamente,
„ come la perpendicolare D E
„ alla perpendicolare D F. Si
„ tiri la retta B D; e perchè i triangoli A B D, B D C hanno l' ifteffo verti-
„ ce B, e l' ifteffa altezza, fono in proporzione delle bafi A D, D C, cioè u-
„ guali; e fimilmente prefi i loro doppj, farà il rettangolo fotto l'altezza D F,
„ e la bafe A B, uguale al rettangolo fotto l' altezza D E, e la bafe B C; e
„ però reciprocamente A B alla B C, come D E a D F. Il che ec. Ora pofto,
„ che B figuri il centro della terra, ed A C una libra di braccia eguali, con
„ due pefi uguali nell' eftremità A, C, i cui momenti, o gravità fono mifura-
„ te dalle perpendicolari D F, D E, ficcome dichiara Gio: Batifta de' Benedet-
„ ti *nel fuo libro delle fpeculazioni matematiche cap.* 3. *ovvero* 4. ne fegue, che il
„ momento del pefo C fia reciprocamente, come la diftanza de' pefi dal cen-
„ tro della terra; e di qui abbiamo, non folamente che il pefo più vicino al
„ centro, mentre è nella libra, pefa più del meno vicino, ma fappiamo an-
„ cora in qual proporzione pefa più.

18 Collo fteffo progreffo fi proverebbe, che due pefi uguali A, C in difuguali diftanze A D, D C d' una libra A C collocati, pefaffero in ragione compofta della diritta di A D a D C, e della reciproca delle diftanze C B, A B dal termine B, ove le direzioni loro convengono; perchè A D a D C effendo come il triangolo A D B al B D C, cioè in ragione compofta di A B a B C, e di D F a D E, ne fegue che D F a D E, cioè il momento di A a quello di C, fia in ragione compofta di A D a D C, e di C B ad A B; onde in maniere infinite fi potrebbe dimoftrare, che variaffe l' impeto, o l' energia de' gravi affolutamente uguali in diverfe diftanze dal centro della terra, fe quefto raziocinio

cinio potesse applicarsi a' gravi liberi e sciolti, come vale ne' gravi connessi insieme in una libra pendente da un determinato punto preso, come centro del moto. Però non ho voluto tacere questa ipotesi, vedendola abbracciata per i pesi, che sono sulla superficie della Terra dal Nevvton *lib.* 3. *prop.* 29. e dal Gregori *Astron. Phys. prop.* 52. Passiamo a dimostrare altre proposizioni. 397

Proposizione IV.

Se la figura A Z L M T averà l'ordinate L H, M T reciproche delle velocità T V, H C espresse dall' applicate nella scala delle velocità A C V T, sarà la figura A Z M T la scala de' tempi elementari; e starà l'area A Z M T a qualsivoglia sua porzione A Z L H, come il tempo intiero, che s' impiega nello spazio A T, al tempo impiegato nello spazio A H.

Imperocchè, poste due porzioni I H, E T infinitamente piccole dello spazio, e fra di loro uguali, sarà il tempo per E T al tempo per I H, come reciprocamente H C a T V, *per le cose dette al numero* 9. cioè come T M ad H L; dunque se T M esprime il tempo dello spazio elementare E T, dovrà H L esprimere il tempo dello spazio altresì elementare I H, e però la figura A Z M T è la scala de' tempi elementari. E perchè T M ad H L sta ancora, come il rettangolo M T E X all' altro egualmente alto L H I Y; dunque il tempo per lo spazietto E T al tempo per l' altro I H sta sempre, come l' area elementare M T E X all' area elementare L H I Y, e così sempre; e però il tempo per tutto lo spazio A T al tempo per tutta la A H sta, come l' area A T M Z all' area A H L Z *per la prop.* 4. *del* 5. *degli elem.* essendo gli antecedenti egualmente moltiplici della prima, e della terza grandezza, ed altresì i conseguenti ugualmente moltiplici della seconda, e della quarta, mentre il tempo per A T distinguendosi in infinite particelle uguali al tempo elementare per E T, l' area A T M Z si dividerebbe in altrettanti spazietti uguali ad M T E X (prendendo l' altezze non già tra di loro uguali, ma reciproche all' ordinate T M) e similmente il tempo per A H dividendosi in infinite particelle uguali al tempo elementare per I H, nell' area A L H Z si distinguerebbero altrettanti spazietti uguali ad L H I Y; onde è manifesto ciò che si voleva dimostrare.

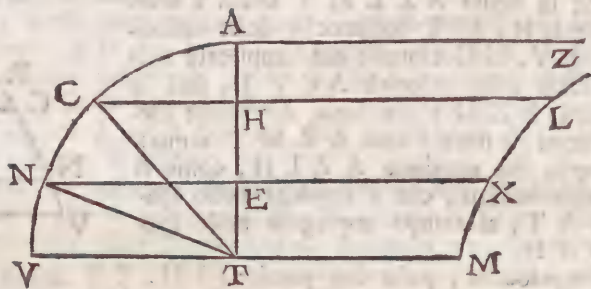
Corollario I.

Se la scala delle velocità è una parabola A C V T, come nell' ipotesi della Gravità costante, sarà la sua reciproca M Y Z A T, cioè la scala de' tempi elementari, un' iperbola quadratica, in cui il quadrato M T al quadrato H L sta, come A H ad A T, che è la ragione del quadrato C H al quadrato V T; ed è l' area M Y Z A T dupla del rettangolo M T A, siccome l' area L Y Z A H è dupla del rettangolo L H A, *per le cose dimostrate da me negli Ugeniani cap.* 8. *num.* 11. dunque il tempo intero per A T all' intero tempo per A H è, come il rettangolo M T A al rettangolo L H A, cioè in ragione composta di M T ad L H (cioè di H C a T V) e di T A ad A H (che è la medesima con quella del quadrato T V al quadrato H C) le quali due ragioni fanno quella di T V ad H C; e però in tale ipotesi la scala de' tempi interi è la stessa parabola, che serve di scala alla velocità: come appunto esser debbe, crescendo allora la velocità come il tempo. 398

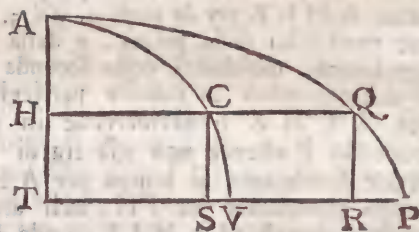
Corol-

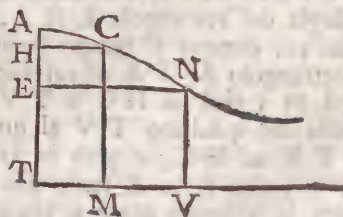
Corollario II.

Ma essendo, come nell' ipotesi delle forze proporzionali alle distanze dal termine T, la scala delle velocità è un quarto di cerchio, *per lo Coroll.* 4. *della prop. antecedente*, la sua figura reciproca, cioè la scala de' tempi elementari, sarà *per lo Coroll.* 5. *dell' append. prima delle mie quadrature* la stessa coll' area Z A T M dimostrata *ivi nel Coroll.* 3. essere dupla dello stesso quadrante A C V T, siccome ogni sua parte Z A H L dupla del settore corrispondente A C T; onde si ha, che il tempo per l' intera A T al tempo per qualsivoglia sua parte A H sta, come il quadrante A V T al settore A C T, ovvero come l' arco A V all' arco A C; dimanierachè in questa ipotesi essendo gli

spazj A H, A E come i seni versi, le velocità sono come i seni retti H C, E N, le forze come i seni di complimento H T, E T, ed i tempi come gli archi A C, A N.

Corollario III.

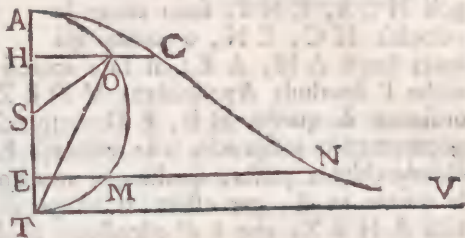
Onde la scala de' tempi in questa ipotesi è la figura de' seni A Q P, le di cui ordinate H Q uguagliano l' arco A C dell' iscritto quadrante: siccome ancora il piano delle velocità è la stessa figura presa per un' altro verso, cioè computando il principio del tempo dal punto P, mentre ad ogni sua porzione P R uguale all' arco del quadrante V C corrisponde l' ordinata R Q uguale al seno S C, che rappresenta la velocità del mobile discendente lungo il raggio V T per lo seno verso V S: della quale figura de' seni si

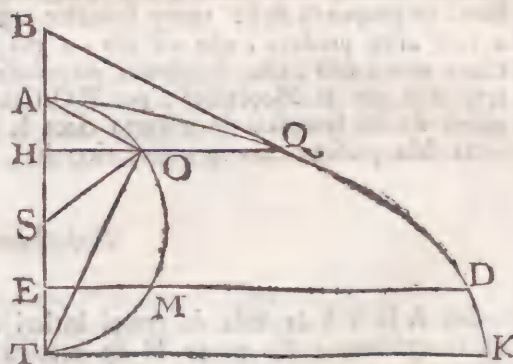
veggano le cose da me dimostrate *negli Ugeniani cap.* 13. *num.* 4. *ed altrove*, le quali confrontano con ciò che de' piani della velocità si è generalmente di sopra dimostrato.

399 *Corollario IV.*

Ma se le forze fussero reciprocamente proporzionali alle distanze dal termine T, essendo la scala delle velocità una Logistica del secondo grado A C N, come *nel Coroll.* 5. *della prop. preced.* si è dimostrato, sarebbe il tempo per A H al tempo per A E, come l' area A C M T all' area A N V T: perchè la suttangente di questa curva presa nell' asintoto T V è reciproca dell' ordinate, come dimostrai *nel*

Coroll.

Coroll. 2. *della prop.* 10. *degl' Infiniti*; onde la figura reciproca alla ſcala delle velocità ſarebbe correlata ad eſſa, e però eguale alle dette porzioni A C M T, A N V T, per le coſe da me dimoſtrate *nel cap.* 7. *degli Ugeniani al num.* 2.

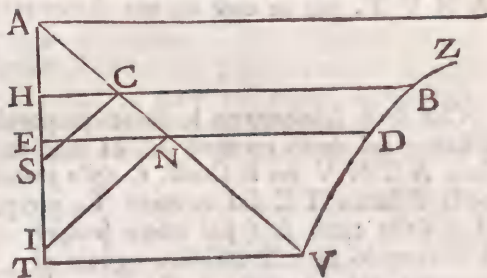
Corollario V.

Che ſe ſi ſuppongano le forze proporzionali reciprocamente ai quadrati delle diſtanze dal detto termine T, di manierachè la ſcala delle velocità ſia la Verſiera A C N V *per lo Coroll. 6. della preced. prop.* eſſendo in eſſa l' ordinata E N nella diſtanza T E dal termine T, reciproca dell' ordinata H C in pari diſtanza H A dalla cima A (per eſſere ſempre il rettangolo di tali ordinate uguale al quadrato del diametro A T, ſtante la deſcrizione addotta *di ſopra al num.* 12. giuntavi la *prop.* 53. *del lib.* 3. *de' Conici d' Apollonio*) ſarà il tempo per A T al tempo per A H, come l' area A C V T all' area T E N V tagliata dal termine T all' intervallo E T uguale ad A H: cioè, *per la prop.* 4. *delle mie Quadrature*, e *ſuoi Corollarj*, come il quadruplo del ſemicircolo genitore A M T, al quadruplo del ſegmento miſto A O T, compreſo dal diametro A T, dall' arco A O, e dalla corda O T dell' arco reſiduo O M T, che (ſuppoſto il centro in S, e condotto il raggio S O) viene ad eſſere il quadruplo del ſettore A O S, e del triangolo S O T.

Corollario VI.

Onde perchè il rettangolo del diametro A T nella ſemiperiferia A O T uguaglia il quadruplo del mezzo cerchio A O M T; ed il rettangolo dello ſteſſo diametro nell' arco A O è quadruplo del ſettore A O S, ſiccome il rettangolo del diametro medeſimo A T nell' altezza del ſeno O H è quadruplo del triangolo S O T, ſarà il tempo per A T al tempo per A H, come la ſemiperiferia A M T alla ſomma dell' arco A O, e del ſeno O H; cioè fatta la cicloide A Q K T, in cui la baſe T K pareggia la ſemiperiferia A M T, e qualunque ordinata H Q è la ſomma del ſeno H O, e della O Q uguale all' arco A O, ſarà queſta la ſcala de' tempi intieri; dimanierachè rappreſentando T K il tempo per la A T, eſprimerà qualunque ordinata H Q il tempo per la A H. Ed è queſta una nuova fiſica proprietà della Cicloide, non ancora, che io ſappia, da altri ſcoperta, fra tant' altri belliſſimi uſi, che ne hanno ritrovato i moderni Geometri. 400

Corollario VII.

Se le velocità creſceſſero come gli ſpazj ſcorſi, dimanierachè la ſcala delle ve-

 locità

locità fuſſe il triangolo A V T (la quale ipoteſi è riferita, e confutata dal Galileo, ed indarno preſa da altri a riſtabilirſi, contro de' quali è da vederſi la dottiſſima Lettera di Monsù Fermat al Gaſſendo *nell' Opere di queſto tom. 6. e nell' Opere poſtume di quello pag.* 201.) nel qual caſo ancora le ſunnormali H S, E I, e conſeguentemente, *per lo Coroll.* 1. *della prop.* 3. le forze motrici, mercè della ſimilitudine de' triangoli H C S, E N I, ſono come le velocità H C, E N, o come gli ſpazj ſcorſi A H, A E; in tale ipoteſi, dico, la ſcala de' tempi elementari ſarebbe l' Iperbola Apolloniana V D B Z tra gli aſintoti A T, A Z, eſſendo le ordinate di queſta H B, E D reciproche agli ſpazj ſcorſi A E, A H, e conſeguentemente reciproche alle velocità E N, H C; onde un infinito tempo ſi richiederebbe a paſſare qualunque minima porzione di ſpazio A H, partendoſi dalla quiete in A, per eſſere il tempo d' un tale movimento come l' area aſintotica A H B Z, che è d' eſtenſione aſſolutamente infinita *per ciò, che ho dimoſtrato nel cap.* 8. *degli Ugeniani num.* 11. *ed altrove*; dal che appariſce l' impoſſibilità di tale ipoteſi.

401 20 Da quanto ſi è detto ſinora, e da ciò, che diraſſi in appreſſo, manifeſtamente ſi ſcorge, non eſſere altrimenti così ſterili, ed inutili, come a prima faccia appariſcono, e da molti ſi ſpacciano, le geometriche ſpeculazioni intorno alle linee curve, potendo ciaſcheduna avere grand' uſo nelle più profonde ricerche della Fiſica, e della Meccanica: come qui ſi è veduta venire in campo l' Iperbola quadratica, la linea de' ſeni, la Logiſtica del ſecondo grado, e la Verſiera (oltre la Cicloide già da gran tempo benemerita de' miſterj più aſtruſi della Natura) a dimoſtrare le paſſioni del moto in varie ipoteſi, e circoſtanze, che poſſono accompagnarlo: nè mi ſarebbe ſtato così facile il rinvenire tante belle verità ſopra dimoſtrate circa le proporzioni, colle quali ſi aumenta la velocità di tali movimenti, e come creſca lo ſpazio in corriſpondenza del tempo, ſecondo le varie forze, che ſpingono il mobile, ſe non aveſſi avute in contanti le proprietà delle curve ſuddette, già da me altrove dimoſtrate, quando a tutt' altro penſava, che all' uſo, a cui preſentemente doveva applicarle: ſiccome non credo, che Apollonio prevedeſſe mai, quanto doveſſero un giorno eſſere utili per la Meccanica, per l' Ottica, e per l' Aſtronomia, le tante proprietà da lui ſpeculate in aſtratto circa le ſezioni coniche.

21 Ma proſeguiamo le noſtre ricerche.

Propoſizione V.

Sia A H T S la ſcala de' tempi intieri del moto per A S dalla quiete in A; ed in qualunque ſuo punto H ſia toccata dalla retta H B; dico che lo ſpazio fatto col moto accelerato da A in E, ſecondo la predetta ſcala, è allo ſpazio, che ſi ſarebbe fatto equabilmente nello ſteſſo tempo, ſe da principio durata fuſſe la ſteſſa velocità, che ha il mobile in E, come A E alla ſuttangente E B.

Imperocchè ſia il piano di velocità di un tale moto la figura A C V M, e ſia M A ſegata dalla tangente H B in I, ſarà l' area A V M all' area A C N,

come

come lo ſpazio M T allo ſpazio N H *per la prop.* 1. ed eſſendo H I tangente della Curva A H T; ſarà *per lo cap.* 13. *de' noſtri Ugeniani al num.* 2. il rettangolo C N I uguale all' area A C N; e però il rettangolo C N I al rettangolo C N A, ovvero I N ad N A, o pure I H ad H B, cioè A E ad E B, ſarà come l' area A C N al rettangolo ad eſſa circonſcritto C N A, o pure, *per lo Coroll.* 2. *della prop.* 1., come lo ſpazio fatto col moto accelerato, allo ſpazio, che ſi farebbe nello ſteſſo tempo con moto equabile coll' ultimo grado N C della velocità in eſſo acquiſtata; Il che ec.

Corollario I. 402

Nell' ipoteſi del Galileo della Gravità coſtante, la ſcala de' tempi intieri A H T S è una parabola, di cui la ſuttangente B E è dupla dell' A E; onde lo ſpazio fatto con moto accelerato è la metà di quello, che ſi farebbe equabilmente in altrettanto tempo coll' ultimo grado della velocità acquiſtata.

Corollario II.

Nell' ipoteſi delle forze proporzionali alle diſtanze dal centro, o dal termine del moto, eſſendo, *per lo Coroll.* 3. *della prop. preced.* la ſcala de' tempi intieri la figura de' ſeni, o ſia l' ungula cilindrica eſpanſa A Q P T, ſarà ſempre lo ſpazio ſcorſo dalla quiete con moto accelerato a quello, che ſi ſarebbe ſcorſo equabilmente in egual tempo coll' ultimo grado di velocità, come il ſeno verſo alla quarta proporzionale dopo il raggio, il ſeno retto, e l' arco corriſpondente; imperocchè tirata la tangente B Q Z, ſi è dimoſtrato *nel cap.* 13. *degli Ugeniani al num.* 4. che poſta R Z eguale alla tangente C X dell'arco circolare nel punto corriſpondente C, congiunta la Z Q è tangente di queſta figura; ſarà dunque come C X ad H T (cioè come il raggio T C al ſeno retto H C) così R Z ad R Q, o pure H Q (cioè l' arco A C) ad H B; ma come A H (che è il ſeno verſo) ad H B, così lo ſpazio del moto accellerato allo ſpazio del moto equabile; dunque ec.

Corollario III.

E perchè la tangente dell' infimo punto P di queſta figura taglia dall' aſſe T A la ſuttangente uguale al quarto di circonferenza A C V (per eſſere allora il raggio uguale al ſeno T V del quadrante) ſarà lo ſpazio fatto acceleratamente a quello, che in egual tempo ſi ſarebbe fatto con moto equabile, ritenuto l' ultimo grado di velocità, come il raggio ad un quarto di periferia, o come il quadrato iſcritto nel cerchio al medeſimo cerchio: onde nel tempo della caduta per A T, averebbe il mobile ſcorſo equabilmente l' arco A C V coll' ultima velocità T V.

Corollario IV.

403 Ma ſuppoſte le forze proporzionali reciprocamente a' quadrati delle diſtanze dal centro, eſſendo la ſcala de' tempi intieri *per lo Coroll. 6. della prop.* 4. la cicloide A Q K T, in cui la tangente Q B è parallela alla corda dell' arco A O, come dimoſtrai *nel cap. 8. degli Ugeniani num. 7.* e però A H ad H B è come il ſeno retto H O alla ſomma di detto ſeno, e dell' arco, cioè ad H Q; altresì lo ſpazio fatto acceleratamente, a quello, che ſi farebbe in altrettanto tempo coll' ultima velocità equabilmente ritenuta, è come il ſeno retto di quell' arco, di cui lo ſpazio paſſato è ſeno verſo nel ſemicircolo, che ha per diametro la diſtanza dell' origine del moto dal centro de' gravi, all' aggregato del ſeno retto, e dell' arco.

22 Per moſtrare ora, come queſte varie ipoteſi di gravità poſſono avere luogo ancora nella ſuppoſizione, che fa il Galileo dell' aſſoluta gravità coſtante, e delle direzioni de' gravi tra di loro parallele, per l' immenſa lontananza del centro, in cui convengono, baſta ſupporre, che un mobile ſi muova in una linea curva, perchè ſecondo che in varj ſuoi punti è diverſamente inclinata dell' orizzonte, ſi raffrena, e modifica talmente, che equivale ad una gravità variabile; onde ſi può dimoſtrare la ſeguente

Propoſizione VI.

Se un mobile ſcorre per la curva A B D C eretta all' orizzonte E F, ſuppoſta l' aſſoluta gravità coſtante, e le direzioni parallele, ſarà ſempre la forza relativa, da cui è ſpinto il mobile nel punto B, alla forza che lo ſpinge nel punto D, come il ſeno dell' angolo E B I fatto dalla B E tangente dal primo punto coll' orizzonte B I, al ſeno dell' angolo F D K fatto dalla F D tangente del ſecondo punto coll' orizzontale D K.

Imperocchè convengano le dette tangenti in G; dunque, *come ſi dimoſtra nella Meccanica*, il momento di uno ſteſſo grave poſto ſul piano G E al momento del medeſimo poſto ſul piano G F ſta reciprocamente, come G F a G E; cioè, *per le coſe trigonometriche*, come il ſeno dell' angolo G E F, o del ſuo ſupplemento E B I, al ſeno dell' angolo G F E, o dell' alterno F D K; ma queſti momenti d' uno ſteſſo mobile in diverſi piani ſono appunto le forze relative, che lo ſpingono abbaſſo; ed il mobile collocato nel punto B della curva

404 A B D C è, come ſe fuſſe nel piano E G B, che la tocca in B: ſiccome lo ſteſſo collocato in D ha tale forza da ſcendere, come ſe fuſſe nel piano tangente D F; dun-

dunque la forza in B alla forza in D ſta, come il ſeno dell' angolo E B I al ſeno dell' angolo F D K; Il che ec.

Corollario I.

Sopra l' aſſe N C della curva A B D C, deſcrivendo un ſemicircolo N M C, e tirando le corde C M, C L parallele riſpettivamente alle tangenti B E, D F: ſarà la forza in B alla forza in D, come M C ad L C; eſſendo queſte i ſeni degli angoli M N C, L N C (poſta N C per ſeno totale) eguali a' ſuddetti E B I, F D K, come è facile a dimoſtrarſi.

Corollario II.

Se un pendolo N B deſcrive l' arco circolare B D C, le forze in qualunque punto B, D ſaranno come i ſeni B I, D K, che appunto uguagliano le corde C M, C L parallele alle tangenti B E, D F.

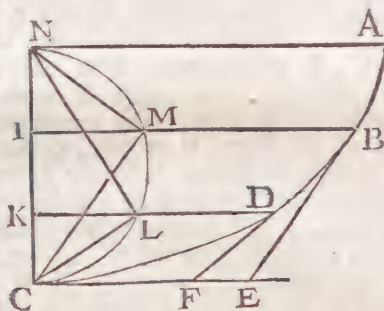
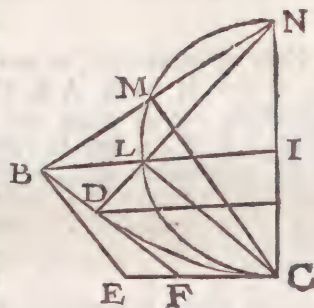
Corollario III.

Onde alzandoſi perpendicolarmente ſu l' arco B D C qualunque ſeno B I, D K, la figura de' ſeni, che quindi ne naſce, ſarà la ſcala delle forze del pendolo, che deſcrive il ſuddetto arco circolare B D C.

Corollario IV.

Ma deſcrivendoſi da un pendolo l' arco cicloidale B D C, come negli orologi di Criſtiano Ugenio, le forze in B, e D ſaranno, come gli ſpazj B C, D C da ſcorrerſi fino al termine infimo C; imperocchè dove l' ordinate B I, D K ſegano il ſemicircolo genitore in M, L, congiunte le corde C M, C L ſono appunto parallele alle tangenti B E, D F *come nel cap.* 8. *degli Ugeniani num.* 7. *ho dimoſtrato*, e gli archi cicloidali B C, D C ſono dupli delle corriſpondenti corde M C, L C, *per le coſe dette nell' Epiſtola Geometrica ſoggiunta agli Ugeniani num.* 17. dunque eſſendo, *pel Coroll.* 1. *di queſta*, la forza in B alla forza in D, come la corda M C alla L C, ſarà ancora come l' arco B C all' arco D C.

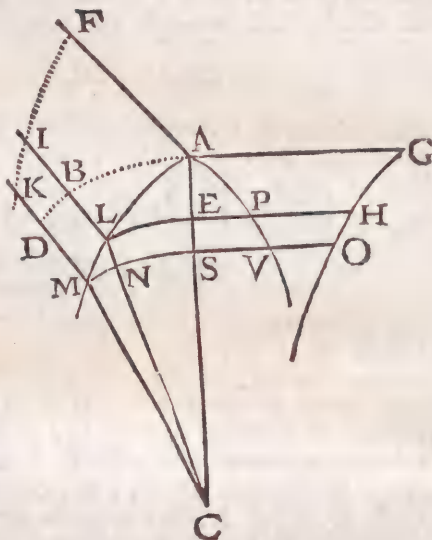
Corollario V.

Sicchè alzandoſi ſull' arco B D C diſteſo in linea retta una linea in B uguale alla medeſima B C, ed in D applicandoſi una eguale alla D C, e così ſempre, il triangolo, che ne riſulta, è la ſcala delle forze nel moto del pendolo cicloidale; onde tutto ciò che ſi è detto *nel Coroll.* 4. *della prop.* 3. *nel Coroll.* 2. *e* 3. *della prop.* 4. *e* 5. delle gravità proporzionali alle diſtanze dal termine del moto, ſi può adattare alle vibrazioni cicloidali d' un pendolo. 405

23 Lascio molte altre particolarità, che si potrebbero quindi dedurre; e solamente in confermazione dell' ipotesi del Galileo, che i gradi di velocità acquistati da un grave cadente per qualunque linea dalla medesima altezza siano eguali (il che nella prima edizione fu da lui assunto come postulato, indi ne diede la dimostrazione, che fu comunicata dal Sig. Viviani a Monsù di Monconys l' anno 1646. come *ne' Viaggi di questo part.* 1. *pag.* 131. e da lui inserita *ivi pag.* 169. e poi stampata nell' edizione di Bologna dell' Opere del Galileo, criticata però, non si sa per qual ragione, e giudicata poco ferma da Cristiano Ugenio nel suo Orologio oscillatorio) vengo a dimostrare, che in qualunque supposizione di forze sempre la stessa velocità è acquistata da un grave, per qualunque linea si muova, quando si è accostato egualmente al centro della terra.

Proposizione VII.

Cada un grave A, o per la retta A C, o per la curva A L M, ed abbia acquistato per la retta nel punto S la velocità S V, e per la curva nel punto M ugualmente alto, cioè in pari distanza dal centro C, la velocità M D; dico essere sempre S V, M D uguali, qualunque suppongasi la scala delle forze A G H O S.

Siano tirati concentrici al centro C li due archi circolari infinitamente prossimi E L, S M segato in N dal ramo C L. Le forze assolute A G, E H, S O, che spingono il mobile per la retta A C, si attemperano dalla curva A L M, che in parte regge il mobile (o perchè sia un sodo piano curvilineo, sopra di cui scorra il mobile, o per essere il mobile medesimo sostenuto da un filo, obbligato col suo termine a descrivere detta linea, o per l' impeto trasversale impresso al mobile, da cui ha tal forza centrifuga, che lo trattiene per quella via curva, raffrenando l' azione della Gravità) 406 siano adunque le forze rispettive, che rimangono vive al mobile nella curva le A F, L I, M K, che s' intendano perpendicolarmente erette alla curva A L M, per avere nella superficie A F I K M la scala delle forze, che spingono il mobile per detta curva. E' certo, *per le cose meccaniche*, essere la forza H E, da cui assolutamente è spinto il mobile per la E C, ovvero L C perpendicolare all' orizzonte, alla forza L I, da cui viene spinto secondo l' inclinazione della curva L M, come reciprocamente L M ad L N, ovvero E S; per la qual cosa il rettangolo I L M sarà uguale al rettangolo H E S; e ciò sempre; dunque la scala delle forze assolute A G H O S, uguaglia la scala delle forze rispettive F A M K; ma la prima scala alla seconda è come il quadrato della velocità S V acquistata per lo spazio A S, al quadrato della velocità M D acquistata per lo spazio della curva A M *per la propos.* 3.; adunque S V è uguale ad M D; il che si dovea dimostrare.

Co-

Corollario I.

Se l'ordinate P E, V S della ſcala della velocità del moto rettilineo A S, ſi applicano perpendicolarmente in L B, M D ne' punti L, M ugualmente alti dal centro C nella curva A L M, ſi ha la ſcala della velocità A B D M, che ſerve al moto per detta curva.

Corollario II.

Venendo ſpinto un mobile per la curva L M, con una velocità P E, quale ſi ſarebbe acquiſtato cadendo dall' altezza A E, giunto che ſia il mobile a qualunque punto M della curva, averà una velocità pari alla V S, che ſi ſarebbe il mobile acquiſtato proſeguendo il viaggio direttamente da E in S, o da L in N, ad un punto egualmente diſtante dal centro C.

Corollario III.

Similmente eſſendo un mobile ſpinto allo insù per la curva M L colla velocità M D uguale a quella, che ſi ſarebbe acquiſtato il mobile cadendo dall' altezza A S, l' anderà diminuendo nel moto, in maniera che in L ſarà uguale a quella, che ſi ſarebbe acquiſtato dalla ſola altezza A E, e finalmente ſi annullerà, giunto che ſia il mobile in A, cioè a quell' altezza, da cui cadendo ſi averebbe acquiſtato la primitiva velocità impreſſagli; imperocchè le forze S O, H E, G A nel moto rettilineo all' insù, e le forze M K, L I, A F nella ſalita curvilinea, imprimono al mobile gli ſteſſi gradi di velocità contrarj alla ſua direzione, e però ne' punti egualmente alti, la velocità impreſſa al mobile dal proiciente, verrà diminuita con eguali decrementi, che ſono appunto gli ſteſſi accreſcimenti di velocità, che averebbe il mobile dalle medeſime forze, quando ſcendeſſe all' ingiù.

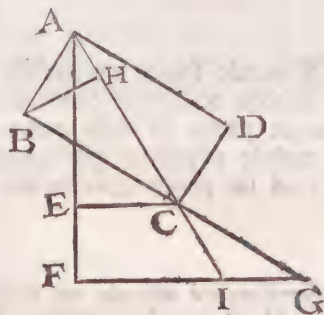
Corollario IV.

Se il centro C de' gravi è in una immenſa lontananza, le rette A C, L C diventano parallele, e gli archi E L, S M ſi ſtendono in rette orizzontali, come qui ſulla ſuperficie della terra ſogliono conſiderarſi; e però i Gravi per qualunque piano, o per qualſivoglia curva cadano da uno ſteſſo punto ſublime ſul medeſimo orizzonte, vi acquiſtano lo ſteſſo grado di velocità, che guadagnerebbero cadendo perpendicolarmente dalla medeſima altezza: e queſto grado di velocità, quando ſi dirigeſſe nel mobile allo insù, potrebbe ricondurlo alla medeſima altezza, da cui è diſceſo. 407

24 Qui però è da avvertirſi, che ſebbene ciò ſi verifica del moto per un ſolo piano, o per una continua curva, o per una porzione di curva, congiunta alla ſua tangente, o ad altra curva, che la tocchi: non così accade già paſſando il mobile per più piani variamente inclinati, o per più curve, che ſi ſeghino, o per una curva, ed una retta, che la tagli in qualunque maniera: come avvertì il Sig. Varignon *nelle Memorie dell' Accademia Regia di Parigi de'* 22. *Novembre* 1704. Il che ſi farà manifeſto dalla ſeguente

Pro-

Proposizione VIII.

Scenda un grave dalla quiete pel piano A C: indi si rivolga sul piano C G. Dico, che in esso non vi entrerà colla velocità acquistata per la caduta A C, o per l' egualmente alta A E, ma con tal parte sola di essa, a cui stia la medesima, come il seno totale A C alla C B (determinata dal riscontro della perpendicolare A B sopra la G C continuata) seno di complemento dell' angolo A C B, con cui sono vicendevolmente inclinati i detti piani.

Si compisca il rettangolo A D C B. E' certo appresso i Meccanici, che il moto per A C si può intendere composto delli due collaterali per A D, e per A B; dimanierachè, esprimendosi per A C la velocità acquistata per la caduta A C, equivalerà questa alla velocità A B per la direzione A B, ed alla velocità A D, ovvero B C per la direzione A D, o per la sua parallela B C G; ma passando il mobile sul piano C G, che lo sorregge secondo la perpendicolare B A, viene ad elidere l' effetto della velocità A B, impiegandola tutta in premere il detto piano C G; dunque gli rimane impressa solamente, e spedita ad esercitarsi per la direzione C G, la velocità A D, ovvero B C, con cui comincerà a scendere lungo il piano C G, accelerandosi poi, come richiede la natura di questo moto, ed acquistando i gradi conseguenti a quello, che abbiamo detto rimanergli impresso all' entrare, che fa sul nuovo piano. Dunque il grado di 408 velocità acquistato nel fine del piano A C, sta a quello che gli resta impresso nel passaggio al piano contiguo C G, come A C a C B, cioè come il seno totale al seno di complemento dell' angolo A C B contenuto da ambi i piani; Il che ec.

Corollario I.

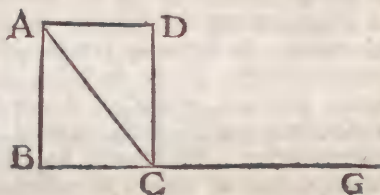
Quanto più ottuso è l' angolo A C G contenuto da' piani A C, C G, e conseguentemente quanto più acuto è l' altro A C B, tanto maggiore sarà la velocità B C, che rimane al mobile sul nuovo piano, e più si accosterà ad ugualgliare la velocità A C, che aveva nel fine del primo piano; onde perchè nella continuazione d' una curva, o nel passaggio da una curva alla retta, o ad altra curva sua tangente, o viceversa rivoltandosi il mobile dalla tangente alla curva, l' angolo A C G si fa ottusissimo, e l' altro A C B è infinitamente piccolo, per essere minore di qualunque angolo acuto rettilineo, *per la 16. del 3. degli Elementi*, ne segue che in questi casi non si diminuisce la velocità conceputa, passando il mobile per tali confini, ma se la mantiene intiera, anzi l' accelera, come cadendo nel perpendicolo, o per un piano continuato, sicchè ne' punti egualmente alti dall' orizzonte ha la stessa velocità.

Corollario II.

Tirando dal punto B la B H perpendicolare sopra il primo piano A C, il mobile sceso per li due piani A C, C G fino all' orizzonte G F, in vece di avere la velocità, che si sarebbe acquistato cadendo per la perpendicolare A F, o per

o per lo piano continuo A C I, ſi troverà d' avere ſolamente quella, che è dovuta alla diſceſa H I, imperocchè, eſſendo B C media proporzionale fra la C A, e la C H, ſarà la velocità per la C A a quella per C H, come C A, a C B; ma ancora la velocità guadagnata per la ſceſa A C a quella, che reſta al mobile nell' ingreſſo del piano C G ſta nella ſteſſa proporzione di C A alla C B; dunque la velocità, che reſta al mobile nel principio del piano C G, uguaglia quella che averebbe dopo la diſceſa C H; ed in ciaſcun punto della C G, e della C I ugualmente alto dall' orizzonte G F egualmente ſi accreſce; dunque la velocità acquiſtata in G per li due piani congiunti A C, C G, uguaglia quella, che averebbe cadendo dall' altezza H I, e non dalla A I, o dalla A F; Il che ec.

Corollario III.

Dovendo un mobile dopo la ſceſa del piano A C rivolgere il moto pel piano orizzontale C G, anderà per eſſo equabilmente, ma con tale velocità, che ſtia all' acquiſtata nel punto C del piano A C, come B C ſeno dell' angolo C A B, che miſura l'inclinazione di detto piano col perpendicolo, al ſeno totale A C, come convince la ſteſſa dimoſtrazione addotta per la Propoſizione principale.

Corollario IV.

E però cadendo perpendicolarmente ſull' orizzonte per la A B, ſi ſmorzerà il ſuo moto (quando non ribalzi allo insù per forza elaſtica) annullandoſi coll' angolo C A B il ſeno B C, e conſeguentemente riducendoſi in nulla quella velocità, che gli dovrebbe rimanere da eſercitarſi nel piano orizzontale, che totalmente ſoſtiene l' impreſſione del mobile: tanto più, che facendo la perpendicolare A B angolo retto con qualunque linea tirata per lo ſteſſo punto B nell' orizzonte, non vi ſarebbe maggior ragione, che andaſſe più per l' una, che per l' altra. 409

25 Tutto quello però, che dice il Galileo del moto per l'orizzonte preceduto da una caduta per la perpendicolare, o per un piano inclinato: e quanto aſſeriſce del paſſaggio da un piano ad un altro, deve intenderſi non aſſolutamente, ma *ex hypotheſi*, che riteneſſe il mobile nell' orizzonte, o nel nuovo piano inclinato tutta quella velocità, che ſi era acquiſtata colla caduta; e facendo conto della diminuzione di velocità, che ſecondo le coſe ſopra dimoſtrate debbe ſeguire, ſi dirà, per eſempio, che cadendo un mobile dal piano A C, e volgendoſi per l' orizzonte C G, in tempo eguale a quello della caduta, farà per l' orizzonte uno ſpazio C G duplo non già di A C, ma della ſola C B, che miſura la velocità, di cui reſta affetto; di più, che ſtando C G dupla di C B, ſi farà in minor tempo il viaggio per le due A C, C G, che per qualunque altra parte minore, o per qualſivoglia maggior porzione di detto piano, colla ſteſſa orizzontale; e così diſcorrendo d' altre rifleſſioni, che ſi potrebbero fare.

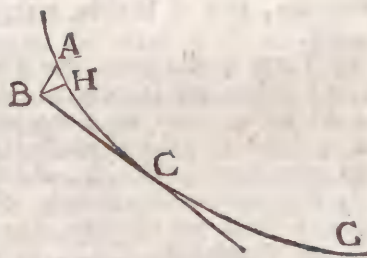
26. Tra queſte però non parmi di dovere omettere, che la *prop.* 36. del Galileo, in cui dimoſtra farſi in minor tempo la diſceſa d' un Grave per due corde iſcritte nel quadrante d' un cerchio, che per una ſola, ed anco in più breve tempo paſſarſi tre corde, che due ſole ſottendenti lo ſteſſo arco ſotteſo da quelle,

le, e così di mano in mano, benchè in astratto si verifichi, fatta quell' ipotesi matematica del conservarsi nell' ingresso del susseguente piano la velocità acquistata nel fine dell' antecedente: non così però riesce vera in concreto, perchè di fatto fisicamente quella velocità si varia, e si diminuisce nella proporzione sopra dimostrata, il che trattiene il mobile più lungo tempo ne' susseguenti piani, onde assolutamente ricerca per lo più maggior tempo nell' andare da un termine all' altro per più linee rette inflesse a varj angoli, che per una sola retta stesa fra i medesimi estremi; in conseguenza di che, ancora quello che asserisce lo stesso Galileo nella Scrittura del fiume Bisenzio, che più speditamente scorra l' acqua andando per più rivolte, che per un diritto Canale, dee limitarsi a più condizioni, e circostanze, non verificandosi tanto generalmente, quanto pare, che suonino l' espressioni del nostro Autore.

27 Molto meno si verifica (data ancora la sua ipotesi, che la velocità non dovesse nel passaggio da un piano all' altro scemare) che la via da spedirsi in un tempo brevissimo da un punto all' altro sia la circonferenza d' un cerchio; nè l' argumento del Galileo conclude altro, se non che il viaggio per l' arco del cerchio sia fatto in tempo più breve, che per la somma de' lati d' un poli- 410 gono iscrittovi, stante la solita sua supposizione; e collo stesso metodo averebbe potuto provare, essere più breve il tempo per un arco di parabola, o d' iperbola descritta per gli stessi termini, in paragone de' lati, che alla medesima curva fussero iscritti. Ma questo non è un essere assolutamente speditissimo il viaggio da un punto all' altro, in relazione di qualsivoglia via rettilinea, o curvilinea, che scieglier si potesse; per la qual cosa fu sommamente da commendarsi il Problema proposto da Giovanni Bernulli celebre Matematico del secolo scorso, e da lui, siccome ancora separatamente dal Sig. Leibnizio, felicemente sciolto negli Atti di Lipsia del *1696.* dimostrando nella maniera loro, che la curva cicloidale è quella, per cui in brevissimo tempo si porterebbe un Grave da un punto ad un altro più basso, non posto nella stessa linea perpendicolare all' orizzonte; il che ancora da noi, senza intrigo di calcoli, sarà geometricamente dimostrato, dopo di avere sopita certa difficultà, che ora mi sovviene potersi opporre al *Coroll.* I. *della precedente Proposizione*.

28 Si è detto ivi, che se la scesa del grave si faccia per una curva continuata A C G, o per due curve, le quali in C si tocchino, o per una retta, e una curva congiunte insieme nell' angolo del contatto A C B, che è infinitamente piccolo, non debba succedere veruna diminuzione di velocità, quale si dimostra succedere nel passaggio da un piano all' altro inclinati a qualsivoglia angolo rettilineo. A ciò potrebbe taluno replicare, che dall' essere minore il decremento della velocità, secondo che l' angolo A C B è acuto, ne segue bensì l' essere infinitamente piccolo, e per conseguenza insensibile, e da non considerarsi un tale decrescimento nel passaggio da B C in C G, mercè l' infinita piccolezza dell' angolo del contatto A C B; ma ciò non serve a provare, che in tutta la scesa per una curva continua non patiscano sensibile alterazione que' gradi di velocità, che ne' punti egualmente alti del perpendicolo si dovevano acquistare dal mobile; imperocchè variandosi in ciascuno degl' infiniti punti d' una curva la sua pendenza, benchè in ciascuno la diminuzione di velocità sia infinitamente piccola, in capo a un tratto sensibile di essa curva si saranno fatte infinite diminuzioni minime di velocità, che ne renderan-

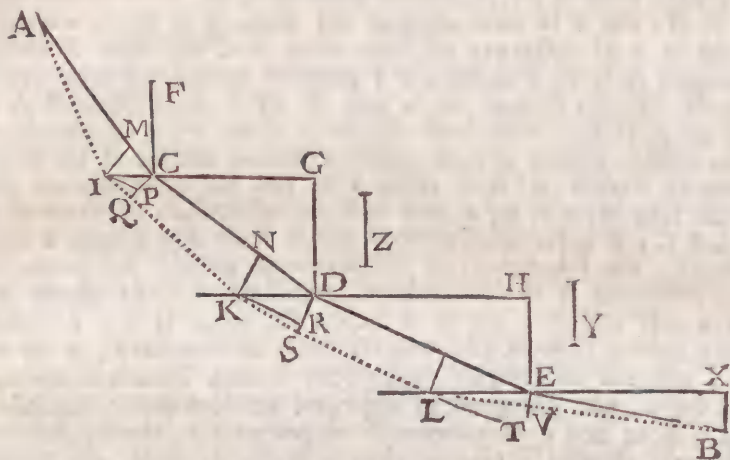
deran-

deranno il defalco notabile : essendo manifesto, che una parte infinitesima, infinite volte moltiplicata, diventa una grandezza finita, e comparabile coll' altre ordinarie.

29 La risposta alla quale istanza dipende dal dimostrare, che la diminuzione di velocità cagionata per l' angolo del contatto A C B non solo è infinitamente piccola, ma è infinite volte infinitamente piccola, cioè un infinitesimo del secondo ordine, e non del primo, ed appartiene al genere delle seconde differenze, non delle prime. Tirisi dal punto A quanto si voglia prossimo al punto del contatto C, la solita perpendicolare A B sopra la G C, e sopra la sua tangente prolungata verso B per la piccola porzione C B, e dal centro C descritto l' archetto B H, che è la perpendicolare dal punto B in H, o almeno vi passa sopra, sicchè la A H differenza del seno totale A C dal seno di complemento C B dell' angolo A C B, è uguale, o è piuttosto minore del seno verso del medesimo angolo. Essendo dunque *per la prop. 8. del 6. degli Elem.* C A ad A B, come A B ad A H seno verso dell' angolo A C B: e per la piccolezza infinita del detto angolo minore d' ogni acuto rettilineo, essendo il suo seno retto A B infinitamente piccolo, il seno verso A H sarà poi infinitamente più piccolo del medesimo seno retto A B; e però sarà un infinitesimo del secondo genere in riguardo di A C, il quale multiplicato infinite volte non giunge a fare una finita grandezza, ma solamente un infinitamente piccolo del genere di A B; che però la differenza A H della velocità acquistata A C da quella B C, che gli resta viva nell' ingresso, che fa il mobile sul piano C G, è infinite volte infinitamente piccola rispetto alla velocità finita da esercitarsi, e di sì poco la diminuisce, che tali decrementi moltiplicati ancora infinitamente in ciascun punto della curva, non giungono ad aggregare un decremento sensibile di velocità; onde sebbene non è da ammettersi in pratica ciò, che nel suddetto discorso sopra Bisenzio asserisce il Galileo circa le svolte de' fiumi, che passando l' acqua da un canale in un altro meno inclinato, non debba raffrenarsi la velocità conceputa, quando si tratti di canali inclinati a qualche angolo rettilineo, e sensibile: è però vero in tutto rigore l' asserto del medesimo Galileo trattandosi d' un fondo curvilineo, ed è molto giudizioso l' avvertimento, che ivi dà di compartire la pendenza de' fiumi secondo una curva concava più inclinata sull' orizzonte verso il suo termine, che nelle parti superiori, anzi che verso il fine diventerebbe quasi orizzontale: come in fatti suol praticare la Natura nel condurre l' acque al loro termine, ed a tale effetto sarebbe molto a proposito la curva della Cicloide, come già prima d' ogni altro avvisai *nelle mie Riflessioni su la controversia del Molino nell' Era al num. 6.* nè credo che sia diversa da un intera Cicloide la figura, che il Sig. Domenico Corradi Matematico del Serenissimo di Modena disse *in una sua Scrittura sopra il Reno inserita nella Visita di Monsig. Illustriss. Riviera a carte* 173. *e seguenti*, conveniente alle Botti sotterranee, perchè siano premute col minimo carico dell' acque, che debbono scorrere per esse Botti; mercechè vi si fermerà sopra l' acqua il minor tempo, che sia possibile, facendo per la Cicloide il viaggio più speditamente, che per altra curva, che abbia i medesimi termini; come, ben ricordevole della promessa fatta di sopra, or ora mi accingo a dimostrare. 411

30 Conviene però premettere a modo di Lemma, la soluzione del seguente Problema, il quale in parte fu già dimostrato dal Signor Cristiano Ugenio nel suo trattato del Lume, servendosene a dimostrare la ragione delle Refrazioni della luce qualora passa da un mezzo in un altro di densità diversa, come sarebbe dall' aria nel cristallo, o dal vetro nell' acqua, ec. ma qui da me viene steso questo Problema all' attraversamento di più, e diversi mezzi, come appresso vedremo.

 Pro-

Propofizione IX.

412 Debba un mobile portarfi da A in B più fpeditamente che fia poffibile, andando dal punto A verfo la linea C G colla velocità F C, e nello fpazio interpofto fra le due parallele C G, D H, colla velocità Z, e nello fpazio intercetto fra le parallele D H, E X colla velocità Y, e quindi fino in B colla velocità B X, fi cerca per quale ftrada doverà andare.

Si difpongano le rette A C, C D, D E, E B, talmente che i feni de' loro angoli colle perpendicolari tirate fopra le date parallele, quali fono A C F, C D G, D E H, E B X, fiano per ordine, come le velocità F C, Z, Y, B X. Dico, che per la ftrada A C D E B verrà il mobile da A in B in minor tempo, che per qualfivoglia altra ftrada A I K L B, ritenute ne' fiti fuddetti le fteffe velocità.

Si conduca I M perpendicolare fopra A C, K N fopra C D, L O fopra D E, e fatti gli angoli retti B E T, E D R, D C P, fi tirino I P parallela a C D, K R a D O, ed L T ad E B. Effendo adunque l' angolo C I M uguale ad A C F, ed I C P a C D G, e quefto a D K N, e K D R a D E H, il quale uguaglia E L O, ficcome L E T ad E B X (mentre ciafcuno degli angoli, che fi paragonano, compifce con un medefimo angolo la quantità d' un retto, come è manifefto a chi attentamente confidera nella figura la fua coftruzione) farà la velocità F C alla Z, come M C ad I P, che fono i feni degli angoli C I M, I C P; e però fi farà nello fteffo tempo M C colla velocità F C, ed I P colla velocità Z. Similmente, e per la medefima ragione, fi farà nello fteffo tempo N D colla velocità Z, e K R colla velocità Y; ed altresì O E colla velocità Y fi fpedirà nello fteffo tempo, che L T colla velocità B X; ma A I è maggiore
413 di A M, I Q maggiore di I P, e Q K maggiore di C N, ficcome K S è maggiore di K R, ed S L di D O, ed L V di LT, ed V B di EB; dunque fi farà in più lungo tempo la ftrada A I K L B, che l'altra A C D E B colle prefcritte velocità; Il che ec.

Si avverta, che febbene in vigore della coftruzione pare che fi dimoftri più breve il tempo, per la via A C D E B folo in paragone d'un' altra A I K L B,

che

che più si accosti alla perpendicolare tirata dal primo punto A su la retta C G: ad ogni modo convince ancora in paragone d' altra via, che si descrivesse al di là di A C, scostandosi più da detta perpendicolare, attendendo, che se è più breve il tempo del viaggio da A in B per la strada A C D E B, che per la A I K B, sarà viceversa, ritornando indietro da B verso A, più breve il tempo del viaggio B E D C A, che dell' altro B L K I A, la strada del quale si scosta più dell' altra dalla perpendicolare tirata da B sopra E X; onde resta la proposizione generalmente dimostrata.

Corollario I.

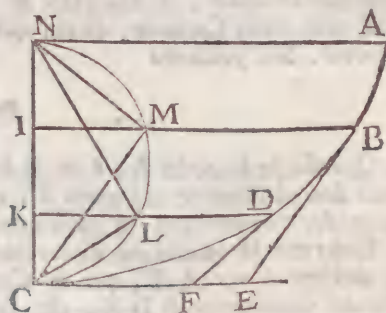
Quindi è manifesto, che la via da spedirsi in più breve tempo andando da un punto a un altro, non è la retta, se non quando si ha da mantenere in tutto il viaggio la medesima velocità; onde se si hanno da attraversare diversi mezzi, che diversamente resistano al moto; come dovendo attraversare varj campi, altri nudi, altri vestiti d' erbe, altri imbarazzati da spighe, e passare varie strade ingombrate da un flusso, e riflusso di popolo: non sarebbe buon consiglio l' andare verso il termine destinato per via retta: ma sarà meglio fare tali gomiti, e svolte, che i seni degli angoli delle loro inclinazioni siano come le facilità, che si hanno ad attraversare que' varj mezzi; come pratica ancora la Natura nelle Rifrazioni. Come se un oggetto posto in A doverà mandare un raggio, che lo renda visibile all' occhio posto in B, per varj mezzi A G, C H, D X, E B, tutti diafani, ma di varia rarità, sicchè abbia in essi più facile il passaggio di mano in mano, nella stessa misura, in cui crescono i seni degli angoli A C F, C D G, D E H, E B X: di fatto la via del raggio trasmesso sarà il flessilineo A C D E B, e non una retta immediatamente tirata dal punto A al punto B.

Corollario II.

Cadendo ancora un Grave dalla quiete, se non discende per una linea perpendicolare all' orizzonte, non verrà in un tempo brevissimo da un punto all' altro, cadendo per una linea retta, anzi nè meno per più rette inclinate a varj angoli, ma dee scendere per una curva, in cui i seni dell' inclinazioni, che hanno varie parti di essa curva col perpendicolo, siano come le velocità concepute nel cadere sino a' punti di quella curva.

Proposizione X.

Scendendo un mobile per l' arco d' una Cicloide A B C anderà dal punto A al punto C, o a qualsivoglia degl' intermedj B, D, in minor tempo, che se vi andasse per qualunque altra strada. 414

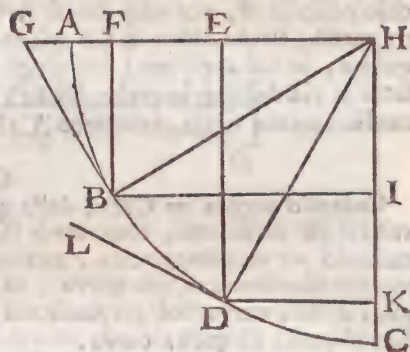
Imperocchè, come si è detto *nel Coroll.* 4. *prop.* 6. le tangenti B E, D F sono parallele alle corde corrispondenti nel cerchio genitore M C, L C; e però sono inclinate le porzioni di questa curva col perpendicolo, nel punto B all' angolo M C N, e nel punto D all' angolo L C N; ma le velocità ne' punti B, D dopo la caduta dal punto A sono le stesse, che ne' punti I, K dopo la caduta dal punto N, *per la prop.* 7. cioè in sudduplicata ragione delle scorse altezze N I, N K, come sopra col Galileo si è dimostrato; che è quanto dire, come le rette M N, L N, che sono appunto i seni de' suddetti angoli M C N, L C N. Dunque *per l' ultimo Coroll.*

roll. della precedente la via cicloidale A B D C si fa in un brevissimo tempo dal punto A all' estremo C, o a qualsivoglia degl' intermedii B, D; Il che era da dimostrarsi.

Corollario I.

Ancora da B in C caderebbe il Grave in un brevissimo tempo per l' arco B C, quando si supponesse nel punto B già affetto di quella velocità, che può acquistarsi cadendo per l' altezza A B, ovvero N I; ma se cominciasse a cadere dalla quiete in B, non basterebbe, per andare verso C in un brevissimo tempo, il mandarlo per l' arco B C, ma bisognerebbe descrivere tale Cicloide, che principiando per B passasse per C; il che come si faccia, viene insegnato dal Sig. Giovanni Bernulli *negli Atti di Lipsia del 1696.* descrivendo qualsivoglia Cicloide su la base B I, principiante dal punto B, e segandola con una retta, che congiungesse i punti B C: perchè allora, come l' intercetta dal perimetro di detta Cicloide sta alla BC, così il diametro del cerchio suo genitore starebbe al diametro del cerchio generante la Cicloide ricercata, che principiando da B passerebbe per C.

Corollario II.

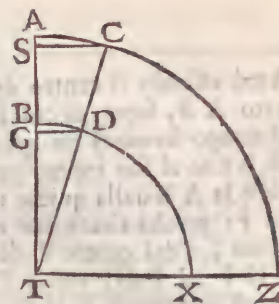
415

A volere, che la scesa da A in C si facesse in un brevissimo tempo, come conghietturava il Galileo, per l' arco del quadrante circolare A B D C, bisognerebbe, che le altezze F B, E D, che sono i seni degli angoli BHF, DHE, cioè delli GBF, EDB fatti dalla curva col perpendicolo, fussero come le velocità concepute nel cadere dalle medesime altezze; e conseguentemente, *per la prop. 7.* converrebbe, che un Grave cadendo dall' altezze H I, H K, avesse le velocità proporzionali agli spazj scorsi; il che dallo stesso Galileo si reputa impossibile, e da noi si è dimostrato *nel Coroll. 7. della prop. 4.* che a principiare il moto in tale ipotesi vi si richiederebbe un tempo infinito.

31 Prima di tralasciare la contemplazione della Cicloide, stimo ben fatto in questo luogo dimostrare, come le vibrazioni de' pendoli fatte in archi cicloidali maggiori, o minori, sono veramente equidiuturne: ciò che non accade alle vibrazioni circolari, se non fatte in archi minimi, in quanto esse poco si scostano dall' arco della Cicloide, di cui quel cerchio è combaciante, o come dicono, *osculatore*. Sia pertanto

Proposizione XI.

Quando le forze in A, e in B sono proporzionali agli spazj A T, B T da scorrersi fino al termine del moto T, essi spazj da un mobile, che si parte dalla quiete in A, ovvero in B, si passeranno in tempi uguali.

Descritto il quadrante di cerchio A C Z T, che sarebbe la scala delle velocità del moto per A T, *per lo Coroll. 4. della prop. 3.* si descriva l' altro quadrante concentrico B D X, che sarà altresì la scala delle velocità del moto per B T; perchè tirato il raggio T D C infinitamente prossimo all' altro T B A, e tirati i seni D G, S C, saranno gli spazj A S, B G infinitamente piccioli, e pro-

e proporzionali alle forze A T, B T, ovvero T S, T G; onde essendo le medesime sunnormali alle figure A C Z, B D X, ne segue, che ancora B D X T è la scala delle velocità del moto per B T (*per lo Coroll.* 1. *della prop.* 3.) e però, che ancora le velocità S C, D G sono come gli spazj A S, B G, i quali però saranno passati in egual tempo *per le cose dette al num.* 9. Così qualunque parte proporzionale di A T sarà scorsa in egual tempo, che una simil parte proporzionale similmente posta in B T, partendosi il mobile dalla quiete in B; e pertanto in egual tempo si passeranno le A T, B T; Il che ec.

Altrimenti. Essendo le sunnormali de' quadranti A C Z, B D X proporzionali alle forze, saranno essi le scale di velocità d' ambi i moti per A T, e per B T rispettivamente; sicchè rappresentando T Z la velocità acquistata nel fine del viaggio A T, si esprimerà dalla T X la velocità acquistata nella discesa B T; e perchè *per lo Coroll.* 3. *della prop.* 5. il viaggio A T, fatto in questa ipotesi acceleratamente dalla quiete, sta allo spazio, che si farebbe nello stesso tempo della caduta equabilmente coll' ultimo grado di velocità T Z, come il raggio ad un quarto di periferia circolare; dunque nel tempo della caduta A T, si farebbe equabilmente colla velocità T Z l' arco del quadrante A C Z; similmente nel tempo della caduta B T, si passerebbe equabilmente colla velocità T X il quadrante B D X, ma essendo gli spazj A C Z, B D X proporzionali alle velocità T Z, T X, si farebbe l' uno, e l' altro spazio equabilmente in tempo eguale; dunque altresì uguale è il tempo della caduta A T a quello della caduta B T; Il che ec. 416

Corollario I.

Quindi si ha, che in detta ipotesi il tempo con cui un projetto tirato dal punto A colla velocità T Z, che pareggiasse la sua Gravità in A, e con direzione perpendicolare al raggio T A, descriverebbe l'intera circonferenza, è quadruplo del tempo, che si impiegherebbe discendendo per lo raggio A T; ed uguaglia il tempo di qualsivoglia altra rivoluzione, che farebbe un altro mobile spinto dal punto B perpendicolarmente al raggio B T, con velocità abile a pareggiare, ed equilibrare la gravità in B, quale sarebbe la velocità T X: imperocchè, sebbene, come dimostra Cristiano Ugenio *nel Teorema* 5. *De vi centrifuga*, nell' ipotesi della Gravità costante, il mobile cadendo dalla metà del semidiametro acquista una velocità, con cui girando circolarmente ha la forza centrifuga uguale alla Gravità; nella ipotesi però della forza centripeta proporzionale alle distanze dal centro, solamente cadendo dall' altezza del semidiametro acquisterebbe la velocità equivalente alla Gravità sua.

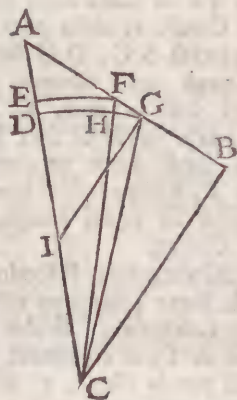
Corollario II.

Nella suddetta ipotesi qualunque Grave da qualsivoglia distanza partendosi, giugnerebbe nello stesso tempo al centro della terra; compensandosi la somma lontananza con una somma velocità, e la minima distanza con una incredibile tardità; come nella comune ipotesi della gravità costante, e delle direzioni sue parallele accade, che i gravi scendono nello stesso tempo per qualunque corda grande, o piccola, inclinata all' infimo punto d' un mezzo cerchio.

Corol-

417

Corollario III.

Anzi essendo il centro della terra C, ed un piano inclinato A B, sopra di cui sia C B perpendicolare, in egual tempo scenderà un grave per tutta la A C, che per la A B fino al suo infimo punto B; e nello stesso tempo si farebbe la A B dalla quiete in A, che la F B dalla quiete in F: perchè tirate due rette C F, C G infinitamente prossime, e dal centro C descritti gli archi F E, G H D: sarà H F ad F G, come F B ad F C, per esser simili i triangoli rettangoli F H G, F C B; ma la forza nel piano F G alla forza nella F H, o nella E D, sta come F B ad F C, ovvero a C E; e ciò sempre accade; dunque se le forze ne' punti E, D della verticale A C sono come le distanze E C, D C; le forze ne' punti F, G del piano inclinato sono come le F B, G B; onde in egual tempo dalla quiete si faranno E C, F B, D C, G B; e qualunque parte della A C si farà in egual tempo, che una parte simile della A B; dimanierachè, tirata I G parallela a C B, si faranno altresì in egual tempo le A I, A G, appunto come dimostra il Galileo dover succedere nella comune ipotesi della gravità, e supposte le direzioni de' Gravi parallele, che il diametro d' un semicircolo verticale, e qualunque sua corda (come A I, A G) si scorrono in tempo eguale.

Proposizione XII.

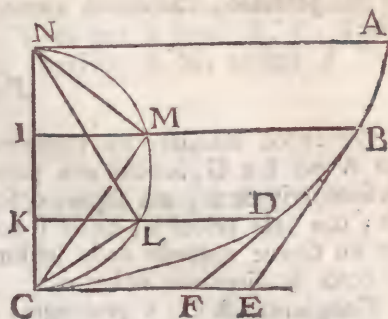
Nella stessa comune ipotesi della Gravità costante, e supposte le direzioni de' Gravi parallele, movendosi un Grave per la Cicloide A B D C, farà nello stesso tempo tutta la Curva A B D C, principiando dalla quiete in A, che qualsivoglia sua porzione B D C, principiando dalla quiete in B.

Perchè essendo le tangenti della Cicloide ne' punti A, B, D parallele ad N C, M C, L C corde del semicircolo, come *nel cap.* 8. *degli Ugeniani num.* 7. ho dimostrato, sarà la forza della Gravità relativa ne' punti A, B, D, come le stesse N C, M C, L C, (a cagione dell'essere N C ad M C per esempio, come la stessa M C a C I, cioè come la forza nel perpendicolo N C alla forza sul piano inclinato M C) ma la curva A B C è dupla di N C, e la B C dupla di M C, e la D C dupla di L C, *per le cose dette nella Epistola Geometrica soggiunta agli Ugeniani n.* 17. dunque le forze in A, B, D sono per ordine, come gli spazj curvilinei A B C, B C, D C, da scorrersi fino al termine C infimo della Cicloide; onde i detti spazj, *per la prop. antecedente*, si passeranno in tempo eguale; Il che era da dimostrarsi.

Corollario.

418

Perchè dunque Cristiano Ugenio dimostra, che nello svolgersi la Cicloide descrive una curva simile, ed eguale a se stessa, posta inversamente; se il supremo capo del filo, a cui è sospeso un pendolo, sarà ristretto fra due Cicloidi, che obblighino il suo termine inferiore a descrivere le vibrazioni per arco cicloidale, saranno queste equidiuturne, tanto facendosi un arco maggiore, che per un' altro minore; laddove il pendolo ordinario, che descrive l' arco circolare, sola-

solamente facendo vibrazioni minime, le farà in tempo sensibilmente eguale, in quanto quegli archi imitano la curvatura d' una cicloide descritta sull' asse sudduplo della lunghezza di esso pendolo, che è il raggio del cerchio, da cui è combaciata la medesima cicloide; o pure in quanto quegli archi minimi si possono prendere per le corde iscrittevi dall' infimo punto del cerchio, per le quali corde già dimostrò il Galileo farsi la discesa de' Gravi nel medesimo tempo.

32 Voleva qui dire qualche cosa della celebre, ed ingegnosa opposizione fatta dal P. Gio: Francesco Vanni alla Proposizione Meccanica del Galileo, da lui supposta in questo Trattato, e da noi altresì ne' precedenti paragrafi accennata, che il momento della Gravità in un piano inclinato stia al momento nel perpendicolo, come reciprocamente il perpendicolo alla lunghezza di esso Piano. Ma essendo stato quest' Autore da tant' altri valentuomini confutato (sebbene da taluno con mezzi poco sussistenti, e con erronei principj fecondi d' altri assurdi gravissimi) non stimo opportuno il diffondermi sopra di ciò, rimettendomi alla mia *Epistola Matematica de Momento Gravium &c.* dove la proposizione del Galileo è fondatamente dimostrata, e confutato il Porzio, ed il Giordano, Autori che vanamente hanno preteso di riformarla in maniere diverse da quella, che propose già il P. Vanni, perchè la via della verità essendo una sola, chi la smarrisce una volta, e l' abbandona, si trova disperso in mill' altre strade fallaci, che conducono all' errore, e tra queste non sa discernere, quale sia quella, cui debba attenersi; onde perde il tempo, e la fatica, vagando inutilmente, senza sapere dove possa sicuramente far capo.

33 Similmente tralascio di rispondere ad alcuni, che pare vogliano redarguire d'incoerenza nelle sue opinioni il Galileo, perchè supponga qui la forza della Gravità costante, il che è incompossibile coll' ipotesi Pitagorica del moto della Terra, di cui si mostrò il nostro Autore così appassionato partigiano; imperocchè, come mostrano il Sig. Varignon *nelle memorie dell' Accademia Regia del* 1707. ed il Sig. Ermanno *negli Atti di Lipsia* 1707. la diurna vertigine deve imprimere tali forze centrifughe in varie altezze di valore diverso, che attemperino diversamente, e raffrenino dove più, dove meno lo sforzo della Gravità, onde se questa era costante, supposta la quiete del Globo terraqueo, dove riuscire poi variabile, facendola girare d' intorno al proprio asse. Ma, come gli stessi Autori confessano, nelle distanze, in cui si può da noi sperimentare l' azione della Gravità, rispetto alla gran distanza dal centro della terra, non può esservi gran differenza di forza centrifuga, e però cessa ogni cagione di sospettare, che si renda disuguale l' azione della Gravità, perchè rimarrà da per tutto egualmente diminuita, onde resterà di costante, ed invariabile quantità. Oltredichè se si volesse, che in tutto rigore rimanesse l' azione della Gravità costante, benchè defalcata dalla varia impressione della forza centrifuga, che può avere in varie distanze, basta supporre, che la detta forza della Gravità fusse primitivamente varia in quella proporzione, ed a quella misura che bisogna, per fare, che detrattane la contraria azione della forza centrifuga, il resto rimanga della medesima quantità.

34 Prima di dar fine a queste note mi pare d' aggiungere un' altra proposizione, benchè attenente piuttosto al moto de' Projetti, la quale servirà per illustrare, ed amplificare la proposizione 7. del Dialogo quarto, rendendone l' uso più

419

so più generale, con molto vantaggio della Pratica, a cui può in infiniti casi servire.

Proposizione XIII.

Dovendosi mandare un Projetto dal luogo A nel sito G, benchè non posto nel medesimo orizzonte, ma sopra, o sotto di esso, con tale velocità, quale si acquisterebbe un Grave cadendo dalla sublimità S A: si cerca la direzione del tiro.

Congiunta A G; e prolungata la verticale S A al di sotto verso F, si faccia sopra la S A una porzione di cerchio capace dell' angolo G A F, e posta A H uguale ad un quarto della A G, si alzi la verticale H M. Se questa non concorre colla porzione circolare A M S, non sarà sufficiente la data velocità a condurre il projetto da A in G, ma vi vorrà velocità maggiore: ma se concorre con essa in uno, o due punti M, m, si congiunga A M; questa sarà la direzione, con cui facendo il tiro, anderà il Projetto a ferire nel destinato scopo G.

Perchè divisa A G per mezzo in I, e per M condotta N M C parallela ad A G, e tirata la verticale I C, che concorre colla direzione A M in K, e congiunta C H B, che sarà parallela ad A M, perchè essendo A H uguale ad H I, sarà A M uguale ad M K, e K C a C I, cioè ad M H, a cui è ancora parallela, e però M K, C H sono parallele, e tirisi ancora alla stessa direzione A M parallela G F, e finalmente congiungasi S M; sarà dunque l' angolo S M A nella porzione uguale all' angolo G A F, ovvero M N A; dunque essendo ancora l' angolo M A N comune, saranno simili i triangoli S M A, N M A; e però la proporzione di S A ad A M sarà la medesima, che di A M ad A N, ovvero ad A B, che gli è uguale, siccome N M uguaglia la M C; onde il rettangolo S A B uguaglierà il quadrato della A M, o pure della B H; e presi i quadrupli, sarà il rettangolo di A B nella quadrupla di S A, uguale al quadrato della B C; dunque il punto C è in una parabola descritta colla direzione A M, e colla data velocità prodotta dalla caduta della sublimità S A, che è sempre la quarta parte del lato retto appartenente al diametro A B; ma essendo G A quadrupla di A H, ancora G F è quadrupla di B H, di cui è dupla la B C; onde il quadrato F G è qua-

420

quadruplo del quadrato B C, come F A è quadrupla di A B; dunque ancora il punto G è nella ſteſſa parabola deſcritta come ſopra per li punti A, C; E però fatto il tiro colla data velocità ſecondo la direzione A M, anderà il Projetto a batter nel punto G, Il che ec.

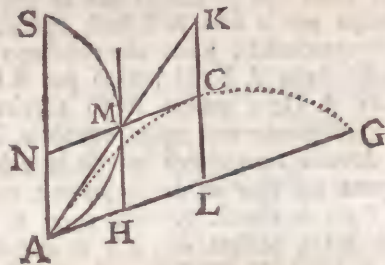
Corollario I.

E' manifeſto, che la N C è tangente della Parabola, eſſendo A B uguale ad A N.

Corollario II.

Se la retta H M ſega l' arco A M S in due punti M, m, ſi potrà fare il tiro per qualunque delle due parabole A C G, A C G, l' una ſuperiore, l' altra inferiore, eſſendo l' angolo G A M (fatto dalla tangente, e dalla ſegante) uguale all' angolo A S M (nella porzione alterna) ovvero all' angolo S A m (che corriſponde all' arco S m uguale ad A M) onde ambe le direzioni A M, A m ſono egualmente inclinate, quella col piano A G, queſta colla verticale A S.

Corollario III.

Ma ſe H M tocca nel punto M l' arco A M S, che ſarà il ſuo punto di mezzo, ſarà poſſibile una ſola parabola, e queſta manderà il tiro ſul piano A G più lontano che ſia poſſibile: perchè l'ordinata M N rieſce la maſſima di tutte, e di queſta è quadrupla la A G: dimanierachè il più ampio tiro, che poſſa farſi ſul piano A G, è quello, in cui la direzione A M ſega per mezzo l' angolo S A G, contenuto dal detto piano, e dalla verticale; e quanto più una direzione ſi accoſterà al punto di mezzo dell' arco A M S, manderà più lungi il projetto, che quando più ſe ne dilungherà. Appunto come rieſce tirando ſul piano orizzontale (che fa angolo retto colla verticale) che inclinando la direzione alla metà di detto angolo, cioè a 45. gradi, ſi manda il tiro più lontano che ſia poſſibile.

Corollario IV. 421

Viceverſa, per mandare un Projetto dal punto A allo Scopo G poſto ſul piano A G, volendo impiegarvi la minima quantità poſſibile di forza, o di polvere, o di velocità, baſta fare il tiro colla direzione, che ſeghi per mezzo l' angolo contenuto dal detto piano, e dalla verticale, cercando ſuſſeguentemente quale quantità d' impeto gli convenga.

E tanto baſti di aver detto per illuſtrare queſte dottrine, avendomi impedito di ſtendere moltiſſime altre ſpeculazioni, che aveva in pronto in queſto propoſito, l' eſſere occupato in affari di tutt' altra iſpezione, che da' ſtudj di queſta ſorta continuamente diſtratto mi tengono.

APPENDICE

35. In conſeguenza di quanto ſi è di ſopra dimoſtrato nel Coroll. 3. della Prop. VIII. ſi può riſolvere il Problema ſeguente.

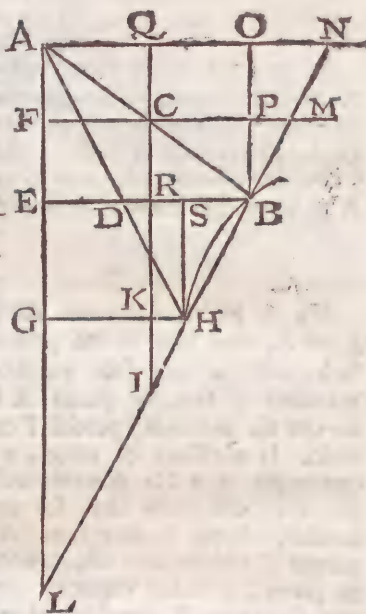
Propoſizione XIV.

Scenda un Grave pel piano A D, e quindi ſi volga per l' orizzontale D B verſo B. Si cerca qual proporzione abbia il moto per le due A D, D B, in qualſivoglia poſizione della A D, al tempo per la ſola A B.

Diviſa per mezzo la perpendicolare A E in F, e l' orizzontale EB in R, ſi tirino FCP, RCQ parallele alle E B, E A; e per B, fra gli aſintoti G P, C R, ſia deſcritta l' iperbola di Apollonio B H, con cui concorra la A D continuata in H. Dico che il tempo per le due A D, D B, al tempo per la ſola A B ſtarà come A H ad A B.

Imperocchè, poſto che il tempo per A B ſia eſpreſſo dalla A B, il tempo per A D ſarà miſurato dalla A D; e queſto ſteſſo ſervirebbe a ſcorrere nell'orizzonte con moto equabile il duplo di A D, ſe doveſſe mantenerſi in eſſo la velocità A D conceputa nel fine di detto piano; ma reſtandogli viva (*per lo Coroll.* 3. *della prop.* 8.) la ſola velocità E D, paſſerà con eſſa il mobile nell' orizzonte il duplo di eſſa E D nel medeſimo tempo A D, e tirata H S perpendicolare a D B, paſſerà nel tempo D H, colla detta velocità E D, il duplo della D S, cioè la D B: perchè tirata H G parallela a B E, che ſega la C R in K, e congiunta la B H, che concorre colle A Q, F C, A E, Q R, in N, M, I, L, ſarà O N dupla di P M, cioè di K H (per eſſere B M uguale ad H I ſecondo Apollonio, e conſeguentemenre P M uguale a K H) e la A O è dupla di A Q, o di G K; dunque tutta la A N è dupla della G H; e però N L è diviſa per mezzo in H; onde H è il centro del ſemicircolo deſcritto ſul diametro N L, che paſſerebbe per l' angolo retto N A L; ſicchè H A uguaglia H N, e però ancora H B uguaglia H D, onde la H S eſſendo perpendicolare alla baſe del triangolo iſoſcele D H B, taglierà eſſa baſe B D per mezzo in S; dunque eſſendo il tempo per D B miſurato dalla D H, ſarà il tempo per le due A D, D B miſurato dall' intera A H, mentre il tempo per la ſola A B ſi eſprimeva dalla medeſima A B; ſta dunque il tempo per A D, D B al tempo per A B, come A H ad A B; Il che ec.

Corollario I.

Se col centro A, e col raggio A B ſi deſcriveſſe un arco di cerchio, che tagliaſſe l' iperbola in H, congiunta A H ſegante l' orizzontale E B in D, ſarebbe il

be il tempo per le due A D, D B uguale al tempo per la sola A B, riuscendo allora A H uguale alla A B.

Corollario II.

Ma se il cerchio descritto col raggio A B toccasse l' iperbola in B, sarebbe A B la minima linea, che condurre si potesse dal punto A al perimetro della iperbola, cioè appunto il suo asse; ed il tempo per A B sarebbe minore, che il tempo per qualunque inclinata A D, coll' orizzontale D B; siccome se A H fusse la minima linea, che si potesse condurre dal punto A sul perimetro della iperbola (come può accadere quando l' orizzontale E B non passa pel vertice principale, o termine dell' asse della sezione) allora il tempo più breve per andare da A in B sarebbe quando il mobile vi arrivasse per le due A D, D B.

36 Il modo poi da determinare questa minima A H, dipende da un Problema solido, sciolto dal Sig. Viviani *de Maximis & Minimis lib. 2. prop. 22. nell' ultimo caso*, e da me si scioglie nella seguente maniera.

Proposizione XV.

Se dal punto A al punto B debba portarsi un Grave in brevissimo tempo, parte per una inclinata A D, parte per l' orizzontale D B: trovare il sito di quella inclinata. 423

Se fusse il perpendicolo A E uguale all' orizzontale E B, la stessa A B si farebbe in brevissimo tempo, nè accaderebbe cercare altra inclinata A D, che coll' orizzontale D B si potesse in minor tempo passare: come *per la costruzione della precedente*, *e per lo Coroll*. 2. di essa si fa manifesto.

Molto meno si potrebbe trovare il minimo tempo per una inclinata, e per l' orizzontale, se fusse A E maggiore di E B.

Sia dunque A E minore di E B, e pongasi E D la prima di due medie proporzionali fra le stesse A E, E B, e congiungasi A D. Sarà il viaggio per A D, e per D B fatto in brevissimo tempo; Perchè supposta essere B H l' iperbola descritta secondo la costruzione della precedente, con cui concorra la retta A D in H, e tirata la sua tangente Q H V, che convenga cogli asintoti in V, Q, e tirata H T parallela a C Q, cioè perpendicolare all' altro asintoto C V, segato dalla A D in X. Già B E è dupla di B R (*per la costruzione della precedente*) e B D dupla di B S (*come ivi pure si è dimostrato*) dunque la residua D E è dupla della rimanente R S; ma ancora D E è dupla di F X; questa dunque uguaglia la R S, ovvero la C T; sicchè X T uguaglierà la F C, cioè la metà di B E, come la T V uguaglia la C T, ovvero la R S, cioè la metà di D E; però X T a T V sta come B E ad E D, ovvero come il quadrato E D al quadrato E A (per essere E D la prima delle due medie tra B E, E A) *o per la similitudine de' triangoli*, come il quadrato X T al quadrato T H; onde X T, T H, T V sono continuamente proporzionali; e però l' angolo A H V è retto: sicchè A H è la minima di quelle, che dal punto A si possono condurre su la tangente Q V, e su la curva iperbolica B H; onde *per l' antecedente* essendo A H misura del tempo per le A D, D B; sarà il tempo per esse il minimo; ciò che dovevasi dimostrare.

LET-

LETTERA

DI GALILEO GALILEI

A . . . .

Nella quale si tratta del moto naturalmente accelerato.

Padova 16. Ottobre 1604.

Reverendissimo Padre e Sig. mio Colendiss.

469 RIpensando circa le cose del Moto, nelle quali per dimostrare gli accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma, mi son ridotto ad una proposizione, la quale ha molto del naturale, e dell' evidente, e questa supposta, dimostro poi il resto; cioè gli spazj passati dal moto naturale essere in proporzione doppia de i tempi, e per conseguenza gli spazj passati in tempi eguali essere come i numeri impari ab unitate, e le altre cose. Ed il principio è questo, che il mobile naturale vadia crescendo di velocità, con quella proporzione, che si discosta dal principio del suo moto; come v. g. cadendo il grave dal termine A per la linea A B C D, suppongo il grado di velocità, che ha in C, al grado di velocità, che ebbe in B, esser come la distanza C A alla distanza B A, e così conseguentemente in D aver grado di velocità maggiore che in C, secondo che la distanza D A è maggiore della C A.

A B C D

Averò caro, che VS. Molto Reverenda lo consideri un poco, e me ne dica il suo parere. E se accettiamo questo principio, non pur dimostriamo, come ho detto, l' altre conclusioni, ma credo, che abbiamo anco assai in mano per mostrare, che il cadente naturale, ed il projetto violento passino per le medesime proporzioni di velocità. Imperocchè, se il projetto vien gettato dal termine D al termine A, 470 è manifesto, che nel punto D ha grado d' impeto potente a spingerlo sino al termine A, e non più, e quando il medesimo projetto è in C, è chiaro, che è congiunto con grado d'impeto potente a spingerlo sino al medesimo termine A, e parimente il grado d'impeto in B basta per spingerlo in A. Onde è manifesto l' impeto ne' punti D, C, B andar decrescendo secondo le proporzioni delle linee D A, C A, B A; onde se secondo le medesime va nella caduta naturale acquistando gradi di velocità, è vero quanto ho detto, e creduto sin qui. Quanto alla esperienza della freccia, credo, che nel cadere acquisterà pari forza a quella, con che fu spinta, come con altri esempj parleremo a bocca, bisognandomi esser costà avanti Ognissanti. In tanto la prego a pensare un poco sopra il predetto principio.

A B C D

Quanto all' altro problema proposto da lei, credo, che i medesimi Mobili riceveranno ambedue la medesima virtù, la quale però non

opere-

opererà in ambedue il medesimo effetto, come v. g. il medesimo uomo vogando comunica la sua virtù ad una gondola, e ad una peotta, sendo l'una, e l'altra capace anco di maggiore; ma non segue nell'una, e nell'altra il medesimo effetto circa la velocità, o distanza d'intervallo, per lo quale si muovono. Scrivo allo scuro questo poco, basti più per soddisfare al debito della soluzione, rimettendomi a parlarne a bocca in breve; e con ogni reverenza li bacio le mani.

Lettera di Galileo Galilei al P. Ab. D. Benedetto Castelli contenente una dimostrazione d'un principio già supposto dall' Autore nel suo Trattato del Moto accelerato ne' Dialoghi de' Movimenti locali.

Molt' Ill. e Rever. Sig. e Patron Colend.

E' Manifesto pur troppo Sig. mio Reverendiss. che il dubitare in Filosofia è Padre dell'invenzione, facendo strada allo scoprimento del vero. L'opposizioni fattemi son già molti mesi da questo giovane, al presente mio Ospite, e Discepolo, contro a quel principio da me supposto nel mio Trattato del moto accelerato, ch'egli con molta applicazione andava allora studiando, mi necessitarono in tal maniera a pensarvi sopra, affine di persuadergli tal principio per concedibile, e vero, che mi sortì finalmente, con suo, e mio gran diletto, d'incontrarne, s'io non erro, la dimostrazione concludente, che da me fin' ora è stata qua conferita a più d'uno. Di questa egli ne ha fatto adesso un disteso per me, che trovandomi affatto privo degli occhi, mi sarei forse confuso nelle figure, e caratteri, che vi bisognava. E' scritta in Dialogo, come sovvenuta al Salviati, acciò si possa, quando mai si stampassero di nuovo i miei Discorsi, e dimostrazioni, inserirla immediatamente dopo lo Scolio della seconda proposizione del suddetto trattato (a facc. 103. di questa impressione) come Teorema essenzialissimo allo stabilimento delle Scienze del moto da me promosse. Questo lo comunico a V. S. per lettera prima che ad alcun'altro, con attenderne principalmente il parer suo, e dopo quello de' nostri Amici di costì, con pensiero d'inviarne poi altre copie ad altri Amici d'Italia, e di Francia, quando io ne venga da lei consigliato: e qui pregandola a farci parte d'alcuna delle sue peregrine speculazioni, con sincerissimo affetto la reverisco, e gli ricordo il continuare l'orazioni appresso Dio di Misericordia, e di Amore per l'estirpazione di quelli odii intestini de' miei maligni, infelici Persecutori. 454

D'Arcetri li 3. Dicembre 1639.

Di V. S. Molt' Ill. e Rev.

Affezionatiss. Serv. Obblig.
Galileo Galilei Linceo Cieco.

Lettera di Andrea Arrighetti a Galileo Galilei.

Molt' Ill. Sig. mio Osserv.

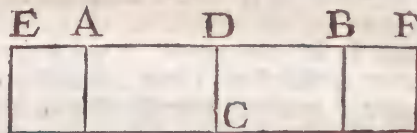
Firenze 25. Settembre 1633.

NOn ho potuto far di meno di non obbedire a quel tanto, che dal Sig. Mario Guiducci per sua parte mi è stato commesso, circa quel poco di studio, che aveva fatto intorno alla sua prima proposizione di Meccanica mandata

data qua da V. S. al medesimo Sig. Mario, quale insieme con alcune altre dimostrazioni da essa dependenti sarà in piè di questa. Son sicuro, che vedrà il tutto come cosa fatta per mio trattenimento, scusando se vi fusse qualche debolezza, e se, non l'avendo dipoi più riviste, anco nel copiarle mi scappasse qualche passerotto, e per conseguenza non potessero stare a martello. Se sentirò, che non ci abbia difficultà, e che queste non sieno convinte di falsità, mi affaticherò intorno all'altra mandata ultimamente, non essendo fuor di speranza, che si possa ritrovare anco in altra maniera la grossezza del proprio solido, unico ancor esso fra tutti i suoi simili, tanto mentre il suo momento sia superiore alla resistenza della sua base, quanto mentre segua il contrario. Non mi affaticherò in condolermi seco de' suoi travagli, sapendo ella benissimo quanto deva participarne, mediante gl'infiniti obblighi, che le professo. Del resto confermo a V. S. la mia osservanza, pregandola a ricordarmi servitore d'infinita obbligazione a Monsig. Illustriss. ed a conservarmi la sua buona grazia.

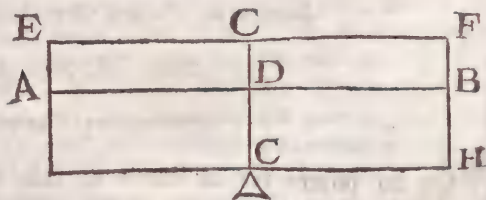
711

Poscritto. Dopo aver serrata la lettera mi son risoluto a mandare a V. S. anco la dimostrazione dell'ultima sua proposizione, la quale sarà aggiunta in fine di questa, e di nuovo la riverisco aspettandone il suo parere.

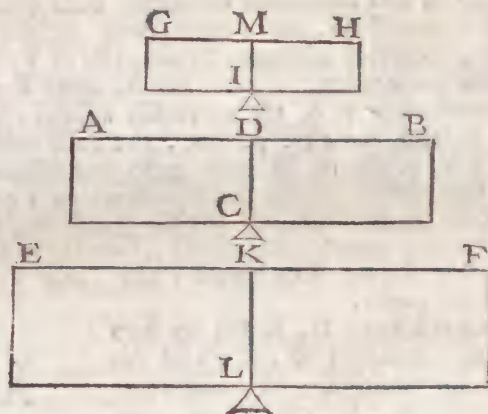
Dato un prisma, o cilindro di materia grave, e frangibile, ed omogenea in ciascuna sua parte, quale sia sostenuto in mezzo, o sivvero in una, o in ciascuna delle sue estremità, dico, che coll'andare allungando il detto solido si ridurrà a segno, che mediante il suo proprio peso si spezzerà nel punto dove sarà sostenuto, o sivvero in mezzo, quando sarà sostenuto in ciascuna delle sue estremità, e se il detto solido si andrà ingrossando, conservando la medesima lunghezza, quanto più si andrà ingrossando tanto, più sarà abile a sostenere altro peso oltre il suo proprio, e che fra gl'infiniti solidi simili al dato solido, un solo è quello, che è ancipite fra la fragilità, e la consistenza, sicchè ogni poco che sieno maggiori di quello si spezzeranno, e ogni poco che sieno minori saranno abili a sostenere oltre il lor proprio qualche altra quantità di peso. Sia il dato solido A B sostenuto in mezzo nel punto C, dico, che coll'andarlo allungando seguirà quanto si è detto di sopra. Allunghisi fino in E F, sicchè il punto C sia sempre in mezzo.

Perchè dunque nell'allungare il detto solido la base si conserva sempre l'istessa, si conserverà anco la medesima resistenza nel peso C; ma la facilità del superare tal resistenza va crescendo mediante l'allungamento delle D F, D E, siccome cresce anco il momento, che resulta dalle gravità de' suddetti solidi D F, D E, secondo che si accrescono i suddetti solidi, ne seguirà, che il detto solido E F si spezzerà mediante il suo proprio peso.

Accrescasi il solido A B per la sua grossezza fino in E F, conservando la medesima lunghezza. Dico, che seguirà tutto il contrario, cioè, che oltre al suo proprio reggerà qualche altro peso.

Perciocchè coll'accrescere il detto solido la resistenza alla resistenza è, come la base D C alla base G C, cioè come il soli-

do A H al solido E H, cioè come il momento del solido A H al momento 712 del solido E H; ma la differenza del superare tali resistenze si accresce tanto, quanto si accresce la C G, mentre stia ferma la lunghezza A B; adunque seguirà quanto si è proposto.

Dico di più, che facendosi altri solidi simili all' A B, fra gl' infiniti, che si posson fare, un solo è quello, che è ancipite fra la fragilità, e la consistenza, sicchè quanto saranno maggiori di quello, più facilmente si spezzeranno mediante il lor proprio peso, e quanto saranno minori, tanto più saranno abili a sostenere qualche altro peso, oltre il loro proprio.

Sia il solido A B, nello stato suddetto, e faccians i solidi E F, G H simili all' A B, cioè E F maggiore, e G H minore.

Perchè dunque le resistenze, che si fanno in C D, K L, M I, hanno fra di loro la proporzione delle basi C D, K L, M I, ed i momenti de' solidi A B, E F, G H hanno fra di loro la proporzione de' medesimi solidi, cioè de' cubi delle medesime C D, K L, M I, e le facilità del superare tali resistenze si conservano in tutti le medesime, ne seguirà, come si è proposto, che sempre il solido maggiore si spezzi in K L, ed il minore sia abile a sostenere qualche altro peso, oltre il suo proprio, e che A B sia unico in tale stato, come si era proposto, ed il medesimo seguirà mentre detti solidi sieno sostenuti in una, o in ciascuna delle sue estremità.

Di più volendo ridurre il solido E F di grossezza tale, che conservandolo della medesima lunghezza E F sia nel medesimo stato del solido A B, e sia ancor egli unico in tale stato fra tutti i solidi a lui simili, basterà (servendosi della passata figura) trovare la terza proporzionale delle due D C, K L, quale sarà il diametro della base del cilindro, che si cerca.

Perciocchè il momento del solido A B al momento del solido E F ha triplicata proporzione della D C alla K L, e la resistenza, che si fa in C D, alla resistenza, che si fa in K L, l'ha duplicata della proporzione della medesima D C, alla medesima K L, per esser solidi simili; ed il momento del solido E F al momento del solido ritrovato (per esser della medesima altezza) ha duplicata proporzione della D C, alla K L, e la resistenza del medesimo E F alla resistenza del solido ritrovato ha triplicata proporzione della D C alla K L; adunque tanto, quanto la proporzione della resistenza del solido A B alla resistenza del 713 solido E F è minore della proporzione del momento del solido A B al momento del solido E F, tanto la proporzione del momento del solido E F al momento del solido ritrovato è minore della proporzione della resistenza, che si fa in K L, alla resistenza, che si fa nella base del solido ritrovato; adunque la resistenza del solido A B alla resistenza del solido ritrovato, cioè quella, che si fa nelle lor basi, averà la proporzione del momento del solido A B al momento del solido ritrovato; adunque il solido ritrovato sarà nel medesimo stato del solido A B, ed il medesimo seguirà mentre il momento del solido A B alla resistenza,

che ſi fa in C D, abbia qualſivoglia altra data proporzione maggiore, o minore, che ſempre il ſolido ritrovato ſarà unico in tale ſtato fra tutti i ſolidi a lui ſimili.

Lettera di Galileo Galilei a Andrea Arrighetti.

Molt' Ill. Sig. Pad. Colend.

Di Siena 27. Settembre 1633.

IL guſto col quale ho lette, e rilette le dimoſtrazioni di V. S. è ſtato maggiore della maraviglia, quello cioè grandiſſimo per la ſottigliezza dell' invenzione, e queſta minore aſſai per eſſer opera dell' ingegno del Sig. Andrea Arrighetti; e l' ultima in particolare mi ha tenuto un pezzo confuſo, sì per l' inſolita teſtura, sì per la mia conſumata memoria, nella quale non prima s' imprimono i fantaſmi, che ſi cancellano. Serva queſto detto incidentemente per avviſo a V. S. di ſpeculare, mentre è giovane. Il progreſſo di V. S. è maeſtoſo, e s' innalza ſopra il comune geometrico, in certo modo, come il metafiſico ſopra il puro fiſico, mentre trattenendoſi V. S. tra univerſali aſtratti, par che ſdegni il particolareggiare, e di trattare con altre perſone, che colle molto profondate in queſti ſtudj. Replico a V. S. che ne ho preſo guſto grandiſſimo, e quando ella non iſdegnaſſe, che io ſoggiugneſſi queſta ſua dimoſtrazione a quella, che ne arreco io nel trattato, che ho per le mani, mi ſarebbe gratiſſimo, ſebbene per renderla apprenſibile anco ai mediocremente intelligenti, abbaſſando alle mie pianure, ma veramente con qualche ſcapito della maeſtà, alla quale V. S. l' innalza, la concluderei nel ſeguente modo.

Le reſiſtenze D, K ſon tra loro come i quadrati D, K, cioè come i quadrati K, M, cioè come i priſmi E, X, cioè come i momenti E, X. Le reſiſtenze K, M, come i cubi K, M, cioè come i cubi D, K, cioè come i priſmi A, 714 E, cioè come i momenti A, E; adunque per la perturbata, le reſiſtenze de' priſmi D, M, ſon tra loro come i momenti A, X, e però i medeſimi priſmi ſono in ſtati ſimili.

D · K · M
A · E · X
D A
K E
M X

Per quanto appartiene a me medeſimo, poſſo dire, che la gentiliſſima converſazione di queſto mio corteſiſſimo oſpite mi ſolleva notabilmente, e l'occupazione, che Dio mi dà intorno a varie contemplazioni, mi divertiſce aſſai la mente; e ſopra tutti i conforti, il creder, che V. S. e gli altri amici, e padroni cari mi continuino la lor grazia, mi rende men grave ogni mia afflizione.

Lettera di Galileo Galilei.

Molt' Ill. Sig. e Pad. Colend.

IN riſpoſta delle obbiezioni di V. S. dirò brevemente quello, che mi occorre, e quanto alla prima. Ella dice parergli, che nel principio del mio diſcorſo io voglia affermare, *che le macchine, che rieſcono in piccolo, riuſciranno anche in grande, purchè ſi oſſervi nelle moltiplicazioni la proporzione, che ſi dee nello ſtrumento, e nel-*

e nelle sue parti; e che l' affezione, che si trova sempre nella materia, non è argomento buono per provare il contrario, essendo che essa effezione è eterna, e sempre l' istessa, della quale si può dar regola, quanto si dà delle figure astratte. Sin qui son parole di V. S. in risposta delle quali conviene, che io confessi di non aver saputo spiegare il mio concetto con quella evidenza, che è necessaria per ben dichiararsi, e massime quando si arrecano proposizioni remote dalle opinioni comuni: dico per tanto, che l' intenzion mia fu molto diversa, anzi del tutto contraria dal senso, che V. S. ne ha cavato, avvengachè è falso, che io abbia stimato, che le macchine, che riescono in piccolo, debbano ancora riuscire in grande, tuttavolta che si osserverà le medesime proporzioni, ec. anzi ho voluto dire, che non possono in verun conto riuscire. Soggiugne V. S. appresso, che io ho detto, che l' imperfezione della materia non è argomento buono per provare il contrario, cioè per provare, che in grande non possano riuscire quelle macchine, che riescono in piccolo; anzi per l' opposito affermo, che di questo non poter riuscire la cagione risiede nella materia soggetta a mille imperfezioni, alterazioni, mutazioni, e tutti quelli altri accidenti, che V. S. va con esquisita particolarità connumerando; de' quali io non ho mai preteso, nè credo dato segno di pretendere, che se ne possa dare scienza; ma la cagione, che io riferisco, e ripongo nella materia, è diversissima da tutte queste, e non è soggetta a variazione alcuna, ma è eterna, immutabile, e però atta ad essere sotto necessarie dimostrazioni compresa, ma per quanto io credo non avvertita da altri. E per meglio dichiararmi seco, piglio il suo medesimo esempio di un ponte per passare un fosso largo v. g. venti piedi, il quale si trovi esser riuscito potente a sostenere, e dare il transito a peso di mille libbre, e non più; cercasi ora se per passare un fosso largo quattro volte tanto, un altro ponte contesto del medesimo legname, ma in tutti i suoi membri accresciuto in quadrupla proporzione, tanto in lunghezza, quanto in larghezza, ed altezza, sarà potente a reggere il peso di 4000 libbre, dove io dico di no; e talmente dico di no, che potrebbe anco accadere, che e' non potesse regger se stesso, ma che il peso proprio lo fiaccasse: avendo io con necessaria dimostrazione meccanica provato, esser impossibile, che due figure solide fatte dell' istesa materia, e che tra di loro sieno simili, e diseguali, sieno simili nella robustezza; ma che sempre a proporzione saranno le maggiori più deboli: di modo che, se averemo v. g. un' asta di legno di tal grossezza, e lunghezza, che fitta in un muro parallela all' orizzonte resti senza fiaccarsi dal proprio peso, ma che una grossezza di capello, che fusse più lunga si rompesse, dico tale asta tra le infinite, che si possono fare simili a lei del medesimo legno, esser unica, che resti sul confine tra il sostenersi, e il rompersi, sicchè nessuna delle maggiori di lei potranno reggersi, ma necessariamente si fiaccheranno; ma le minori reggeranno se stesse, e qualche altro peso di più, talchè se vorremo pigliare un' asta più lunga della detta, e che sia potente a reggere se stessa, bisogna alterare la proporzione, e farla più grossa di quel che ricercherebbe la similitudine delle figure. Ora la cagione, per la quale la resistenza al rompersi ne' solidi simili non cresca secondo le grandezze loro, io la provo con necessaria dimostrazione; dimostro ancora qual proporzione è quella, che la robustezza osserva nell' accrescimento delle figure: e finalmente dimostro nell' allungare la figura, quanto si debba alterare, ed accrescere più la grossezza, che la lunghezza, acciò la robustezza si augumenti ancora nelle figure maggiori a proporzione delle minori. Ma che io ricorra mai a dire, che queste varietà dependano dalle diversità di materie non solo differenti di specie, come legno, ferro, marmo, ma anco della medesima specie, essendo tante diversità di saldezza tra una sorta di legno, ed un' altra, ed anco nell' istesso legno, secondo che è tagliato dal tronco, o dal ramo, di una stagione, o di un' altra, vicino alla radice, o alla vetta; farei veramente troppo debole a volere arrecar queste notissime contingenze per ragio-

715

gione di effetti neceſſarj, e forſe fin ora non perfettamente penetrati dalli Artiſti ſcientifici. Di queſte reſiſtenze de' corpi ſolidi all' eſſere ſpezzati parlo io nel ſecondo Dialogo, dimoſtrando molte conlcuſioni utili, e dirò anco neceſſarie da eſſer 716 ſapute dal meccanico teorico, delle quali ſono per additarne alcuna; qual proporzione abbiano tra di loro le reſiſtenze di due priſmi, o cilindri ſolidi egualmente lunghi all' eſſere ſpezzati; e finalmente qual ſia quella de' diſeguali in lunghezza, e groſſezza, ſicchè conoſciuta la reſiſtenza di un picciol chiodo, o di una piccola caviglia di legno, o di qualſivoglia altra materia, io potrò dimoſtrativamente ſapere le reſiſtenze di tutti i chiodi, di tutti i pali, di tutte le catene di ferro, di tutte le travi, travicelli, antenne, alberi, ed in ſomma di tutti i ſolidi di qualſivoglia materia, rimoſſi però gl' impedimenti accidentarj di nodo, tarli, ec. In oltre eſſendo noto per l' eſperienza, che la medeſima trave, o catena di ferro è meno atta a reggere un peſo, che gli ſia attaccato nel mezzo, che verſo l' eſtremità, ſi cerca, qual ſia la proporzione, che abbiano fra loro le reſiſtenze di tutti i punti più, o meno lontani dal mezzo: e trovata qual ſia tal proporzione, paſſo a dimoſtrare, quanto ſi potrebbero andare aſſottigliando detti travamenti, o catene, acciò fuſſero in tutte le loro parti egualmente reſiſtenti, e dimoſtro qual figura doverebbero avere con alleggerimento notabile del lor proprio peſo. Oſſervo appreſſo, e dimoſtro, come, e per qual ragione, e con che proporzione canne, lance, ed altri ſtrumenti ſimili eſſendo voti dentro ſono più gagliardi, che altri della medeſima materia, lunghezza, e peſo, che fuſſero maſſicci, e ſodi. Altre notizie arreco, che ſervono a guſtare delle maraviglie delle fabbriche artifiziali, e più di quelle della natura, la quale intendendole tutte, tanto mirabilmente ſe ne ſerve nelle ſue ſtrutture, facendo, per eſempio, l' oſſa delli uccelli vote aſſai dentro, acciò ſieno leggiere, ed inſieme gagliardiſſime, quali non ſarebbero, ſe ritenendo il medeſimo peſo fuſſero maſſicce, perchè ſarebbero ſottili, e grandemente più deboli.

Lettera di Galileo Galilei al Marcheſe Guido Ubaldo dal Monte.

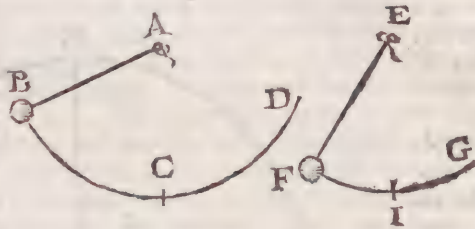
Ill. Sig. e Pad. Colend.

Di Padova li 29. Novembre 1602.

V. S. Illuſtriſs. ſcuſi la mia importunità ſe perſiſto in voler perſuaderle vera la propoſizione de i moti fatti in tempi uguali nella medeſima quarta del cerchio: perchè eſſendomi paruta ſempre mirabile, ora vie più mi pare, che da V. S. Illuſtriſs. vien reputata come impoſſibile, onde io ſtimerei grand' errore, e mancamento il mio, s' io permetteſſi, che eſſa veniſſe repudiata dalla di lei ſpeculazione, come quella, che fuſſe falſa, non meritando ella queſta 717 nota, nè tampoco di eſſer bandita dall' intelletto di V. S. Illuſtriſs. che più di ogni altro la potrà più preſto ritrarre dall' eſilio delle noſtre menti; e perchè l' eſperienza, con che mi ſono principalmente chiarito di tal verità, è tanto certa, quanto da me confuſamente ſtata eſplicata nell' altra mia, la replicherò più apertamente, onde ancora ella facendola, poſſa accertarſi di queſta verità.

Piglio dunque due fili ſottili lunghi ugualmente due, o tre braccia l' uno, e ſieno A B, E F, e gli appicco a due chiodetti A, E, e nell' altre eſtremità B, F, lego due palle di piombo uguali (ſebben niente importa ſe fuſſero diſuguali) rimuovendo poi ciaſcuno de i detti fili dal ſuo perpendicolo, ma uno aſſai, come ſaria per l' arco C B, e l' altro pochiſſimo, come ſaria ſecondo l' arco I F, gli laſcio poi nell' iſteſſo momento di tempo andare liberamente, e

l' uno comincia a descrivere archi grandi simili al B C D, e l' altro ne descrive de' piccoli simili al F I G, ma non però consuma più tempo il mobile B a passa-

re tutto l' arco B C D, che si faccia l' altro mobile F a passare l' arco F I G, di che mi rendo sicurissimo così.

Il mobile B passa per lo grand' arco BCD, e ritorna per lo medesimo DCB, e poi ritorna verso D, e va per 500 e 1000 volte reiterando le sue reciprocazioni, l' altro parimente va da F in G, e di più torna in F, e parimente farà molte reciprocazioni, e nel tempo ch' io numero v. g. le prime cento grandi reciprocazioni BCD, DCB, ec. un altro osservatore numera cento altre reciprocazioni per FIG piccolissime, e non ne numera pure una sola di più, segno evidentissimo, che ciascheduna particolare di esse grandissime B C D, consuma tanto tempo, quanto ogni una delle minime particolari F I G; or se tutta la B C D vien passata in tanto tempo, in quanto la F I G, ancora le loro metà, che sono le cadute per gli archi disuguali della medesima quarta saranno fatte in tempi uguali. Ma anco senza stare a numerar altro V. S. Illustriss. vedrà, che il mobile F non farà le sue piccolissime reciprocazioni più frequenti, che il mobile B le sue grandissime, ma sempre anderanno insieme. L' esperienza, ch' ella mi dice aver fatta nello scatolone, può essere assai incerta, sì per non esser forse la sua superficie ben pulita, sì forse per non esser perfettamente circolare, sì ancora per non si potere in un solo passaggio così bene osservare il momento stesso sul principio del moto, ma se V. S. Illustriss. pur vuol pigliare questa super- 718 ficie incavata, lasci andare da gran distanza, come saria dal punto B, liberamente la palla B, la quale passerà in D, e farà nel principio le sue reciprocazioni grandi d' intervallo, e nel fine piccole, ma non però queste più frequenti di tempo di quelle. Quanto poi al parere irragionevole, che pigliandosi una quarta lunga 100 miglia, due mobili uguali possano passarla uno tutta, e l' altro un palmo solo in tempi uguali, dico esser vero, che ha dell' ammirando, ma se consideriamo, che può esser un piano tanto poco declive, qual saria quello della superficie d' un fiume, che lentissimamente si muovesse, che in esso non averà camminato un mobile naturalmente più d' un palmo, nel tempo che un altro sopra un piano molto inclinato, (ovvero congiunto con grandissimo impeto ricevuto, anco sopra una piccola inclinazione) averà passato cento miglia; nè questa proposizione ha seco per avventura più inverisimilitudine di quello, che si abbia, che i triangoli tra le medesime parallele, ed in basi uguali sieno sempre uguali, potendone fare un brevissimo, e l' altro lungo mille miglia; ma restando nella medesima materia, io credo aver dimostrato questa conclusione non meno dell' altra inopinabile.

Sia del cerchio B D A il diametro B A eretto all' orizzonte, e dal punto A fino

ſino alla circonferenza tirate linee *utcumque* A F, A E, A D, A C. Dimoſtro mobili uguali cadere in tempi uguali, e per la perpendicolare B A, e per gli piani inclinati, ſecondo le linee C A, D A, E A, F A, ſicchè partendoſi nell' iſteſſo momento dalli punti B, C, D, E, F, arriveranno in uno ſteſſo momento al termine A, e ſia la linea F A piccola quanto eſſer ſi voglia.

E forſe anco più inopinabile parerà queſto pur da me dimoſtrato, che eſſendo la linea S A non maggiore della corda d' una quarta, e le linee S I, 719 I A; *utcumque*, più preſto fa il medeſimo mobile il viaggio S I A, partendoſi da S, che il viaggio ſolo I A, partendoſi da I.

Sin qui ho dimoſtrato ſenza traſgredire i termini meccanici, ma non poſſo ſpuntare a dimoſtrare, come gli archi S I A, ed I A ſieno paſſati in tempi uguali, che è quello che cerco.

Al Sig. Franceſco mi farà grazia rendere il baciamano, dicendogli, che con un poco d' ozio gli ſcriverò una eſperienza, che già mi venne in fantaſia, per miſurare il momento della percoſſa; e quanto al ſuo queſito, ſtimo beniſſimo detto, quanto ne dice V. S. Illuſtriſs. e che quando cominciamo a concernere la materia, per la ſua contingenza ſi cominciano ad alterare le propoſizioni in aſtratto dal geometra conſiderate; delle quali così perturbate, ſiccome non ſi può aſſegnare certa ſcienza, così dalla loro ſpeculazione è aſſoluto il Matematico. Sono ſtato troppo lungo, e tedioſo con V. S. Illuſtriſs. mi perdoni in grazia, e mi ami come ſuo devotiſs. ſervitore, e le bacio le mani con ogni reverenza.

Lettera di Galileo Galilei in riſpoſta al Bertizzolo.

MOlto vivamente, e con gran ſottigliezza riſponde il Sig. Bertizzolo alle mie difficoltà, per mantenere in piede la ſua concluſione, che ſecondo che creſce l' altezza dell' acqua ſopra il medeſimo declive, e per conſeguenza la gravità, debba ancora creſcere la celerità del ſuo moto, il che era ſtato da me meſſo in dubbio, pigliando occaſione di dubitare da quello, che vedo per eſperienza farſi nelli altri movimenti naturali, ne' quali i mobili omogenei, ancorchè diſegualiſſimi in mole, e per conſeguenza in peſo, ſi muovono tuttavia con pari velocità, come ciaſcheduno può ad ogn' ora vedere in due palle di ferro, o d' altra materia grave, delle quali una ſia grandiſſima, e l' altra piccoliſſima, che cadendo a perpendicolo, ovvero ſopra il medeſimo piano inclinato, ſi muovono colla medeſima velocità; del quale effetto, come altra volta diſſi, ne ho an-

ancora trovate due dimostrazioni, le quali però tralascio al presente, potendosene tanto facilmente vedere mille esperienze; le quali, prego il Sig. Bertizzolo a vedere, acciò non abbia a negare quello, che è più chiaro, che il Sole. Ma perchè rispondendo sottilmente soggiugne, che i predetti mobili diseguali, quando non avessero impedimento dell' aria, non pure si muoveriano disegualmente, ma che manterrebbero anco nelle loro velocità la proporzione medesima, che fosse tra le gravità loro, quasi che dal mezzo detta proporzione venga alterata: avendo io opinione in ciò molto diversa, e facendo questa considerazione molto a proposito al moto dell' acque, il quale non ha repugnanza d' altro mezzo, mi ci fermerò alquanto, e dirò, che indubitatamente stimo, che in uno spazio dove non fusse resistenza alcuna del mezzo, non solamente i gravi diseguali, ed omogenei, ma ancora gli eterogenei si muoveriano colla medesima prestezza, sicchè non più velocemente discenderebbe una gran palla di piombo, che una di leggero legno. Al che credere mi muovo per due ragioni fondate pure sopra l' esperienza; e la prima è questa, che io vedo mobili eterogenei, come sariano due palle, una di piombo, e l' altra di pietra, muoversi con velocità disuguale, e tal disugualità esser maggiore ne i mezzi più gravi, e resistenti, che nei più sottili, e leggeri, e così il piombo, e la pietra con gran disegualità vanno al basso nell' acqua, e con pochissima differenza nell' aria, e con minore per conseguenza anderiano in un mezzo più raro, e finalmente con nessuna nel vacuo. L' altra mia ragione è questa, che è pur fondata sopra l' esperienza, che se fusse vero, che le velocità ne' movimenti naturali seguitassero la proporzione della gravità de' mobili, ogni volta che l' impedimento del mezzo non l' alterasse, adunque tutta volta che si potesse levare tale alterazione del mezzo, senz' alcun dubbio si doveria coll' esperienza poter vedere la detta proporzione: ora tanto è vero, che si levi assolutamente l' impedimento del mezzo, quanto il fare, che i mobili non ne vengano impediti più l' uno, che l' altro, il che quando fusse, dovriano detti mobili disegualmente gravi mostrar nelle loro velocità la proporzione, che hanno in gravezza; al che però non accorda l' esperienza, la quale potremo fare pigliando due palle di mole uguali, ma di peso inuguale, come saria una di piombo, e l' altra di legno, le quali quando sieno in grandezza uguali, saranno di peso disuguali, sicchè quella di piombo potrà pesare talvolta trenta volte più di quella di legno. Se dunque queste due palle uguali in mole si lasceranno cadere da un' altezza ver. gr. di cento braccia, già il contrasto dell' aria sarà il medesimo all' una, ed all' altra, sicchè saranno come denudate dall' impedimento esterno, e solo prevalerà in loro la virtù motiva, che viene dalla gravezza; per lo che se fusse vero l' assunto del Sig. Bertizzolo, doveria quella di piombo muoversi 30 volte più veloce dell' altra, sicchè quando quella di piombo avesse finito il suo moto, l' altra dovria essersi mossa per poco più di tre braccia, si che è tanto falso, che non pure, mentre che il piombo averà camminato le cento braccia, il legno ne averà camminate tre, o quattro, ma ne averà anco passate più di 98, ed in somma con pochissimo intervallo sarà prevenuto dal piombo; onde io concludo potersi senza fallacia affermare la proporzione delle velocità de' diversi mobili omogenei, o eterogenei, o uguali, o disuguali, non aver che far niente colla proporzione delle gravità loro, ed esser grandemente minor di quella. E perchè è piccolissima tal differenza ne' mezzi pieni, dove il mezzo impedisce un poco più il men grave, stimo, che nel vacuo, o dove non fusse tal impedimento, quella non faria cosa alcuna, ma di tutti i mobili saria la velocità medesima. Nè sono li esempj di pietre, e colonne tagliate addotti da me fuori di proposito, perchè essendo stato profferito dal Sig. Bertizzolo l' assioma universalmente, che crescendo la gravità debba crescere il moto, doveria verificarsi in tutti i particolari, il che non fa nelli esempj addotti: anzi di-

720

721

zi dirò di più, non si verificare nè anco nell' acqua, nè accadere a quella altro da quello, che accada agli altri mobili naturali, cioè che sopra il medesimo declive con tanta velocità anderà un' acqua alta 100. braccia, con quanta una, che sia alta un solo; ma perchè (come anco accennai nell' altro mio discorso) mi si potria istare coll' esempio del corso de' fiumi, i quali crescendo l' altezza dell' acque vanno sempre più rapidamente, e vedo, che il Sig. Bertizzolo si riduce a questa esperienza, però son contento di allargarmi un poco più, e scoprire, quale sia la causa di questo effetto da me molto bene osservato. Dico dunque, che le acque de' fiumi, quando o per pioggie, o per nevi disfatte si alzano, non crescono per tutto ugualmente, anzi se lontano dal mare, dove si scaricano, 20, o 30 miglia si alzano 10, o 12 braccia, intorno alla foce, dove entrano in mare, non si alzano nè anco un sol braccio, come ciascuno può aver osservato, il che se è così, chi non conoscerà, che questo è un accrescer grandemente il declive; e crescendo tanto questo non sarà necessario, che cresca ancora il moto? certamente sì. Però se alcuno vorrà per via d' esperienze mostrare, che alzandosi l' acque, ancorchè si muovano nel medesimo declive, debba crescer la loro velocità, bisognerà ricorrere ad altro esempio, che a quello de' fiumi, ne i quali non è possibile alzar l' acque per tutto ugualmente, come dovria farsi, se si ha da mantenere la medesima decaduta, e provare, che l' altezza dell' acqua faccia crescere la velocità sopra il medesimo declive. E per avventura un' esperienza opportuna per veder ciò, saria la seguente. Sieno due canali serrati A B, C D, larghi ugualmente, ma sia il C D due volte più alto dell' A B, ed abbiano la medesima inclinazione, e dà vene inessicabili passino per essi acque dalle parti B, D, verso A, C; è manifesto, che se l' altezza maggior dell' acque accresce sopra il medesimo declive la velocità del moto, doverà il canale C D, render quattro botti d' acqua in quel tempo, che l' altro A B ne butta una; imperocchè se l' acqua per esser nel canale C D due volte più alta, che nell' A B, dee muoversi con doppio moto, essendo in oltre il canale C D due volte più capace dell' A B, ne seguirà di necessità, che, come ho detto, l' uno porti fuori quattro volte più acqua dell' altro, la qual cosa indubitatamente non si troverà esser così, nè si vedrà buttare il canale D C una goccia più, che il doppio di B A, segno necessarissimo, che l' acque nell' uno, e nell' altro vanno con pari corso.

722

Lettera di Galileo Galilei al P. Abate D. Benedetto Castelli del modo di misurare le gocciole d' acqua cadenti sopra una data superficie.

D' Arcetri 19. Agosto 1639.

Reverendissimo Padre, e mio Sig. Colendiss.

SEnto con diletto l' applicazione, che la Paternità Vostra Reverendissima fa coll' intelletto a nuove speculazioni dipendenti da questo suo ultimo trattato in proposito del Lago Trasimeno, e starò con desiderio aspettando di parteciparne, conforme a che ella me ne dà speranza. Quanto alla moltitudine delle gocciole cadenti sopra una superficie data, ed il modo del trovarla, le dirò solo la conclusione, e l' operazione, lasciandone la dimostrazione al discorso

di

di lei. Dico pertanto, che dato l' intervallo tra gocciola, e gocciola, e l'ampiezza della ſuperficie, dove dette gocciole debbon cadere, l'operazione procede nel ſeguente modo. Perchè tal ſuperficie dee eſſer nota, intendaſi quella eſſer circolare, e così l' intervallo tra gocciola, e gocciola, che pure dee eſſer noto, e poſto che gl' intervalli ſieno eguali, poſta la caduta d' una gocciola come nel centro del dato cerchio, vedaſi quanti di tali intervalli ſi contengano nel ſemidiametro del dato cerchio, e preſo il cubo di tal numero d' intervalli, e poi il cubo del numero uno manco del detto, caviſi queſto minor cubo dall' altro maggiore, e quello, che reſta, ſarà la moltitudine delle gocciole cadenti, che nel dato cerchio ſaranno contenute; come per eſempio, ſia l' intervallo tra gocciola, e gocciola un ſoldo, cioè la vigeſima parte d' un braccio, e il ſemidiametro del cerchio ſia per eſempio mille ſoldi; fatto il cubo di mille, e da eſſo trattone il cubo di *999.* quello che reſta ſarà la moltitudine delle gocciole da riceverſi nel dato cerchio. La propoſizione, come vede, ha aſſai dello ſtravagante, eſſa che può mercè della viſta deſcriver linee, e far computi aritmetici, troverà il reſto. Mi raccomando alle ſue orazioni, mi conſervi la ſua grazia, ed il Signor la proſperi.

479

Lettera del Padre Abate D. Benedetto Caſtelli a Galileo Galilei ſopra l' iſteſſa materia.

Roma 27. Agoſto 1639.

Eccellentiſs. Sig. mio Padron Colendiſs.

VEramente mi è riuſcita la ſpeculazione di VS. Eccellentiſſima ſtravagantiſſima nel ritrovamento del numero delle gocciole cadenti in una data ſuperficie, dato l' intervallo tra gocciola, e gocciola; e confeſſo la mia debolezza, che alla prima lettera di VS. Eccellentiſſima non inteſi bene la propoſizione, ed anco in queſta ho ſtentato aſſai in intenderla, non diſcernendo ſe il numero degl' intervalli, come ella chiama, ſia veramente degl' intervalli tra gocciola, e gocciola, ovvero dell' iſteſſe gocciole preſe nel diametro del cerchio, cominciando da quella, che ſi conſidera nel centro incluſive, giacchè il numero delle gocciole ſupera d' un' unità quello degl' intervalli. Ma finalmente camminando io in queſto principio per via d' eſperienza, ho conoſciuto, che ſi dee prendere il numero delle gocciole, e non degl' intervalli, per radice de' cubi, e ne ho fatti molti riſcontri colla numerazione attuale, e poi coll' operazione di VS. Eccellentiſſima, e tutte mi ſono riuſcite puntualiſſimamente; è vero che mi pare, che ſempre la ſezione di tutto il faſtello delle gocciole cadenti nel cerchio debba riuſcire un eſſagono equilatero, ed equiangolo iſcritto nel cerchio dato, altrimenti il mio conto non torna con quello di VS. Eccellentiſſima, quale pure dee eſſer veriſſimo, come dependente dalla dimoſtrazione, alla quale non ſono per ancora arrivato, e forſe la mia debolezza non arriverà giammai. Pertanto mi reſta ſcrupolo nel mio modo di numerare, e vado dubitando, che non torni, ſe non quando la ſaetta dell' arco di 60. gradi non è maggiore d'uno degl' intervalli tra gocciola, e gocciola. So che ho ſcritto queſti verſi oſcuramente, però la prego a ſcuſarmi; ſe mi ſuccederà trovare coſa più netta, e chiara, mi porterò meglio un' altra volta. Intanto mando a VS. Eccellentiſſima una copia d' una lettera, che ſcrivo a Monſignor Ceſarini, per dar ſoddisfazione a molti, che non intendono il principal fondamento del mio Trattato della miſura dell' acque correnti, dove cerco di ſpiegarmi di più di quello, che ho fatto nel Trattato iſteſſo. Mi pare d' eſſermi in queſta lettera vantaggiato qual-

480

che cosa per ridurre alla pratica il mio modo di partire l' acque delle Fontane, parendomi d' averlo spiegato assai facilmente, dove VS. Eccellentissima vedrà, che non adopero il pendolo per misurar l' ora d' andare a pranzo, o a letto. In oltre ho registrato alcuni disordini, che seguono nel comun modo di misurare l' acque correnti, e mi pare (se non sono di me stesso adulatore) d' averli fatti spiccare assai bene. VS. Eccellentissima se la faccia leggere una volta, quando sarà meno impiegata nelle sue più alte speculazioni, e poi mi farà favore di farla capitare in mano del Serenissimo Gran Duca, e del Serenissimo Sig. Principe Leopoldo, perchè forse non sarà cosa inutile nel dispensare l' acque della Fontana, condotta con magnificenza veramente regia da S. A. S. in Firenze e per comodo, e per vaghezza della Città. Ed il Signore la conservi.

Lettera di Galileo Galilei al Padre Abate D. Benedetto Castelli sopra l' istessa materia.

Arcetri 3. Settembre 1639.

Reverendissimo Padre, mio Sig. Colendissimo.

Ricevo la gratissima sua insieme colla copia dell' altra, che scrive a Monsig. Cesarini; le ho sentite amendue con gusto estremo, e questa che mi manda procurerò, che venga in mano del Serenis. Principe Leopoldo, e appresso 481 del Serenissimo Gran Duca, sicuro che siano per far gran riflessione, e capitale degli avvertimenti, che in essa si contengono, e degli altri che restano, e che la P. V. Reverendissima promette. E quanto a quello, che ella tocca nella sua in proposito delle gocciole cadenti, che si debbano prendere non gl' intervalli tra gocciola, e gocciola, ma i numeri di esse gocciole, è verissimo, nè io poteva venire in cognizione di quanto scrissi, se non servendomi del numero delle gocciole, ponendo il primo come centro, e gli altri sei, come gli angoli dell' essagono inscritto nel primo cerchio, e così i contenuti sono sette. Presi poi due punti, e fattone il cubo, che è otto, e trattone il primo cubo, che è uno, restano pure sette, aggiunto il secondo cerchio doppio in circonferenza del primo, e perciò contenente dodici gocciole nella circonferenza, e fatto il cubo di tre punti, cioè 27. e trattone il cubo di due, che è otto, restano 19. che è la somma istessa delli 12. delli sei, e dell' uno del centro, e seguitando con quest' ordine, aggiugnendo il terzo cerchio, e li 18. punti contenuti nella sua circonferenza, sommandogli con gli antedetti dodici, e gli altri 6. precedenti, e quello del centro, si fanno 37. gocciole, e tale è il numero, che resta, cavando il cubo di 3. del cubo 4. cioè 27. di 64. e così continuando vidi la continuazione della regola; ma poco potei andare innanzi vietandomelo la privazione della vista, e del potere adoperar la penna, infelicità, che mi accade anco nel poter discorrere sopra linee, che passino oltre un triangolo, sicchè nè pure posso intendere una delle mie medesime proposizioni, e dimostrazioni, ma tutte mi giungono come ignote, e inintelligibili. Lascerò dunque la cura alla P. V. Reverendis. di allargarsi in questa contemplazione, e di ritrovare se vi è cosa, che meriti, che ne sia tenuto conto. Sono in continue strida per un' orribile doglia di una mano, di quelle mie antiche, non posso esser più seco. La riverisco con ogni affetto, e mi raccomando alle sue orazioni.

Let-

Lettera di Galileo Galilei a Curzio Picchena Segretario di Stato del Serenifs. Gran Duca di Tofcana, nella quale tratta della Calamita.

Padova 16. Novembre 1607.

Illuftriffimo Signore.

IO fcriffi fono oggi 15. giorni a VS. Illuftriffima quello, che poteva dire allora in materia del pezzo di Calamita ricercato da S. A. S. che fu, che primieramente ne aveva io un pezzetto di circa mezza libbra affai gagliardo, ma di forma non molto elegante, e che quefto era al cenno di S. A. S. Padrona di quefto, e di tutto il refto. Le diffi appreffo ritrovarfene un pezzo in mano d' un Gentiluomo amico mio, di bontà fuprema, grande in circa 5. libbre, e di bella forma; ma per ritrovarfi quel Signore in Cadore, diffi, che gli averei fcritto per intender l' animo fuo. Scriffi, e ho avuta rifpofta, e che fi priverà della Calamita, tuttavia che fi ritrovi il prezzo di che è la ftima: e giacchè fi ha in mano di poterla avere, mi è parfo di dire alcuni particolari, che ho veduto io più volte nella detta Calamita, avendola avuta più volte nelle mani. Prima è tanto vigorofa, che foftiene un fil di ferro lungo un dito, e groffo come una penna da fcrivere, al quale fia attaccato libbre 6. e mezza di qualfivoglia materia, e credo, fe io ho bene a memoria, che le libbre 6. e mezza fuffero pefate alla groffa di quefte libbre di qua, che delle Fiorentine faranno circa dieci. Attaccandovi un oncinetto di ferro, non più grande di mezzo granello di grano lo fofterrà infieme col pefo di tre zecchini, che li fieno appefi. Ha tanta forza, che appreffatagli la punta d' una grande Scimitarra vicina quanto è la groffezza d' una piaftra d' argento, sforza anco le mani di qualunque gagliarda perfona, che anco per maggior refiftenza s' appoggiaffe il pomo della detta avanti al petto, e per forza la rapifce a fe. Io poi vi fcoperfi un' altro effetto mirabile, il quale non ho potuto poi più rivedere in alcun' altra calamita; e quefto è, che dalla medefima parte fcaccia, e tira il medefimo ferro. Lo tira mentre che gli farà pofto lontano quattro, o cinque dita; ma fe fe li accofterà vicino a un dito in circa, lo difcaccia. Sicchè pofandolo fopra una tavola, e andando alla fua volta colla calamita, quello fugge, e feguitandolo colla calamita, tuttavia fcappa, ma fe fi ritira la calamita indietro, quando fe li è slontanata per quattro dita, il ferro comincia a moverfi verfo lei, e la va feguitando quanto altri la ritira indietro, ma non fe gli vuole accoftare a un dito, anzi, come ho detto, andandogli incontro colla calamita, il ferro fi ritira, e fugge: gli altri effetti poi tutti della calamita fi veggiono in quefta mirabilmente per la fua gran forza. Quefto Gentiluomo mi fcrive effergli altra volta ftati offerti 200. fcudi d' oro da un Giojelliere Tedefco, che la voleva per l' Imperadore, ma non gliela volfe dare altrimenti, ftimandola egli affai più. Io non ho potuto nominare a quefto Gentiluomo la perfona, che la domanda, nè anco la nominerò, fe non ho altr' ordine da VS. e per effere detto Signore lontano di qua, non ho potuto avere rifpofta da effo, fe non oggi; dalla quale ho cavato folamente, che quanto alla calamita la concederà, benchè prenda gran piacere de' fuoi effetti; ma per quel che mi accenna, la ftima oltre a 400. fcudi. Molte volte gli ho fentito dire, che non la darebbe per manco oro di quello, che lei foftenesse attaccato ad un ferro, il che faria per più di fcudi 400. Ma circa a quefto non m' ha fcritto adeffo cofa alcuna. Io ftarò afpettando ordine da VS. di quanto vuole che io tratti, che non mancherò di ubbidire a' cenni del noftro Signor Principe, al quale intanto umilmente m' inchino, e a VS. con ogni affetto bacio le mani.

471

Lettera di Galileo Galilei a Curzio Picchena Segret. di Stato del Serenifs. Gran Duca di Tofcana, nella quale tratta della Calamita.

472

Padova 9. Dicembre 1607.

Illuftriffimo Signore.

MAndo a VS. Illuftriffima la Calamita, la quale, dopo l' averci fpeculato, e fperimentato un pezzo attorno (febben fo di non effere a mezza ftrada delle fue maraviglie) ho finalmente ridotta a foftenere affai più che il doppio di quello, ch' ella pefa, imperocchè pefando ella libbre fei, ne foftiene come potrà vedere S. A. S. più di dodici. E fon ficuro, che quando io aveffi avuto comodità di tempo, e di chi m' aveffe lavorati diverfi ferramenti con efquifitezza, ed a mio modo, farebbe adeffo in iftato di affai maggiore ftupore. Ho fatto fabbricare quefti due ferri in forma di due ancorette, sì per dar loro qualche forma, come per alludere a quello, che forfe favolofamente fi fcrive, efferfi trovato un pezzo di Calamita sì vafto, e robufto, che fofteneva un ancora di Nave, e sì ancora per la comodità di quefte branche, alle quali fi poffono andare attaccando altri diverfi pezzetti fino all' ultimo tentativo della fua gagliardezza; effendochè non ho fatte l' ancore del maggior pefo, che io ho veduto poter effer foftenuto, prima per effer certo, che fenza tediofa e fcrupolofa pazienza, fubito prefentati i ferri a' poli della pietra fi attacchino, ed oltre a quefto, perchè m' è venuto in opinione, che il medefimo pezzo non foftenga colla medefima forza in ogni luogo della Terra; ma che effendo nella Calamita due poli, l' uno di effi fi renda più valido, e l' altro meno per la maggiore vicinanza all' uno polo del mondo, cioè della Terra, che fotto la linea equinoziale fariano ambidue d' eguali forze; onde credo, che il più gagliardo polo di quefta pietra qua a Padova foftenga alquanto più, che in Firenze, o a Pifa, e l' altro per l' oppofito, il che defidererei che fuffe con diligenza offervato, e però a ciafcuna delle due Ancorette ho allegati i ferri, ed altri pezzetti, che fono il più, che qua gli ho potuti far foftenere, ftante la pietra così preparata come la mando: onde coftà potria accadere (per effere il fito alquanto più meridionale di quefto) che il polo auftrale della pietra reggeffe qualcofa meno, e l' altro alquanto più. Ho afficurata la faccia principale della pietra con una afficella, non folo acciocchè non fi freghi nel condurla, ma perchè fi veggano fubito i fuoi poli colle lamette a' lor luoghi, ficchè fenza muovere altrimenti la detta tavoletta, bafta prefentar le tefte delle due Ancorette a quei due fori, applicando la più grande al polo più robufto, che è fegnato A. che vuol dire Auftrale; e la più piccola all' altro fegnato B. che fignifica Boreale, avvertendo di mettere amendue i ferri nell' ifteffo tempo, perchè trovo non fenza grande ftupore, che ella più volentieri ne foftien due, che un folo, ed un ferro così grande, che per fe folo non farà retto da un polo, vi fi attaccherà poi, mettendone un' altro all'altro polo. Deefi anco avvertire nell' applicare i ferri, di tenere l' afficella equidiftante all' Orizzonte, perchè ftando il piano della Calamita pendente, le tefte dell' Ancorette fuggono, nè così bene s' attaccano. Per quell' effetto meritamente ftimato da S. A. S. di fcacciare, e tirare il medefimo ferro colla medefima faccia, mando due ferretti, l' uno de' quali, che è quello di tutto ottone tondo, fi dee pofare fopra una tavola ben piana e lifcia, e l' altro, che è dorato, s' applica alla pietra fopra quella linea, che VS. Illuftriffima vede fegnata d' argento fulla faccia principale, tenendo poi fopra la tavola la Calamita così pendente come il fuo taglio comporta, ed andando pian piano per affrontare l' altro cilin-

473

dretto,

dretto, che ſarà ſulla tavola, e vedrà ſcacciarlo quando ſe le ſarà avvicinato circa l' intervallo d' un dito, ma tirando la mano, e la pietra indietro, il medeſimo ferretto la ſeguiterà, fermandoſele poi un poco lontanetto, ſicchè andando di nuovo ad incontrarlo colla pietra, di nuovo ſi ritirerà indietro, e sfuggirà l' incontro, e perchè queſt' effetto ha qualche poco di difficultà, sì nell'eſeguirlo, come nello ſpiegarlo, così con ſemplici parole, quando non ſuccedeſſe di poterlo far vedere di preſente a S. A. S. glielo farò veder' io venendo coſtà queſt' eſtate per obbedire al comandamento di quella. E queſto dico, perchè ſpero d' eſſer per trovar la pietra ancora in mano di S. A. S. come coſa ſtimata da quella degna d' aver luogo tralle altre coſe ammirande, ſulla qual credenza, ed acciocchè S. A. S. poſſa inſieme compiacere a quel Sig. Oltramontano, eſſendo io venuto a Venezia, mi ſon meſſo a cercare tra queſti lapidarj, e antiquarj, e ne ho trovato un' altro pezzo poco minore di mole, ma aſſai di virtù, ſebben la qualità della pietra moſtri d' eſſer di buoniſſima vena, ma al mio parere non è ſtata ſegata per buon verſo, talchè chi la riduceſſe in una palla, come peravventura potria aver in animo quel Sig. acquiſterebbe aſſai forza, e la palla ſi caverebbe così grande in queſto minor pezzo, come nell' altro maggiore. Su queſta opinione l' ho preſa credendo di far bene, e la mando inſieme coll' altra; però VS. Illuſtriſſima mi farà grazia di preſentare a S. A. S. colla pietra il mio buono animo, pregandola, che a quello ſi compiaccia di riguardar ſolamente, perdonandomi ſe ho fatto queſto di più ſopra il ſuo comandamento, e tanto più, quanto che ſcrivendo a lui dell' eccellenza dell' altra, mi fu riſpoſto, che la pietra doveva eſſer mandata in luogo, dove tanta eſquiſitezza non ſaria ſtata peravventura neceſſaria, e ſtimata molto ſopra la mediocrità.

Se la pietra reſta appreſſo S. A. S. io ho nella fantaſia alcuni altri artifizj da renderla ancora aſſai più maravIglioſa, e ſon certo, che non mi falliranno, ma non ho avuto qua la comodità di potergli uſare, e ſon di credere di potergli far far ſoſtenere forſe quattro volte tanto di quello che lei peſa, il che in una pietra così grande è molto mirabile, perchè io non ho dubbio, che ſegandola in pezzetti piccoli, ſe gli potria far ſoſtenere più di trenta libbre di ferro, ed anco quaranta. Io noto in queſta pietra, che ella non ſolamente non ſi ſtracca nel ſoſtenere il ſuo peſo, ma ſempre s' invigoriſce più, però ſaria bene accomodargli un ſoſtegno ſu l' andar di queſto poco di ſchizzo, ſul quale ripoſando teneſſe tuttavia attaccati i ſuoi ferri, e per dar qualche poco di ſpirito a un tal corpo, alludendo alla miracoloſa natura e proprietà di queſta pietra, per la quale i ferri così avidamente ſe gli accoſtano ed uniſcono in A, potria aggiugnere uno di queſti due motti: *Vim facit amor*, o quello del Petrarca: *Amor ne sforza*, ſimbolo per mio avviſo con gentil miſterio eſplicante l' imperio da Dio conceduto al giuſto, e legittimo Principe ſopra i ſuoi ſudditi, il quale dee eſſer tale, che con una amoroſa violenza a ſe rapiſca la divozione, fedeltà, ed obbedienza de' Vaſſalli, e tale ſarà quando la poteſtà regia verrà eſercitata non in opprimere, ma in ſollevare i popoli a lei commeſſi, e come queſta ſopraumana virtù nel noſtro Sereniſſimo Principe originaria già divinamente riſplende, così confidato ſu quella libertà, che il titolo di Maeſtro da S. A. S. già per alcun tempo concedutomi ſeco porta, mi ſono io per mezzo di VS. Illuſtriſſima voluto dimoſtrare a quella Altezza, non ammonitore, ma ammiratore di così divina condizione, la quale non ſi deſidera, ma già apertamente ſi ſcorge nella ſua natural bontà, tacendo per umiltà nel Sereniſſimo Padre le lodi di queſta virtù, che nel Sereniſſimo Figliuolo ereditariamente ſi diffonde, all' una, ed all' altra delle quali Altezze, ed inſieme a Madama Sereniſſima, ſupplico VS. Illuſtriſſima, che per mio nome baci umilmente le veſti.

474

Lettera

Lettera di Galileo Galilei sopra il fiume Bisenzio a Raffaello Staccoli.

Da Bellosguardo li 16. di Gennajo 1630.

7 SOtto li 22. di Dicemb. mi fu significato da V. S. molt' Ill. ed Eccell. esser volontà del Serenifs. Gran Duca nostro Sig. che per li 26. detto, insieme col Sig. Giulio Parigi, e con i due Ingegneri, Bartolotti, e Fantoni, io dovessi intervenire in una visita del Fiume di Bisenzio, per sentire le relazioni dei detti Ingegneri, e poter poi col Sig. Parigi referire quanto ci paresse giusto in questa materia, che verte intorno alla resoluzione da pigliarsi per rimediare a i danni, che detto Fiume apporta a i terreni adiacenti.

Tal visita fu dipoi differita per le cause ben note a V. S. Ecc. tra le quali una fu, che per avventura dal vedere, ed esaminare alcune scritture fatte da i detti Ingegneri, e sopra di esse dir nostro parere, si potrebbe sopire quelle difficoltà, e controversie, che rendon dubbj quelli, a' quali sta il determinare, e risolvere quanto si debba fare; perlochè, avendo io veduto quali sieno i pareri delli due Ingegneri, dirò (con quella più chiarezza, e brevità, che mi sarà possibile) l' opinione mia intorno a questa materia, sempre da me stata tenuta per difficilissima, e piena d' oscurità, e nella quale sono stati commessi molti equivoci, ed errori, e massime avanti che i professori fussero stati renduti cauti dalli avvertimenti del M. R. P. Abate D. Benedetto Castelli in quel suo libretto veramente aureo, che sua Paternità scrisse, e pubblicò tre anni sono, intorno alle misure dell' acque correnti.

E' stato il parere dell' Ingegnere Bartolotti, ed in una sua scrittura l' espone, di ridurre una parte del Fiume, che corre con molta tortuosità, in un canale diritto, stimando di potere in questa maniera ovviare alle inondazioni. Esamina l' Ingegner Fantoni tale scrittura, e molto avvedutamente gli oppone; replica l' Ingegner Bartolotti all' opposizioni, cercando di sostenere essere il consiglio suo l' ottimo, che prender si possa in questo partito.

Ora perchè io inclino nell' altra opinione, che è di lasciare in loro essere le tortuosità, e fare quei restauramenti, che propone l' Ingegner Fantoni, andrò esaminando l' ultima replica del Bartolotti, mostrando per quanto potrò, quanto facil sia l' abbagliare in questi oscurissimi movimenti dell' acque.

Persiste dunque l' Ingegner Bartolotti in riprovare come inutile ogni provvedimento, che si facesse, fuori che quello del levare le tortuosità, riducendo il 8 Fiume in canale diritto, con dire, il rimedio proposto dall' Ingegner Fantoni essere stato fatto altre volte, cioè quarantaquattro anni fa, ed essersi pur ritornato al medesimo stato di prima.

Ma io vorrei sapere, se la restaurazione fatta in quel tempo, nel così tortuoso Fiume, fu di qualche profitto, o pure del tutto inutile, ed infruttuosa. Non credo, che si possa dire, che ella fusse totalmente vana, perchè nè l' altro Ingegnere la proporrebbe, nè ci sarebbe alcuno del paese, che non reclamasse a tal proposta.

Se dunque i provvedimenti furono giovevoli, e furono fatti senza rimuovere le tortuosità, adunque l' esser dopo qualche tempo ritornati i medesimi danni, non depende dalle torture, ma da altre cagioni. Che insomma si ritrova essere, che il letto si è ripieno, e ristretto, e questo mediante le torbide, che vanno deponendo, e perchè il rimediare alle torbide, e loro deposizione è impossibile, però bisogna contentarsi, ed accomodarsi a dovere di tempo in tempo rimuovere il deposto.

In oltre, se già si vede, che le provvisioni fatte nelle tortuosità giovavano, e di

e di questo siamo fatti sicuri dall' esperienza, perchè si dee tentare un rimedio dubbio, e che potrebbe (oltre al non apportar giovamento maggiore allo sfogo dell' acque) arrecare altri accidenti dannosi, alli quali l' antiveder nostro non ha potuto forse arrivare?

Ma dirà qui il Bartolotti, avere esso scorti vantaggi tali nel canale diritto, e breve, che l' inducono ad attenersi a tal partito, e però noi andremo esaminando essi vantaggi, cioè quelli, che egli stesso produce. E perchè il medesimo afferma di più ne i vantagi, che appresso siamo per esaminare, consistere tutta la somma di questo negozio, e l' altre cose esser tutti pannicelli caldi, (che così li nomina) ed alterazioni di poco momento, e da non le finir mai, però in questi ci fermeremo, e gli anderemo resecando al vivo con flemma, e curiosità, e non senza speranza di potere arrecare qualche giovamento, col mostrare, come pur di sopra ho detto, quanto sia facile l' equivocare, e l' ingannarsi.

Da quanto scrive l' Ingegner Bartolotti circa questa materia si raccoglie, due esser le principali e massime imperfezioni, le quali egli attribuisce al canale tortuoso, e delle quali per suo parere manca il canale diritto, mentre amendue si partano dal medesimo principio, e vadano a terminare e sboccare nel medesimo fine, sicchè la total dependenza, e declività sia l' istessa in questo, ed in quello.

La prima delle quali è, che dovendosi distribuire l' istessa pendenza in un canale lungo, quale necessariamente è il tortuoso in comparazione del retto, le parti di esso vengono meno inclinate, ed in conseguenza il moto fatto in esse più lento, e lo scarico dell' acque più tardo.

La seconda è, che l' acqua ripercuotendo nelle svolte del canale tortuoso, viene ributtata, e grandemente impedita nel suo corso, talchè, venendo ritardato doppiamente, cioè per la poca pendenza, e per gl' incontri delle torture, più facilmente rigonfia, e trabbocca sopra gli argini, e gli rompe, ed allaga le campagne adiacenti.

Ora per più chiara intelligenza di ciò, che in tal materia mi occorre dire, andrò separando, e dividendo l' una dall' altra di queste due imperfezioni, considerando prima quello, che arrechi di tardità al moto la sola istessa declività, ma compartita in un canale lungo, in comparazione della velocità, che l' istessa pendenza induce in un canal corto, posto che amendue fosser diritti, di poi andremo esaminando quali, e quanti sieno gl' impedimenti della tortuosità.

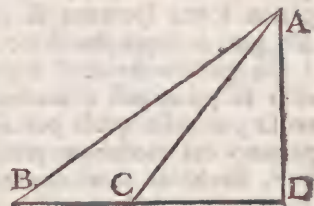
Quanto al primo, io produrrò tre proposizioni, le quali non dubito, che nel primo aspetto parrebbero gran paradossi a chiunque le udisse dire: tuttavia procurerò di renderle credibili, siccome in effetto son vere.

E prima dico, che in due canali, dei quali la totale pendenza sia eguale, le velocità del moto saranno eguali, ancorchè l' un canale sia lunghissimo, e l' altro breve.

Dico secondariamente, che in questi medesimi canali con egual verità si può dire, il moto esser più veloce nel meno inclinato, cioè nel più lungo, che nel più corto, e più inclinato.

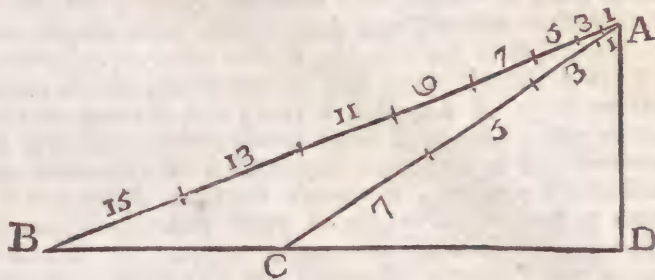
Terzo dico, che le diverse velocità non seguitano la proporzione delle diverse pendenze, come pare, che il detto Bartolotti stimi; ma si diversificano in infiniti modi, anco sopra le medesime pendenze.

Vengo alla prima proposizione, per dichiarazione e confermazione della quale non credo, che dall' Ingegnere Bartolotti, nè da altri mi sarà negato, verissimo essere il pronunziato di colui, che dirà, le velocità di due mobili potersi chiamare eguali, non solamente quando essi mobili passano spazj eguali in tempi eguali, ma quando ancora li spazj passati in tempi diseguali avessero tra di loro la proporzione de' tempi de' loro passaggi, e così per esempio quello, che in quattro ore andasse da Firenze a Pistoja, non si può chiamare più pigro d' un altro,

altro, che in due ore andaſſe da Firenze a Prato, tuttavolta che Piſtoja fuſſe lontana venti miglia, e Prato ſolamente dieci; perchè a ciaſcheduno tocca ſottoſopra ad aver fatto cinque miglia per ora; cioè avere in tempi eguali paſſati ſpazj eguali. E però qualunque volta due mobili ſcendano per due canali diſeguali, ſe paſſaſſero in tempi, che aveſſero la medeſima proporzione, che le lunghezze degli ſteſſi canali, ſi potranno veramente chiamare eſſere egualmente veloci. Ora biſogna, che quelli, a i quali ſin qui è ſtato ignoto, ſappiano, che due canali quanto ſi voglia diſeguali in lunghezza, purchè le totali pendenze loro ſieno eguali, vengono dall' iſteſſo mobile paſſati in tempi proporzionali alle loro lunghezze, come per eſempio: Poſto, che la linea retta B D ſia il livello orizzontale ſopra il quale ſi elevino i due canali diritti, e diſeguali B A maggiore, e C A minore; de i quali le totali pendenze ſieno eguali, cioè miſurate dalla medeſima perpendicolare A D: Dico, che il tempo, nel quale un mobile ſcenderà dal termine A inſino in B, al tempo, nel quale il medeſimo ſcenderà da A in C, averà la proporzione medeſima, che gli ſteſſi canali, cioè ſarà tanto più lungo, quanto il canale A B è più lungo dell' A C, e queſta è propoſizione dimoſtrata da me ne i libri de i moti naturali, e de i projetti; onde reſta manifeſto, le velocità per amendue i canali eſſere ſottoſopra eguali. Io ben comprendo, d' onde ha origine l' equivoco, che altri piglia nello ſtimar falſo quello, che io affermo per vero, per lo che m' ingegnerò di rimuoverlo.

Dice uno, come non ſi muove più velocemente v. g. una palla pel declive A C, che una ſimile per A B, ſe quando quella partendoſi dal punto A, ſarà arrivata al termine C, queſta non avrà paſſata una parte dell' A B a gran ſegno grande quanto A C. Ma queſto concedo io per veriſſimo, e conſeguentemente concedo ancora, che quando la velocità nel reſto della linea A B, fuſſe quale nella prima parte verſo il principio A, il moto reſolutamente, e con aſſoluta verità ſi dovrebbe chiamar più lento per A B, che per A C. Ma per levar le tende all' equivocazione dico, che la fallacia del diſcorſo depende dal figurarſi con errore i movimenti fatti ſopra eſſe linee A B, A C, come equabili e uniformi, e non come inequabili e continuamente accelerati, quali ſono in effetto. Ma ſe noi gli apprenderemo quali ſono di due mobili, che partendoſi dalla quiete nel punto A, vanno neceſſariamente acquiſtando maggiori, e maggiori gradi di velocità, ſecondo la proporzione, che veramente oſſervano, troveremo eſſer vero, quanto io affermo. In dichiarazione di che, è primieramente da ſaperſi, che un mobile grave, partendoſi della quiete, e ſcendendo per un canale diritto in qualſivoglia modo pendente, ovvero cadendo a perpendicolo, ſi va con tal proporzione accelerando, che dividendo il tempo della ſua ſceſa in quali, e quanti ſi vogliano tempi eguali, come v. g. in minuti d' ora, ſe lo ſpazio paſſato nel primo minuto ſarà per eſempio una picca, il paſſato nel ſecondo ſarà tre picche, nel terzo minuto paſſerà cinque picche, nel quarto ſette, e così ſucceſſivamente gli ſpazj paſſati ne i ſuſſeguenti minuti anderanno creſcendo ſecondo i numeri diſpari 9. 11. 13. 15. E queſta pure è delle propoſizioni vere, e da me dimoſtrate.

Ripigliamo adeſſo la medeſima figura di ſopra, nella quale il canale A B, ſia per eſempio lungo il doppio dell' altro A C, ed intendaſi due mobili, quali ſarebbero due palle, ſcendere liberamente per eſſi, e ponghiamo il mobile nel più declive A C, in un minuto d' ora avere ſceſo una picca, avrà nel ſecondo minuto paſſato tre picche, nel terzo cinque, e nel quarto ſette, come dimo-

ſtrano

strano gli spazj notati e segnati con i numeri 1. 3. 5. 7. e così in minuti quattro averà passato tutto il canale A C, posto che sia lungo picche 16. Ma l' altra palla nel canale A B, più lungo il doppio, ed in conseguenza la metà meno declive, pongasi essersi mossa la metà meno veloce (e questo conforme al vero, ed all' opinione dell' Ingegnere) sicchè nel primo minuto abbia passato mezza picca, ma

continuando d' accelerarsi conforme alla regola assegnata, e dimostrata, passerà nel secondo minuto tre mezze picche, nel terzo cinque, e conseguentemente negli altri minuti 7. 9. 11. 13. 15. mezze picche; e perchè nel canale A C si contengono picche 1. 3. 5. 7. che fanno la sopraddetta somma di picche 16. nell' altro A B, che è doppio dell' A C, conviene, che in numero sieno picche 32. cioè mezze picche 64. quante appunto sono le notate 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. passate in otto minuti di tempo, e le 16. contenute in A C, passate in minuti quattro. Dal che è manifesto le velocità ne i due canali interi essere sottosopra eguali, poichè nell' uno si passano 16. picche in quattro minuti, e nell' altro 32. in otto minuti: sebbene è anco vero (per la soddisfazione della parte) che la velocità nell' A C è maggiore, poichè nel tempo, che il mobile partendosi da A ha passate le 16. picche A C, l' altro passa solamente le 16. superiori mezze picche; Ma è anche vero all' incontro, che in altrettanto tempo si pasano le 48. mezze picche, cioè, le 24. intere inferiori verso B, sicchè con altrettanta verità si potrà dire il moto per A B, eser più veloce, che per A C, che era la seconda proposizione, che io aveva proposto di voler dimostrare. Concludiamo per tanto, che pigliandosi i canali interi, le velocità in amendue sono eguali, ma nella parte superiore del canale lungo (che in questo esempio è solamente la sua quarta parte) il moto è più tardo, ma nelli tre quarti rimanenti è altrettanto più veloce, pasandosi nell' istesso tempo spazio una volta e mezzo maggiore di tutto il canale A C. E perchè per lo scarico d' una piena si ha da considerare il corso dell' acqua per tutta la lunghezza del canale, non mi pare, che resti più luogo all' Ingegnere di dubitare (per quanto depende dalla maggiore, o minor lunghezza, minore, e maggior pendenza delle parti de i canali). Tanto scarica il più lungo, e meno declive, quanto il più corto, e più pendente, cioè tanto il tortuoso, quanto il diritto.

E qui non voglio lasciar di mettere in considerazione a V. S. Ecc. come potrebbe essere, che alcuno equivocando per un altro verso prendesse errore, mentre si persuadesse non esser possibile, che passando un mobile con tanta maggior velocità il canale più corto, e più pendente, non si avesse per esso a scaricare maggior quantità della medesima materia, e in più breve tempo, che il più lungo, e meno inclinato.

Al che io rispondo, e con particolare esempio dichiaro, che dovendo noi scaricare v. g. dieci mila palle d' artiglieria con farle passar per questo, e per quel condotto, ed essendo che una palla scorre il più breve in un minuto di tempo, ma il lungo in due minuti, è vero, e manifesto, che quando lo scarico si avesse a fare d' una palla per volta, sicchè non si lasciasse andare la seconda,

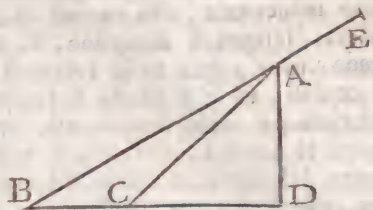
ſin che la prima non fuſſe condotta al finè del condotto, nè la terza, ſe non ſcaricata che fuſſe la ſeconda, e così conſeguentemente tutte, l' una con tale intervallo dopo l' altra, torno a replicare, che è vero, che lo ſcarico pel condotto breve ſi farebbe nella metà del tempo, che per lo lungo. Ma ſe le palle
12 ſi laſciaſſero andare l' una dopo l' altra ſenza ſpazio intermedio, ſicchè ſi toccaſſero, il fatto ſuccederebbe d' altra maniera. Perchè poſto v. g. che la lunghezza del canale corto fuſſe capace d' una fila di cento palle ſolamente, ed il canale lungo di dugento, è vero, che il corto averebbe ſcaricate le prime ſue cento palle, quando il lungo comincerebbe a ſcaricar la ſua prima, ma continuandoſi poi lo ſcarico, e deponendoſi le rimanenti palle con egual getto da ambedue i condotti, ſi troverà il canale breve non ſi eſſere avvantaggiato in tutto lo ſcarico, ſalvo che di cento delle dieci mila palle, perchè cento ſole reſteranno da ſcaricarſi nel canale lungo, finito che ſia tutto lo ſcarico nel corto, e così l' avanzo del tempo non ſarà della metà, ma d' un centeſimo, e di meno ancora ſarebbe, quando maggior fuſſe il numero delle palle da deporſi, e ſcaricarſi. Ora lo ſcarico dell' acque ſi fa in queſta ſeconda maniera, cioè, con eſſer perpetuamente le ſuccedenti parti contigue alle precedenti, talmente che lo ſcarico fatto pel canale corto non ſi vantaggia (eſſendo la metà del lungo) d' altro, che d' una ſola ſua tenuta d' acqua, e duri la piena quanto ſi voglia. Vedaſi ora quante di tali tenute paſſano nel tempo, che dura eſſa piena, e ſi conoſcerà l' avanzo eſſer tenuiſſimo, anzi pure eſſer nullo, e di niun rilievo, nè la prima tenuta, che ſcarica anticipatamente il canale corto, eſſer di neſſun danno, nè l' ultima, che reſta nel canale lungo; perchè i danni non vengono dalle prime acque, che cominciano ad alzare, nè dall' ultime, che ſi partono, ma da quelle di mezzo, mentre il Fiume è nel ſuo maggior colmo. Anzi quando ſimile avanzo fuſſe di conſiderazione, l' utile ſi trarrebbe dal canale maggiore, eſſendo che l' acqua, che in eſſo ſi contiene, come più lontano dal trabocco, quanto più ciò ſarà, tanto ci ſcanſerà del danno.

Da quanto ſin qui ho detto, parmi, che aſſai manifeſtamente ſi ſcorga, che il vantaggio, il quale l' Ingegnere ſi prometteva dalla brevità del canale, e dalla maggior pendenza, non ſia ſe non deboliſſimo, anzi nullo. Ma la ſua nullità molto più ancora ſi eſtenua (ſe però il niente è capace di diminuzione) mentre che io leverò certa ſuppoſizione ammeſſa fin qui a favore della parte, la quale nel noſtro caſo non ha luogo, e il ſuppoſto ammeſſo gratis è tale.

Si è conceduto come univerſalmente vero, che nel canale la metà più corto, e di parti il doppio più pendenti, il moto ſia almeno nelle prime parti del canal lungo più tardo il doppio, che nel canal corto; poichè ſi è veduto, che nel tempo, che il mobile paſſa le 16. picche aſſegnate per la lunghezza del canal corto, nel lungo non ſi paſſano ſe non 16. mezze picche, ma ciò non avviene, ſe non quando il ſuo moto comincia dalla quiete. Ma ſe i mobili entreranno nei due canali, mentre ambedue abbiano già impreſſo un comun grado di velocità; l' accelerazione, che ſe li aggiungerà mercè delle pendenze diſeguali de i due canali, non ſaranno altrimenti più tra di loro differenti, come ſe ſi partiſſero dalla quiete; e lo ſpazio, che ſi paſſerà nel canale lungo, nel tempo che ſi paſſa tutto il corto, non ſarà ſolamente la metà della lunghezza del corto, ma più e più, ſecondo che l' impeto, e la velocità comune precedente ſarà ſtata maggiore, e maggiore nella maniera, che ſegue.

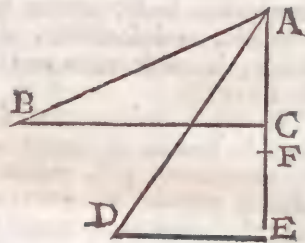
Ripigliamo la precedente figura, dove ſi era concluſo, che poſti i mobili nel termine A in quiete, e lì ſcendendo per i canali A C, A B, nel tempo, che il mobile per A C aveſſe paſſato tutto lo ſpazio A C, l' altro per A B, non avrebbe paſſato più, che la quarta parte di eſſo A B, che è la metà di A C,
13 cioè (come allora ſi eſemplificò) in A C ſi paſſeranno ſedeci picche in quattro

tro minuti, ed in A B otto picche solamente.

Ora poniamo, che i mobili entrando pel comun termine A, l' uno nel canale A B, e l' altro nel canale A C, si trovino, non in quiete, ma per aver già scorso per altro canale A E, o per qualsivoglia altra cagione già impressi di tal grado di velocità, che con quello passassero v. g. 10 picche per minuto, che sarebbe il passare comunemente 40 picche in 4 minuti, aggiungasi al mobile, che scorrerà per A C, le 16 picche da passarsi, mercè della nuova pendenza in quei quattro minuti, ed al mobile, che scorrerà per A B, le otto, che passerebbe quando partisse dalla quiete in A, ed averemo, che l' un mobile pel declive di A C passerebbe 56 picche, mentre l' altro per la pendenza simile all' A B ne passerebbe 48. E così si fa manifesto, che la velocità per A C non sarà più doppia della velocità per A B, ma sesquisesta, cioè la sesta parte solamente di più. E se noi faremo la precedente comune velocità essere ancora maggiore, siccome è manifesto, ponendo v. g. che nell' entrare i mobili per i canali A B, A C, si trovassero aver impeto di far 50 picche al minuto, la velocità per A C, non differirà dalla velocità per A B più, di quello che differisca 216 da 208 o vogliam dire 27 da 26. Vedasi adesso, se nel tempo delle piene, cioè de i colmi altissimi, l' entrata pel canale, o corto, o più pendente, o lungo, o di minor pendenza, si faccia come dall' uscita d' un lago quieto, o pure l' ingresso sia impetuoso, e velocissimo, che senza altro lo troveremo sommamente veloce, e però di guadagno, o scapito o nullo, o insensibile, il quale possa provenire dalla maggiore, o minor pendenza, la quale anco non può essere se non pochissima, rispetto alla lunghezza de i canali.

Di qui si veda quanto sia sottile il filo di queste pendenze, dal quale dipendeva la somma di questo negozio. Ma voglio, che con altra sottilità l' assottigliamo ancor più, mostrando come questa decantata pendenza non ci ha quella assoluta autorità di decretare in questa causa, qual comunemente mi pare gli venga attribuita, e specialmente dall' Ingegner Bartolotti, mentre egli regola il più, ed il men veloce corso de' fiumi dalla sola maggiore, o minor pendenza. La qual limitazione io stimo non essere interamente adeguata all' effetto, nè tale, che (come scrive l' Ingegnere) oltre a quella non si possa assegnare altro. 14 Perchè, se, come asserisce, i laghi mancano di moto, ed i fiumi si muovono, perchè questi hanno pendenza, e quelli ne mancano; ed oltre a ciò alcuni fiumi corrono con velocità maggiore, ed altri più lenti, solo per esser quelli più, e questi meno declivi, e non per altro, ne seguiterebbe, che dove non è pendenza, giammai non fusse moto, e dove la pendenza non è maggiore, mai non fusse maggior velocità, e dove le pendenze fussero eguali, o la medesima, quivi fusse sempre la velocità eguale; ed in somma, che le velocità s' andassero regolando secondo la proporzione delle pendenze, le quali conseguenze ben seguono ne i mobili solidi, ma ne i fluidi, credo, che procedano assai differentemente. Dichiarerò quello, che trovo accadere ne i solidi, per vedere, se l' istesso accaggia ne i fluidi. E prima per solido voglio, che intendiamo una palla di metallo durissimo, perfettamente rotonda, e pulitissima, e che ci figuriamo il canale dove si dee fare il moto, pur di materia solida, ed esquisitamente pulito, e terso. In questo canale, se sarà locato in perfetto livello orizzontale, sicchè manchi del tutto di pendenza, non è dubbio, che postavi la detta palla, resterà in quiete trovandosi indifferente al muoversi più innanzi, che indietro, o vo-

gliam dire perchè muovendosi non acquista migliore stato, poichè non s' appressa al centro, dove la natura sua come grave lo tira. Ma così non avverrà dell' acqua; perchè se noi c' immagineremo esser quella palla una mole di acqua, si dissolverà, e verso l' una parte, e l' altra scorrerà spianandosi, e se le bocche del canale saranno aperte, scolerà fuora tutta, salvo che quella minima particella, che rimane solamente bagnando il fondo del canale. Ecco dunque che anco nel canale, che manca di pendenza, e dove i corpi solidi stanno fermi e quieti, li fluidi si muovono. E' anco assai manifesta la cagione del muoversi, essendo che l' acqua nello spianarsi acquista pendìo avvicinandosi più le sue parti al centro, ed ella istessa si fa in certo modo pendenza; servendo le sue parti inferiori per letto declive alle superiori, o vogliam dire, sdrucciolando le parti superiori sopra l' inferiori. E qui comincia a farsi manifesto, come non è la pendenza del letto, o fondo del canale quella, che regola il movimento dell' acqua. Vediamo ora quello, che accade ne i canali di pendenze varie, e quali sieno le differenze di velocità in essi.

Di sopra si è esaminato quello, che accade di due canali di lunghezza diseguali, ma di egual pendenza, dichiarando, che i tempi de i passaggi per essi hanno fra di loro l' istessa proporzione, che le loro lunghezze. Ora conviene determinare de i canali egualmente lunghi, ma di pendenza diseguali, ne i quali dico, che i tempi de' movimenti fatti per essi hanno la proporzione suddupla di quella, che hanno le loro pendenze contrariamente prese.

Ma perchè questi termini son forse alquanto oscuri, è bene dichiararli. Però segneremo due canali egualmente lunghi A B, A D, ma di pendenze diseguali, sicchè del più inclinato sia l' A D, determinata dalla perpendicolare A E, e quella d' A B, dalla perpendicolare A C, e pongasi per esempio tutta la perpendicolare di A D, cioè A E, importare nove soldi, e la pendenza di A B, cioè la perpendicolare A C, esser soldi quattro. Dico, che essendo le pendenze tra di loro nella proporzione di nove a quattro la proporzione de' tempi, nei quali i mobili passeranno i canali A B, A D, essere, non come nove a quattro, ma come nove a sei, pigliando tra nove, e quattro il numero medio proporzionale, che è sei: perchè siccome il nove contiene il sei una volta, e mezzo, così il sei contiene il quattro, e questa proporzione del primo numero a quello di mezzo si chiama appresso i geometri suddupla della proporzione del primo al terzo numero. Dico per tanto, che la proporzione dei tempi dei passaggi per i canali A B, A D, sarà come nove a sei, ma contrariamente presi, cioè, che il numero nove pendenza del canale A D, determina il tempo della scesa, non per esso A D, ma A B, ed il numero medio, cioè il sei, determina il tempo della scesa per A D; sicchè il tempo per A B al tempo per A D, sarà come nove a sei, quando le pendenze di A D, e di A B sieno, come nove a quattro.

15

La dimostrazione di questa proposizione è posta pur da me nel mio trattato del moto, e tanto si rincontrerà puntualmente accadere nel moto dei corpi solidi; ma non già così risponderà ne i fluidi, nei quali si vede far grandissima variazione di velocità, non solamente per piccolo accrescimento di pendenza, che si faccia nel letto del canale, ma ancor che questa non si accresca punto, e pochissimo quella della superficie superiore d' acqua.

Imperocchè, se considereremo quale accrescimento di pendenza possa arrecare al nostro fiume d' Arno, otto, o dieci braccia, che egli s' alzi qui da noi da compartirsi in 60. miglia di lunghezza, quale è quella del suo alveo, fino alla

sua

ſua foce, non ha dubbio, che piccolo dovrebbe eſſere l' augumento della velocità ſopra quella, che le ſue acque hanno, mentre ſon baſſe, le quali forſe non ſi conducono al mare in 50. ore, dove nelle piene alte arrivano per avventura in manco d' otto, che regolandoſi ſecondo la ragione della ſemplice pendenza accreſciuta, tal differenza di tempo dovrebbe eſſer pochiſſima. Perchè poſto che la pendenza del letto del fiume nel tratto di 60. miglia, che ſono braccia 180. mila, ſia v. g. 100. e tale ſia della ſuperficie dell' acqua baſſa, nelle piene ſarà 108. onde conforme alla regola dell' accreſcimento di velocità, pigliando tra 108. e 100. il numero proporzionale di mezzo, che è meno di 104. la velocità nella piena dovrebbe avanzar quella dell' acque baſſe di manco di quattro per cento, e così ſe l' acqua baſſa corre al mare in 50. ore, nella piena doverebbe mettere 48. e più, ma ella ve ne metterà meno d' otto. Biſogna dunque ricorrere ad altro, per cauſa del grande augumento nella velocità, che all' accreſcimento della pendenza, e dire, che per una delle potenti ragioni è, che nell' accreſcere in tal modo la pendenza, s' accreſce ſommamente la mole, e il cumulo dell' acqua, la quale gravitando, e premendo ſopra le parti precedenti, col peſo delle ſuſſeguenti, le ſpinge impetuoſamente, coſa che non accade ne i corpi ſolidi, perchè quella palla ſoprannominata è ſempre la medeſima in tutte le pendenze, e non avendo augumento di materia ſopravvegnente, tanto ſolo più ſpeditamente ſi muove nel canale più inclinato, quanto il meno inclinato gli detrae più del ſuo peſo, ed in conſeguenza del movimento, che la ſpigne a baſſo. 16

Ora perchè nell' accelerazione del corſo dell' acque più colme, poca parte ve ne ha la maggior pendenza, e molta la gran copia dell' acqua ſopravvenente, conſideriſi, che nel canal corto, ſebbene vi è maggior pendenza, che nel lungo, l' acque inferiori del lungo ſi trovano ben tanto più caricate della maggior copia dell' acque ſuperiori prementi, e ſpingenti, dal quale impulſo può ſoprabbondantemente eſſer compenſato il benefizio, che potrebbe derivare dalla maggior pendenza.

Altre conſiderazioni potrei produrre per dichiarar maggiormente ancora la brevità del canale non eſſere apportatrice di quel benefizio, che altri s' immagina; ma mi pare, che il detto ſin qui ſia aſſai quanto a queſta prima parte. Perlochè verrò alla ſeconda eſaminando gl' incomodi, che molti ſtimano provenire dalle tortuoſità del canale.

Quanto alle tortuoſità, e fleſſioni del canale, io non ſarei repugnante a concedere, che quando elle fuſſer fatte d' angoli rettilinei, e maſſime ſe fuſſero acuti, o retti, e anco preſſo che retti, il retardamento del corſo fuſſe conſiderabile, e anco notabile; ma quando gli angoli fuſſero ottuſi, ancorchè contenuti da linee rette, credo bene, che il ritardamento ſarebbe poco, ma quando il fiume andaſſe, come ſi dice, ſerpeggiando, e che le ſtorte fuſſer in arco, credo reſolutamente, che l' arreſto ſarebbe impercettibile, e quello, che mi muove a così credere, è queſto.

Nel canale diritto per conceſſione dell' Ingegnere Bartolotti, e credo d' ogn' altro, neſſuno oſtacolo trova l' acqua corrente ove percuotere, e però non viene deviata, e impedita dal ſuo corſo. Ma ſe il canale ſi romperà, piegandoſi ad angolo acuto, o retto, come dimoſtra la prima figura nella ſponda A B C, non è dubbio, che l' acqua, che ſcorreva lungo la riva A B, intopperà nell' oppoſta B C, ricevendo qualche ritardamento nel reflettere il ſuo corſo lungo la B C, ma è anco manifeſto, che ſe la fleſſione A B C fuſſe ad angolo ottuſo, come dimoſtra la ſeconda figura, per venir l' acqua men deviata dal precedente 17

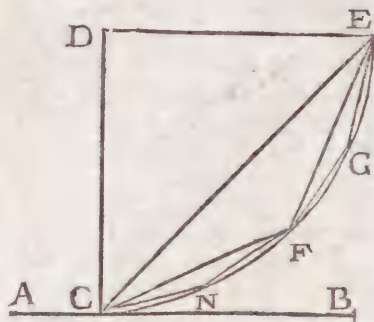
corso lungo la ripa A B; assai più agevolmente si svolgerà secondando la B C, e di mano in mano quanto più l' angolo, che la sponda B C fa sopra l' A B, sarà ottuso, tanto più facile sarà il volgersi l' acqua, a tale che il piegarsi per un angolo ottusissimo sarebbe senza verun contrasto, o renitenza, e però senza diminuzione alla velocità. Ora notisi prolungando la linea A B in D, che l' angolo acuto C B D è quello, che determina la deviazione della linea C B dalla dirittura di A B D, il quale angolo quanto più sarà stretto, tanto più l' ottuso A B C sarà largo, e la reflessione più dolce e facile.

Notisi per tanto il terzo canale A B C, piegato in arco sopra il punto B, secondo la circonferenza B E C, e prolungando a dirittura la retta A B in D, si osservi quanto sia grande l' angolo C B D, il quale, come è noto a chi possiede i primi elementi della Geometria, è minore di qualsivoglia angolo acuto rettilineo, per lo che resta chiaro, l' inflessione, che si fa nel punto B dell' arco B C, sopra la retta A B, esser più ottusa di tutti gli angoli ottusi rettilinei, ed insomma il passaggio pel punto B, dalla retta A B, nell' arco B C, non esser sensibilmente differente dal cammino diritto. E se noi piglieremo qualsivoglia altro punto nell' arco B C, quale sia per esempio il punto E, tirando la retta tangente F E, avremo parimente l' angolo C E F minore di tutti gli acuti rettilinei e la flessione delle due parti d' arco B E, C E, nel punto E niente differente dal cammino per B E, e per la retta E F. E perchè questo medesimo accade in ogni punto della circonferenza B E C, però possiamo concludentemente affermare insensibile essere la difficultà nella conversione del corso dell' acqua dal canal retto A B pel curvo A B E C, e però impercettibile il rirardamento. Qui potrebbe per avventura far difficoltà l' Ingegnere, opponendosi con dire, che il mio discorso sia concludente solamente in quella parte d' acqua, che viene rasentando la sponda A B E C, ma non già nelle parti di mezzo, quali sono le G E, le quali venendo impetuosamente a dirittura perquotono nella parte opposta E, e sopra la tangente F E constituiscono l' angolo rettilineo G E F, al quale si può dire, che sia eguale il misto G E C, e però apportatore d' impedimento al corso. A questo si risponde, che ciò potrebbe accadere nel tempo, che l' acqua fusse bassissima, sicchè qualche rivoletto separato scorresse per mezzo del canale, ma quando l' alveo sia pieno (che è quello stato, che noi consideriamo solamente) nel piegarsi che fanno le parti dell' acqua prossima alla sponda A B E, conviene, che le propinque sue laterali si pieghino esse ancora, e vadano cedendo, e accomodandosi alla medesima svolta. Ma quando pure l' impeto, e l' incontro le rendesse alquanto contumaci, che danno ne potrebbe seguire? Io non vedo altro, che fare alquanto più violenza nella sponda opposta circa il punto E; onde fosse bisogno fortificarsi un poco più con gli argini in

in quel luogo, che negli altri, e forſe potrebbe accadere, che l' acqua regurgitando rigonfiaſſe alquanto ſulla ſvolta; ma queſto non diminuirà punto la ſua velocità, perchè tale alzamento le ſervirà per far divenire la ſua pendenza maggiore nella parte del canale ſeguente E C, dove col creſcer velocità, verrà a compenſare il ritardamento patito ſul principio della ſvolta, operando un effetto ſimile a quello, che noi giornalmente vediamo accader nei fiumi aſſai colmi, mentre nel paſſare ſotto gli archi dei ponti, urtando nelle pile, o impoſte di detti archi, gli conviene riſtringere l' acque, le quali rialzandoſi nelle parti di ſopra, ſi fanno pendenza tale ſotto gli archi, che correndovi velociſſimamente ſenza ſcapito alcuno, continovando il corſo loro, non conſumano un ſol momento di tempo di più nel loro intero viaggio, che ſe aveſſero avuto il canale libero.

Io ſo Ecc. Sig. che in queſta mia ſcrittura ſono alcune propoſizioni, le quali per aver nel primo aſpetto ſembianza di paradoſſi, ed impoſſibili, mi manterranno, anzi mi accreſceranno nel concetto di molti l' attributo, che mi vien dato di cervello ſtravagante, e vago di contrariare all' opinioni, e dottrine comunemente ricevute anco da gli ſteſſi Profeſſori dell' Arti, e per queſto non mi è aſcoſo, che meglio ſarebbe (conforme a quell' utile documento) *tacer quel ver, che ha faccia di menzogna*, che pronunziandolo eſporlo alle contraddizioni, impugnazioni, e talvolta anche alle deriſioni di molti. Tuttavia in queſto ancora ſon di parere diverſo dal comune, e ſtimo più utile il proporre, ed eſporre alle contraddizioni penſieri nuovi, che per aſſicurarſi da i contraddittori empire le carte di coſe traſcritte in mille volumi; ed in queſta occaſione V. S. mi riceva, e mi ſpacci per cenſore, offizio, che pur viene ammeſſo nella repubblica, e forſe tra i più utili, e neceſſarj, e quello, che ho detto, e quel che ſon per dire, ſia ricevuto, non come parto della mia ambizione, acciò che il mio conſiglio ſia antepoſto a' pareri de i più intelligenti di me, ma come nato dal deſiderio d' eſſere a parte nelle migliori deliberazioni, ſe non poſitivamente, almeno negativamente, cioè coll' avere additati quelli inconvenienti, che ſi debbon fuggire; e vagliami la proteſta, e la dichiarazione, che fo d' eſſer meno intelligente de gli altri a poter più liberamente portare in mezzo le mie fantaſie.

Tornando dunque ſulle tortuoſità del fiume, dirò un altro mio concetto, il quale penſo, che ſia per giunger nuovo, ed anco eſorbitante all' Ingegnere, e forſe ad altri, ed è queſto, che,

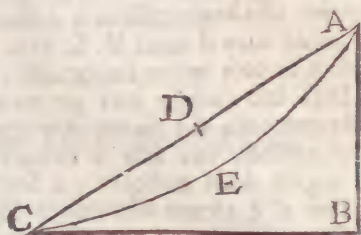
Poſta l' iſteſſa pendenza tra due luoghi, tra i quali ſi abbia a far paſſare un mobile, affermo la più ſpedita ſtrada, e quella che in più breve tempo ſi paſſa, non eſſer la retta, benchè breviſſima ſopra tutte, ma eſſervene delle curve, ed anco delle compoſte di più linee rette, le quali con maggior velocità, ed in più breve tempo ſi paſſano, e per dichiarazione di quanto dico, ſegniamo un piano orizzontale ſecondo la linea A B, ſopra il quale intendaſi elevata una parte di cerchio non maggiore d' un quadrante, e ſia C F E D, ſicchè la parte del diametro D C, che termina nel toccamento C, ſia perpendicolare, o vogliamo dire a ſquadra ſopra l' orizzontale A B, e nella circonferenza C F E, prendaſi qualſivoglia punto F, dico adeſſo, che poſto che E fuſſe il luogo ſublime, di dove ſi aveſſe a partirr un mobile, che C, fuſſe il termine baſſo, al quale aveſſe a pervenire, la ſtrada più ſpedita, e che in più 19

breve

breve tempo si passasse, non sarebbe per la linea, o vogliamo dire pel canale brevissimo E C, ma preso qualsivoglia punto nella circonferenza F, segnando i due canali diritti E F, F C, in più breve tempo si passeranno questi, che il solo E C, e se di nuovo negli archi E F, F C, si noteranno in qualsivoglia modo due altri punti G, N, e si porranno quattro canali diritti E G, G F, F N, N C, questi ancora si passeranno in tempo più breve, che gli due E F, F C, e continuando di descrivere dentro alla medesima porzione di cerchio un condotto composto di più, e più canali retti, sempre il passaggio per essi sarà più veloce. E finalmente velocissimo sopra tutti sarebbe, quando il canale fusse curvo, secondo la circonferenza del cerchio E G F N C. Ecco dunque trovati canali, che hanno la medesima pendenza (essendo compresi tra i medesimi termini E, C) e che sono di differenti lunghezze, nei quali i tempi dei passaggi sono (al contrario di quello, che comunemente si stimerebbe) sempre più brevi ne i più lunghi, che ne i più corti, e finalmente tardissimo nel cortissimo, e velocissimo nel lunghissimo. E queste sono conclusioni vere, e da me dimostrate nei sopraddetti libri del moto. Questo che io dico è vero universalmente non solo quando la superficie del quadrante D E C gli fusse eretta a squadra sopra l'orizzonte A B, ma anco quando fusse quanto si voglia inclinata, purchè il punto E, sia elevato più del C, acciò vi sia qualche pendenza, e che l' E D perpendicolare al C D, sia posta parallela all' orizzontale A B. Ma per levare in parte l'ombra, che nel primo pronunziare di tal concetto forse occupò la mente dell' uditore rappresentandolo come paradosso, e manifesto impossibile, consideriamo quello, che accade nei canali segnati E F, F C, come nel principio loro sotto il punto E, l' inclinazione del canale E F è maggiore, che quella del canale E C; sicchè l' impeto per quella dee esser maggiore, che per questa, e tale ancora dee continuarsi per tutto il tratto F C, che sebben poi la pendenza nella parte F C, è minore della pendenza E C, tuttavia la velocità già concepita pel vantaggio di E F, è più potente per conservare l' acquisto fatto, che non è la declività della rimanente parte di E C, a ristorare il danno della perdita già fatta. Vedasi parimente, che nell' altre figure composte di più linee, la pendenza superiore è sempre maggiore, e finalmente nell' istesso quadrante è maggiore, che in tutte l' altre figure. Aveva pensato in questo luogo di toccare altro accidente più strano in aspetto, e che maschera il vero con faccia di menzogna, più che l'altre cose dette, ma giacchè mi viene in taglio, dicasi, e gl' increduli aspettino in breve la dimostrazione concludente con necessità, onde essi restino appagati, ed io sincerato, e conosciuto per veridico. E' paruta disorbitanza il pronunziare, che i due canali E F, F C, si passino in manco tempo, che il solo E C, ma quale assurdo parrà il sentire, che ambedue si passino più presto, che uno di loro, cioè, che partendosi il mobile dal termine E, in tempo più breve si conduca al termine C per gli due canali E F, F C, che pel solo F C, partendosi dal punto F, e pure tale accidente è vero.

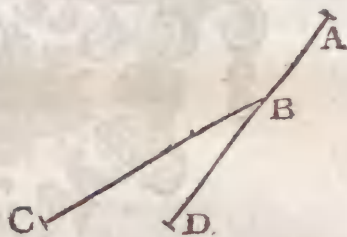
Da quanto di sopra ho detto, vorrei, che i SS. Ingegneri, e Periti ne cavassero un avvertimento (ma forse di già l' hanno osservato) circa il compartire la pendenza ne i canali, e letti de' fiumi, che è di non la distribuire ugualmente per tutto, ma andarla sempre diminuendo verso il fine del corso,

come

come per esempio. Dovendosi cavare un alveo di fiume, dal principio A, sino al termine C, tra i quali estremi vi sia la pendenza notata A B, io non giudicherei l' ottimo compartimento di essa pendenza essere il distribuirla per tutto egualmente cavando il fondo del letto secondo la linea A D C, sicchè le sue parti fossero tutte egualmente inclinate, la qual linea non sarebbe retta, ma colma in mezzo, dovendo quasi secondare la curvità del globo terrestre; ma crederei esser meglio fare il compartimento secondo la circonferenza A E C, cioè dando maggior pendenza nelle parti verso A, e diminuendola sempre verso C, dove non avrei per disordine, quando bene per qualche spazio l' acqua dovesse andare senza pendenza. Nè temerei, ch' ella fusse per allentare il suo corso, essendo sicuro, che nel piano orizzontale (quando non vi sieno impedimenti esterni, ed accidentarj) la velocità concepita dal mobile nel modo precedente sopra un piano declive si conserva uniforme, e tale, che nel piano passerà spazio doppio del passato, nell' inclinato in tempo eguale al tempo del passaggio per l' inclinato, mentre il suo principio fu dallo stato di quiete, come io dimostro nel mio soprannominato libro del moto.

21

E qui voglio mettere in considerazione, come il temere, che un' acqua corrente nel passare per una parte del suo canale, la quale avesse minor pendenza, che le parti precedenti, possa ritardare il suo corso, e farla rigonfiare, e finalmente farla traboccare, è se non m' inganno timor soverchio, e vano, perchè io stimo, che non solo la minor pendenza non ritardi l' impeto concepito nella precedente maggiore, ma che nè anche il puro livello sia bastante a ritardarlo.

E per dichiararmi, posto il canale inclinato A B, pel quale sia corso il mobile, e che oltre al B debba passare nella parte B C meno inclinata, dico, che la velocità per A B, non si diminuirà altrimenti nel seguente canale B C, anzi continuerà di crescere, se vi sarà punto di pendenza, o si conserverà, quando sia posto a livello. Dubito bene, che potrebbe forse accadere, che alcuno con un poco d' equivoco si persuadesse, che diminuendosi la pendenza in B C, in relazione di A B, si dovesse anco diminuire la velocità; cosa, che è falsa in relazione al caso precedente pel medesimo canale A B; ma bene è vero in relazione a quello, che seguiterebbe nel canale B D, continuato all' A B, coll' istessa pendenza. Ritarderà dunque il mobile il corso, che farebbe per B D, ma non il fatto per A B, anzi seguiterà d' accrescerlo, ma bene con proporzione minore. Però il dubitare, che per le svolte, le quali nel canale, che va serpendo, possono aver minor pendenza, che altre parti, che più si distendono, secondo l' inclinazione del piano suggetto, si possa fare tal diminuzione di velocità, che l' acqua trattenuta rigonfi, e trabocchi, l' ho per evento da non temersi; perchè non è vero, che la velocità si scemi, anzi si va sempre augumentando; se già la svolta non fusse tale, che convertisse la pendenza in salita, al qual caso converrebbe provvedere, ma non credo, che ciò avvenga nel fiume di Bisenzio, nel quale l' acqua ancorchè bassa si muove sempre. Oltrechè il colmo alto trova ben esso modo di farsi la pendenza, dove ne fusse scarsità, e mancamento.

22

Io avrei alcun' altre conſiderazioni da proporre intorno ad altri particolari, ma perchè la ſomma del preſente negozio, come prudentemente nota l' Ingegnere Bartolotti, conſiſte in queſto punto principaliſſimo ſin qui aſſai ventilato, mi riſerberò ad altra occaſione a diſcorrere circa tal materia più copioſamente, non convenendo anco il tener V. S. Ecc. (occupata ſempre in negozj graviſſimi) più impedita in coſe meno importanti.

Dirò ſolo qualche coſa per concludere intorno alla deliberazione da prenderſi pel reſtauramento del fiume Biſenzio, che io inclinerei a non lo rimuovere del ſuo letto antico, ma ſolo a nettarlo, allargarlo, e per dirla in una parola alzare gli argini dove trabocca, e fortificarli dove riempie. E quanto alla tortuoſità, ſe non n' è alcuna oltremodo cruda, e che con qualche taglio breve, e di poco incomodo, e danno alle poſſeſſioni adjacenti ſi poſſa levare, la leverei, benchè il benefizio, che ſi poſſa ritrarne, non ſia di gran rilievo.

Ci ſono molte altre incomodità, e difficoltà quaſi inſuperabili promoſſe, e meſſe in conſiderazione dall' Ingegner Fantoni nella ſua ſcrittura, le quali non mi è paruto di dover replicare, ma ſolo confermarle, come importantiſſime nel preſente negozio.

Queſto, che ho detto è ſtato per obbedire al cenno del Sereniſſimo Gran Duca noſtro Sig. ſignificatomi da V. S. molt' Ill. ed Ecc. alla quale dedicandomi, e confermandomi ſervitore, con riverente affetto bacio le mani, e prego felicità.

LET-

LETTERE DI GALILEO GALILEI, *DEL PADRE* D. BENEDETTO CASTELLI, E DEL NOZZOLINI

In propoſito della ſtima d' un Cavallo.

Lettera d' Andrea Gerini al Nozzolini.

Di Firenze il dì 24. Aprile 1627.

O mi ſon trovato alli giorni paſſati in una converſazione dove ſi diſputava un punto di Matematica, e perchè la gente ſi pugneva, ſono ricorſi per la ſentenza al Sig. Galilei, e perchè una parte non ſi quieta, mi è venuto in penſiero di ſcrivere a V. S. per ſentire la ſua opinione, della quale ſe ne vuol favorire, ſo che ſarà gradita, quando però ſia con ſuo comodo, e ſenza interrompimento di altri ſuoi ſtudj. Il punto è queſto.

Un Cavallo vale veramente cento ſcudi, da uno è ſtimato mille ſcudi, e da un' altro dieci ſcudi, ſi domanda chi abbia di loro ſtimato meglio, e chi abbia fatto manco ſtravaganza nello ſtimare. Se a V. S. pare farci ſopra un poco di diſcorſo con ſua opinione, a lei me ne rimetto, e ho preſo queſta ſicurtà, ſapendo, che ſi diletta di curioſità. Nuove non ho da darne, che però farò fine con ricordarmeli ſervitore, e da Dio pregarli lunga vita in ſua grazia.

Lettera del Nozzolini in riſpoſta all' antecedente.

Di S. Agata il dì 26. Aprile 1627.

IL dubbio, che V. S. mi propone, mi par così facile da riſolvere, che io dubito di non l' intendere, e che ci ſia ſotto qualche difficultà da me non conoſciuta, e dicendomi V. S. che coſtì ne ſia nata diſputa, e controverſia fra i begl' ingegni di Firenze, dovrei tacere, e confeſſando la mia ignoranza, più toſto aſpettarne la ſoluzione degli altri, che io dirne coſa alcuna; ma per obbedire a V. S. dirò in ogni modo quello, che io ne ſento, confidando, che ſe ella conoſcerà, che io ne favelli imprudentemente, ſtraccerà queſta mia lettera, e ſenza moſtrarla ad altri ricuoprirà la vanità de' miei ragionamenti.

Il dubbio è queſto: una coſa val 100. da uno è ſtimata 1000, e da un' altro dieci, ſi domanda qual di loro abbia ſtimato meglio, e chi abbia fatto minore ſtravaganza.

A queſto così a un tratto riſponderei, che ſe quel primo ſi diſcoſta dal giuſto per 900. e quel ſecondo per 90. chi non vede, che il primo commette dieci volte maggiore ſtravaganza, che il ſecondo? ſo bene, che mi ſi può opporre, che il primo ſtima dieci volte più del giuſto, ed il ſecondo dieci volte meno, e però la ſtravaganza del primo nel più viene a eſſer ſimile, ed e-

guale a quella del ſecondo nel meno. A queſto io riſpondo, che queſta ſorta di conſiderazione di proporzione non ha luogo ne i conti de' mercanti, e per meglio eſplicarlo dico così. Non è dubbio alcuno, che il comprare, vendere, preſtare, rendere, barattare, e ſimili altri traffichi della mercatura appartengono a quella parte della Giuſtizia, che ſi chiama commutativa, della quale è offizio aggiuſtare le diſuguaglianze delle noſtre commutazioni, quali anticamente conſiſtevano in ſemplici baratti di quelle robe, che avanzavano a noi, e mancavano a un' altro, con quelle robe, che avanzando a lui mancavano a noi, nel qual caſo ſi trovavano due difficoltà, la prima dell' opportuno riſcontro, v. gr. che io a chi avanza il vino, e mancano le ſcarpette, mi abbatta a trovar uno, a chi avanzino le ſcarpette, e manchi il vino, la ſeconda del ſaper conoſcere quante ſcarpette meriti un barile del mio vino. E per queſto fu neceſſario trovar la moneta, che a guiſa di una mercanzia comune ci ſerviſſe per giudice, e prezzo di agguagliar giuſtamente i noſtri traffichi, ed in queſto aggiuſtamento dicono i Politici, che ſi dee oſſervare la proporzione aritmetica, e non geometrica.

Proporzione geometrica s' intende quella abitudine, quel riſpetto, che ſi trova tra quattro numeri, ovvero altre magnitudini, delle quali la prima abbia la medeſima forza ſopra la ſeconda, che la terza ſopra la quarta, come per eſempio, perchè il 10 ha la medeſima forza ſopra il 5, che il 4, ſopra il due, queſti quattro numeri 10. 5 : 4. 2. ſi chiamano proporzionali di proporzione geometrica, la quale può ancora trovarſi in tre termini ſoli, v. gr. la medeſima forza, che ha l' 8 ſopra il 4, l' ha il 4. ſopra il 2. ma perchè quel 4. di mezzo ſi piglia due volte, anco queſta, che par di tre termini, viene a eſſer di 4.

La proporzione aritmetica riſguarda il ſopravanzo, e ſi ritrova tra 4. numeri, de' quali il primo avanzi tanto il ſecondo, quanto il terzo avanza il quarto, ſecondo la qual proporzione queſti quattro numeri 10. 8. 4. 2. ſono proporzionali, perchè di tanto il 10 avanza l' 8, di quanto il 4 avanza il 2: e anco queſta può ſtare in tre termini, come 6. 4. 2. dove il 6 tanto avanza il quattro, quanto il 4 avanza il 2. Di queſte due ſpecie di proporzione dicono, che la geometrica ſi oſſerva, e ſi adopra in quella parte della giuſtizia, che ſi chiama diſtributiva, alla quale ſi appartiene diſtribuire giuſtamente i premj al merito, e le pene al delitto. Per tanto ſe il mio merito ſarà doppio del voſtro, anco la mia rimunerazione dovrà eſſer doppia della voſtra, ſe il mio delitto ſarà duplo del voſtro, anco la mia pena dovrà eſſer doppia della voſtra, ſe il mio delitto ſarà triplo del voſtro, anco la mia pena dovrà eſſer tripla della voſtra, nella qual diſtribuzione appariſce evidentemente la detta proporzione geometrica.

Ma nella giuſtizia commutativa queſta proporzione geometrica non ha luogo, ma ſibbene l' aritmetica, come ſi può vedere in queſto eſempio. Pongaſi, che 57 noi facciamo una diviſione di mercanzia comune; a voi tocca lana, e a me ſeta, e ricorrendo al Giudice del prezzo, e della moneta, troviamo, che voi avete avuto lana per ventiquattro ſcudi, ed io ho avuto ſeta per ſcudi ſei. Qui biſogna aggiuſtare queſta diſuguaglianza riducendola in numero mezzano tra il ventiquattro, ed il ſei, che aggiuſti la noſtra mercanzia. Ora dico, che queſto numero mezzano non dee aver mezzanità di proporzione geometrica, che il ventiquattro abbia ſopra lui la medeſima forza, che egli ha ſopra il 6. perchè ſe noi lo voleſſimo tale, noi avremmo a multiplicare inſieme i due eſtremi, cioè 6 con 24, che fanno 144. e di queſto ſi arebbe a pigliare la radice quadrata; cioè trovar un numero, che multiplicato in ſe ſteſſo faccia 144, il quale è 12, e queſto tal 12 ſarebbe mezzano di proporzione geometrica fra i due ſopraddetti eſtremi. Ora ſe noi riduceſſimo la diſuguaglianza della noſtra commutazione a queſto 12 cioè ſe voi deſte a me ſei de' voſtri ſcudi, ſicchè congiunti colla ſe-

ta mi

ta mi facessero la somma di 12. scudi, io non avrei altrimenti il conto mio, perchè a voi resterebbe lana per diciotto scudi, e io fra danari, e seta non ne avrei se non dodici. Ma se in questo caso noi ricorriamo alla proporzione aritmetica, si farà il giusto bilancio del negozio; il numero mezzano di proporzione aritmetica si trova, non multiplicando, ma raccogliendo insieme gli estremi, e dividendo pel mezzo il raccolto, però raccogliendo 24 con 6, che fan 30, e dividendolo pel mezzo, ne viene 15. e questo 15 è il vero mezzo della nostra divisione, perchè tanto è minore del 24, quanto maggior del 6: però se voi darete a me nove de' vostri scudi, io ne averò 15, e voi 15, e si sarà aggiustata la nostra disuguaglianza.

Ora applicando le cose dette al proposito nostro, se noi consideriamo i tre numeri posti di sopra nella proposta del dubbio, cioè 1000. 100. 10. noi vediamo, che fra essi è proporzione geometrica, la quale non ha luogo nella giustizia commutativa, e però non può esser buona a difendere la grande stravaganza, che si trova nel caso nostro: poichè il primo si parte dal giusto per 900, ed il secondo per 90. E sebbene qui si parla di stima, e non di baratto, o di vendita, nondimeno il medesimo giudizio si ha da far di lei, che di loro, poichè la stima s' indirizza alla vendita, ovvero al baratto, o per dir meglio, sono una cosa medesima, poichè la stima non è altro, che una compra non anco ratificata, e la compra non è altro, che una stima di già accettata, e però le stravaganze delle stime debbono esser ridotte all' aggiustamento per la medesima strada della proporzione aritmetica, per la qual si vede, che allora sarebbero egualmente lontani dal giusto, quando il vero prezzo della cosa fusse 505, dal qual il primo si discosta nel più per 495, ed il secondo nel meno similmente per 495. sicchè possiamo concludere, che maggiore stravaganza faccia lo stimatore del 1000. che quel del 10.

Forse alcuno dubiterà come sia vero, che la proporzione geometrica non abbia luogo nella giustizia commutativa, e ne' traffichi mercantili, poichè noi vediamo, che tutti i conti, e le ragioni di mercanti sono fondati sopra la regola del tre, se 8 mi dà 6, che mi darà 4? la quale è geometrichissima. A questo si risponde, che è vero, che detta regola del tre ci serve a ritrovare i conti, e i prezzi delle mercanzie, ma nell' aggiustare le disuguaglianze delle commutazioni non ha luogo, come abbiamo mostrato di sopra. Ma di nuovo potrebbesi opporre, che nell' aggiustare i traffichi delle compagnie, dove uno mette 1000, l' altro 2000, e l' altro 3000. o altra somma di scudi, quando si viene a bilanciare il guadagno, che si perviene a ciascuno, non si adopra altro, che la geometrica regola del tre. 58
A questo risponderei, che questa azione di vedere qual parte di guadagno tocchi a ciascuno degli interessati è azione di giustizia distributiva, poichè in essa si ha riguardo di merito, e di retribuzione di premio, e di guadagno, secondo che altri ha meritato, sicchè non è maraviglia, che vi si adopri la proporzione geometrica. E questo è quanto ora mi occorre dire per soluzione del dubbio proposto, dove se avrò detto molte semplicità, V. S. dee in un medesimo tempo scusar me (che non ho saputo più là) e accusar se stessa, che in quelle difficultà, che fanno dubbio agli elevati ingegni Fiorentini, si ricorra a un Pretazzuol di contado, che ne dia sentenza definitiva, e le bacio le mani, pregando Nostro Signore Dio per ogni sua prosperità.

Lettera del Nozzolini a Andrea Gerini.

Di S. Agata il dì 10. Maggio 1627.

HO ricevuto la lettera di V.S. insieme col parere del Sig. Galilei sopra il quesito, che ora si va disputando per Firenze; ed in verità se io avessi da principio

cipio ſaputo, che una perſona di tanta ſtima, e di tanto ſapere aveſſe ſopra di ciò pubblicato ſue ſcritture, io non avrei in modo alcuno ſcritto a V. S. quel che io me ne giudicaſſi, perchè io debbo ben credere, che più vagliano i ſogni di un tal uomo, che le più eſquiſite conſiderazioni, ch' io ſapeſſi mai fare. Ma poichè io ne ho già ſcritto a V. S. e poichè ella mi comanda, che io conſideri queſta ſcrittura del Sig. Galilei, e che eſſendo ella contraria alla mia, io dica ſe altro ho da dire per confermazione del mio detto; e perchè io ſo, che gli uomini dotti non ſi ſdegnano, ſe qualunque minima perſona produca in mezzo i ſuoi penſieri per inveſtigazione della verità, non mi periterò a dir di nuovo qualche coſa intorno a queſto queſito, nel qual ſi cerca qual ſia maggior ſtravaganza ſtimar 1000. ovvero ſtimar 10 quel, che veramente val 100.

Per deciſione di queſto dubbio il Sig. Galilei primieramente diſtingue, che in queſto caſo ſi può adoprare o la proporzione aritmetica, ovvero la geometrica. E che adoprando la prima farà maggior ſtravaganza lo ſtimator del mille, che quel del 10, e adoprando la ſeconda le ſtravaganze ſaranno eguali; poi determina, e dice, che aſſolutamente qui ſi dee adoprare la proporzione geometrica, e di ciò non adduce altra ragione, che queſta. Che ſe noi voleſſimo in queſto caſo ſervirci della proporzione aritmetica, ne ſeguiterebbe, che chi ſtima 59 200 una coſa, che val 100, farebbe maggior ſtravaganza, che chi la ſtimaſſe uno ſcudo ſolo, poichè il primo ſi parte dal giuſto aritmetico per 100 ſcudi, ed il ſecondo per 99. Ma queſto, dice egli, è coſa del tutto irragionevole, e vuole, che minore ſtravaganza faccia quel del 200 che quel dell' uno, perchè il primo ſtima ſolamente due volte più, ed il ſecondo 99 volte meno del dovere, ec.

A queſto io riſpondo, che quello, che dal Sig. Galilei è ſtimato coſa irragionevole, appreſſo di me non è inconveniente alcuno, e penſo, che minore ſtravaganza, e minor lontananza dal vero commetta lo ſtimator dell' uno, che quel del 200, e per provarlo dico così.

Quando ſi ragiona di due numeri, o linee, o altre magnitudini, delle quali ſi vadia cercando qual ſia maggiore, e qual minore, ovvero ſe elle ſiano eguali, per volerne rettamente giudicare biſogna ricorrere alla miſura, e in miſurando ſi ha da aver riguardo a due coſe, prima di adoperar la medeſima miſura, e non diverſe miſure, la ſeconda di guardar quante volte la detta medeſima miſura entri nelle propoſte coſe, ſe ſi adoperaſſero diverſe miſure, v. gr. in una coſa il braccio, e nell' altra la canna, ſebbene entraſſe tante volte il braccio nell' una, quanto la canna nell' altra, non per queſto le ſuddette coſe ſarebbero eguali.

Stando ferma queſta verità, della quale non è da dubitare in modo alcuno, dico, che la proporzione geometrica non è il caſo a giudicar la maggioranza, o eguaglianza, di due coſe, come quella, che non adopera la medeſima miſura, ma diverſe, e ſolamente ha riguardo, che l' una miſura entri tante volte in una coſa, quante l' altra miſura nell' altra coſa, come ſi vede in queſto eſempio; il 90 ha la medeſima forza ſopra il 30, che il 30 ſopra il 10; e però queſti tre numeri 90. 30. 10. ſono proporzionali geometricamente, ed in quanto al numero delle miſure la coſa ſta pari, perchè il 10. entra tre volte nel 30, ed il 30 entra tre volte nel 90. Ma la miſura è diverſa, poichè il 10 miſura tre volte il 30 con una miſura di 10 braccia, ed il 30 miſura tre volte il 90, con una miſura di 30 braccia.

Inoltre la proporzione geometrica non ſolamente nelle ſue miſure adopra diverſità ſpecifica, ma ancora diverſità generica, cioè ſi ſerve di miſure tra loro tanto diverſe, che non hanno niente che fare inſieme, come ſi vede in quel teorema, nel quale ſi prova, che in quei triangoli, che hanno la medeſima altezza tanta forza ha la baſe ſopra la baſe, quanta il triangolo ſopra il triangolo,

golo, dove le basi si misurano con una linea, e i triangoli con una figura. E questa diversità di misure non dà fastidio alla proporzione geometrica, alla quale basta, che tante volte entri la linea nella linea, quanto la figura nella figura; ma non è già buona a vedere, che abitudine abbia la linea colla figura. Piglio un altro esempio nella materia della giustizia distributiva, alla quale è appropriata la proporzione geometrica. Voi avete servito alla Repubblica 10 mesi, ed io venti mesi, onde se a voi si conviene di premio 50 barili di vino, ovvero 30 stajora di terreno, ovvero 12 libbre di argento, viene a me il premio di 500 barili di vino, ovvero 60 stajora di terreno, ovvero 24 libbre di argento. Qui il merito si misura col mese, ed il premio col barile, o collo stajoro, o colla stadera. Tutto questo dico per mostrare, che di quelle due cose, che si ricercano a misurare perfettamente, la proporzione geometrica non ha riguardo se non a una sola, cioè al numero delle misure, ma di adoperare diversa misura di diversità specifica, o generica non fa caso nessuno.

Ora applicando questa verità alla soluzione del dubbio dico, che è vero, che quello, che stima 1000 stima 10 volte più, e quello, che stima dieci, stima dieci volte meno, e così quanto al numero delle misure sono in eguale stravaganza. Ma la misura è molto diversa; il primo è lontano dal vero per dieci misure grandi di 100 scudi, e il secondo è lontano per dieci misure piccole di dieci scudi, e però non si possono domandare eguali queste due stravaganze, e lontananze, siccome noi non diremmo, che da S. Maria del Fiore fussero egualmente lontani il Campanile, ed il S. Giovanni, per esser il Campanile lontano dieci passi di bambino, ed il San Giovanni dieci passi di gran gigante. Similmente nel secondo esempio. E' vero, che chi stima 200 quel, che val 100, è lontano per un doppio solo, e chi lo stima uno è lontano per 99 meno, ma quel doppio solo è una misura tanto grande, che supera quelle 99 misure del meno. 60

Ma se noi ci serviremo della proporzione aritmetica, noi troveremo, che questa è accomodatissima a giudicare di queste stravaganze, poichè ella adopera la medesima misura; v. gr. questi tre numeri 14, 10, 6, sono in proporzione aritmetica, poichè il 14 avanza tanto il 10, quanto il 10 avanza il 6, e questi tali avanzi si misurano colla medesima misura dell' unità, la quale entra quattro volte nell' avanzo del 14 sopra il 10, e quattro volte nell' avanzo del 10 sopra il 6. Similmente se nella stima del 1000, e del 10, noi facessimo, che il vero prezzo fusse 505, allora queste stravaganze, e lontananze sarebbono eguali misurate colla suddetta misura dell' unità, che entra 495 volte nella lontananza fra il 1000, e il 505, e similmente entra 495 volte nella lontananza fra il 10, e il medesimo 505. Per la qual cosa parmi, che si possa conchiudere, che nel nostro caso ci dobbiamo servire della proporzione aritmetica, e non della geometrica; la qual ragione aggiunta a quelle, che io dissi nell' altra lettera, tanto più dovrà confermar questa verità, e questo mi basti aver detto in questa materia.

Ma con tutto ciò per modo di facezia, e per burlar un poco con V. S. mi pare di aggiugnere in quest' ultimo, che se questa mia decisione non le piacesse, io la indrizzerò a un Giudice, e a un foro competente, il quale ogni giorno determina, e giudica sopra tal questione, e ne ha la soluzione prontissima, che ogni dì la mette in atto pratico: questo tal Giudice è il foro de' Beccai. Io ho veduto molte volte, che i beccai e con i contadini, e fra lor medesimi entrano in dispute, ed in iscommesse di chi si appressa più alla stima del peso di un porco, o di una vitella, e ho veduto, che se uno la stimerà libbre 48 e l' altro libbre 12. quando si viene al giudizio della stadera, se si trova, che quella tal cosa pesi libbre 30. si determina, che nessuno vinca, ma da 30 in giù si dà la vittoria a quel del 12, e da 30 in sù a quel del 48. e non ho veduto,

duto, che la proporzione geometrica appresso questi Giudici sia di momento alcuno, e sebbene geometricamente fra il 48 e il 12. il numero mezzano proporzionale è il 24. nondimeno da questo foro il 24 e gli altri fino al 29 inclusivamente sono aggiudicati a favore di quel del 12. e pure questi, e queste scommesse sono non solamente simili, ma anco una cosa stessa col caso nostro, attalchè mi par gran maraviglia, che appresso ai nobili spiriti Fiorentini si abbia a revocare in dubbio con tante dispute, e scritture quel Prolema, che appresso a' beccai è deciso noto, e manifesto già mille anni sono. E però se in questa lite da alcuno mai sarà dato la sentenza contro, io prometto a V. S. di volere muovere appello al foro de' beccai, il qual per sua particolar prerogativa merita di esser chiamato il foro della giustizia, poichè ogni beccaio sa così bene adoperare con una mano la bilancia, e coll' altra il coltellaccio, che pare, che si possa con verità affermare, che ciascuno di loro sia una Giustizia, e con questo fine a V. S. bacio le mani, pregandole da Dio ogni contento.

61

Lettera di Galileo Galilei.

PEr la decisione del caso, che si disputa tra le parti, che è chi de' due stimatori abbia meglio stimato, e minore stravaganza abbia fatto circa la stima di una cosa, che veramente val cento, quello che la stimi mille, o quello, che la stimi dieci; parmi, che prima si debba stabilire ciò, che importi stimar giusto e bene, e quello, che importi stimare ingiusto e stravagantemente.

Stimerà giusto e bene quello, che stima cento la cosa, che giustamente val cento, devieranno dalla giusta stima, e stravagantemente quelli, che la stimeranno più, o meno del giusto. E di questi colui commetterà maggiore stravaganza, che più esorbitantemente dal giusto prezzo o nel più, o nel meno devierà. E perchè parrà forse ad alcuno, che deviare egualmente dal giusto nel più, e nel meno possa intendersi in due modi, cioè o in proporzione aritmetica (che è quando l' eccesso del più sopra il giusto è eguale all' eccesso del giusto sopra la minore stima, come se il giusto sia dieci, e l' una stima sia dodici, e l' altra otto, dove le differenze sono eguali, cioè due) o in proporzione geometrica (che è quando la maggiore stima al giusto ha la medesima proporzione, che il giusto alla minore, che sarebbe quando uno stimasse venti quello, che val dieci, e l' altro lo stimasse cinque, dove l' uno stima il doppio più, e l' altro la metà meno, e che così in conseguenza deviare più dal giusto s' intenda, quando nel primo modo l' uno eccesso sia maggior dell' altro, e nel secondo la maggiore delle due stime riguardi il giusto con maggiore proporzione di quella, che avesse il giusto alla minore stima: è necessario stabilire in quale delle due maniere si debbe intendere il presente caso.

Dico per tanto, che assolutamente si dee intendere della proporzione geometrica, e non dell' aritmetica. Imperocchè stando pure nell' istesso caso, quando della proporzione aritmetica intender si dovesse, non solamente quello, che stima mille la cosa, che val cento, sarebbe più cattivo stimatore dell' altro, che la stimasse dieci, ma colui ancora, che la stimasse dugento, commetterebbe stravaganza maggiore, che quello, che la stimasse uno, essendo che l' eccesso del dugento sopra il cento (che è cento) è maggiore dell' eccesso di cento sopra uno, che è *99*. E così lo stimatore, che stimasse dugento scudi un cavallo, che giustamente valesse cento, meriterebbe di esser chiamato più cattivo stimatore di quello, che lo stimasse un solo scudo, che è quanto se altri dicesse, che quello, che stima il cavallo il doppio di quel, che veramente vale, commette maggiore stravaganza nella stima, che quello, che lo stima la centesima parte, cosa del tutto irragionevole, e che non cade, quando le differenze si con-

62

considerano nella proporzione geometrica, secondo la quale quello, che stima uno, fa esorbitanza tanto più dello stimatore di dugento, quanto la proporzione di cento a uno è maggiore di quella di due a uno, cioè di dugento a cento.

Le deviazioni dunque delle stime dal giusto si deono giudicare secondo la proporzione geometrica, e così quello, che stima una roba la centesima parte di quello, che ella vale, è assai più esorbitante stimatore, che quello, che la stima il doppio più, e in conseguenza egualmente deviano dal giusto quelli due, che stimano uno il doppio più, e l' altro la metà meno, uno il decuplo del giusto, e l' altro la decima parte solamente.

Aggiungasi, che non si può ragionevolmente credere, che le parti nel principio della presente controversia intendessero della proporzione aritmetica, perchè ciò sarebbe un voler supporre due troppo gravi mancamenti, uno nell' una, e l' altro nell' altra parte, cioè, che l' uno ignorasse, che il 900. è più del 90. e che l' altro con poca coscienza sopra tale ignoranza dell' avversario cercasse di guadagnarsi il premio della scommessa. Concludo per tanto, che li due stimatori abbiano egualmente esorbitato, e commesse eguali stravaganze nello stimare l' uno mille, e l' altro dieci quello, che realmente val cento.

Lettera di D. Benedetto Castelli a Andrea Arrighetti.

Con mio particolar gusto ho letta la lettera di V. S. e la decisione del Sig. Galileo, nella quale non solo ho notata la rettitudine del giudizio, ma la chiarezza ancora de' motivi, solita del Sig. Galileo, e in segno della replicata da me lettura ho preso ardire di significare a V. S. alcune cosette non in maggior confirmazione della decisione, ma per mostrare, che la verità ha i riscontri da tutti i versi.

Prima dunque supponendo nel caso nostro, che il cavallo, che val cento, sia stimato male nel più, e sia la stima 200. io domando all' amico suo quanto si doverebbe stimare nel meno con eguale errore? è forza rispondere, che bisogna stimarlo nulla, per servare la proporzionalità aritmetica, perchè tanta differenza è dal nulla al cento, quanto dal 100. al 200. Ora il voler poi dire, che tanto abbia fatto stravaganza quello, che stima il doppio, quanto quello, che stima nulla, mi par troppo gran debolezza, massime che fortificando il mio dubitare, suppongo, che il cavallo, che realmente val cento, sia stimato scudi trecento, e dimando di nuovo quanto si dee stimare nel meno coll' eguaglianza aritmetica? dove bisogna rispondere spropositi immensi.

In oltre io considero, che essendo stimato un cavallo, che val cento, da uno stimatore uno scudo, e da un' altro cento novanta nove scudi, queste due stime dall' amico suo deono essere tenute egualmente esorbitanti, essendo in tutte e due la differenza novanta nove. Ma dall' altro canto se noi consideriamo il negozio mercantilmente, le perdite, e il guadagno nella prima stima sono a ragione di 9900. per cento, e le perdite, e i guadagni nella seconda stima vengono solo a esser a ragione di novantanove per cento; attalchè in conto alcuno le stime fatte con egualità aritmetica non possono esser egualmente esorbitanti. Io qui scuserei l' amico suo volentieri se non resta persuaso, non essendo egli mercante, e avendo tralasciati li studj della Matematica per attendere a' più sicuri delle Leggi, ma vorrei, che almeno considerasse la trita legge *Rem majoris pretii C. de rescind. vendit.* dove si vede, che l' Imperatore considera la stravaganza del prezzo colla proporzionalità geometrica, non aritmetica, ec. 63

Lettera del Nozzolini a Andrea Gerini.

QUando io scrissi l' ultima lettera a V. S. scrissi tanto in fretta, che io non ebbi agio a dichiararmi così chiaramente come io avrei voluto, però le mando la presente, la quale contiene il medesimo, ma più apertamente esplicato.

Con lettera di V. S. ho ancora ricevuto quella del suo amico di Roma, nella quale sono opposte tre opposizioni contro la nostra opinione; la prima è questa. Quando quel cavallo, che val cento scudi fu stimato con eccesso nel più scudi dugento, a voler nel meno adoperar la proporzione aritmetica, cioè allontanarsi dal giusto per scudi cento, bisognerà stimarlo niente, la qual cosa è uno sproposito immenso, perchè dal cento al dugento è pur qualche abitudine, o ragione, o rispetto, ma dal cento al nulla non è abitudine nè rispetto alcuno.

A questa opposizione mi è facil cosa rispondere, perchè io mi ricordo, che fin quando io era fanciulletto sapeva dire simili stime coll' eccesso nel meno corrispondente a quello del più. Quando io andava in mercato a comprar delle pere, mentre io sapeva, che elle valevano un quattrin l' una, se il venditore me ne chiedeva due quattrini dell' una, io gli diceva non già di volergli dar nulla dell' una, perchè ben vedeva, che avrei detto uno sproposito, ma di voler due pere per un quattrino, e se egli mi chiedeva tre quattrini dell' una, e io diceva di volerne tre per un quattrino. E queste mi pajono le risposte convenienti coll' eccesso del meno corrispondente all' eccesso del più. Per tanto nel proposito del cavallo, che val cento ec. alla stima soverchia del dugento corrisponde do-
64 mandar due cavalli per cento, ec. perchè siccome il primo vuol due paghe per un cavallo, così il secondo vuol due cavalli per una paga, e non per questo segue, che volendo due cavalli per cento scudi egli venga a stimarli cinquanta scudi l' uno, ma dice questo per fare una stima, che gli giovi tanto nel meno, quanto gli nuoceva quell' altra nel più, il qual giovamento non poteva trovare sopra un cavallo solo, sebben l' avesse stimato il meno, che si potesse. Ed in amendue queste stime viene in virtù a esser nascoso quel niente, o nulla, che ci era di sopra opposto, perciocchè lo stimatore del dugento chiede due paghe, per l' una delle quali vuol dare un cavallo, e per l' altra non vuol dar nulla, e lo stimator del meno chiede due cavalli, per l' uno de' quali vuol dar la giusta paga, e per l' altro non vuol dar nulla. Ma questo tal nulla non apparisce così spropositato, come sarebbe a dire di stimar nulla quel caval solo.

La seconda opposizione è questa, se il cavallo di cento scudi da uno stimatore fusse stimato centonovantanove, e da un altro uno scudo solo, qui sarebbe la proporzione aritmetica, perchè di tanto il centonovantanove supera il cento, di quanto il cento supera l' uno, ma mercantilmente poi i guadagni, e le perdite verrebbono molto diverse, perchè secondo la prima stima quando il cento diventa centonovantanove si guadagna novantanove per cento, ma nella seconda quando l' uno diventa cento si guadagna 9900 per cento, perchè se uno mi dà cento, il centinajo mi darà 10000. che detrattone il capitale de' cento scudi ci resterà di guadagno 9900. per cento.

A questo io rispondo, che qui si scambiano le carte in mano, cioè si entra di un proposito in un' altro. Noi abbiamo la stima giusta, che è cento, e ne abbiamo due ingiuste, una nel più, che è centonovantanove, e una nel meno, che è uno. Nel primo processo si va dalla stima giusta verso l' ingiusta, dicendo se cento mi diventa centonovantanove, si guadagna novantanove per cento, nel secondo processo si doverebbe similmente andare dalla giusta verso l' ingiusta dicendo, se cento mi diventa uno, si perde novantanove per cento, e così la cosa torne-

tornerebbe esquisitamente del pari. Ma l'oppositore dopo che nel primo processo è ito dalla stima giusta all'ingiusta, cioè dal cento al centonovantanove; poi nel secondo processo va al contrario dalla stima ingiusta verso la giusta, dicendo, se uno mi diventa cento, il cento guadagnerà 9900. Ma che sproposito è questo? quando si è mai ragionato nel caso nostro, che l'uno ci abbia a diventar cento? si è ben ragionato, che il cento per una stima diventi centonovantanove, e per un'altra stima diventi uno, e così come per la prima si guadagna novantanove per cento, così per la seconda si perde novantanove per cento, e così la cosa torna del pari.

Ma perchè forse potrebbe dir l'oppositore di voler accomodar questi numeri a suo modo, e far questi processi a suo beneplacito, o pigliar per antecedente, e per conseguente qual gli torna più comodo, io non voglio pigliar contesa con lui sopra di ciò, ma gli voglio conceder liberamente, che secondo queste stime non rieschino bene i conti de' guadagni, e delle perdite del tanto per cento. Ma che inconveniente ne segue per questo? Chiara cosa è che il guadagno di tanto per cento si trova per la via della regola del tre, la quale è geometrica in tutto, e per tutto. Or che maraviglia sarà se da un fondamento di numeri disposti secondo la proporzione aritmetica, non seguitino bene i conti, che procedono per via di proporzione geometrica? questo non è inconveniente nessuno. 65 Anzi inconveniente non piccolo si vede nel suo argomento, e nella sua opposizione, che ha in se quel difetto, che dai Logici è domandato *petitio principii*, cioè assume come noto, e manifesto quello di che si disputa, e che si dee provare. Perciocchè noi siamo ora su questa disputa, se in queste stime si deva adoperare la proporzione aritmetica ovvero la geometrica, ed egli argomenta così: Non si dee adoperare la proporzione aritmetica, perchè non vi è dentro la geometrica regola del tre. Quanta forza abbia questa ragione giudichilo ciascuno.

La terza opposizione è posta in una Legge citata dall'oppositore, nella quale dice, che l'Imperatore considera la stravaganza del prezzo secondo la proporzione geometrica. Qui io non posso dir cosa alcuna. Io non ho mai studiato Legge, e non ho pur un Libro di tal professione. E qui intorno a molte miglia non posso ricorrere ad alcuno, che mi mostri le parole della detta Legge, le quali se io vedessi, forse troverei qual cosa da rispondere. Per tanto V. S. le faccia vedere, e considerare se ci valesse alcuna di queste due fughe, o che l'Imperatore tratti in quel luogo di cose appartenenti alla Giustizia distributiva, la quale si serve di tal proporzione geometrica, ovvero che ragioni quivi del modo di trovare il prezzo di alcuna cosa, e non di aggualiare le disuguaglianze; perchè sebbene le disuguaglianze de' prezzi si aggiustano colla proporzione aritmetica, nondimeno quando si vanno cercando i prezzi delle cose, si cercano per via di proporzione geometrica.

Dopo questo, che ho detto qui nel suddetto proposito, mi par di aggiugnere quattro parole nel proposito della stima del mille, e del dieci in confermazione di quel che ho scritto nell'altre lettere, ec.

La stravaganza dello stimare pare a me, che sia la medesima, che quella del vendere, e del comprare, poichè la stima, e la compra non sono differenti intrinsecamente, ma solo nell'essere o ratificata, o non ratificata, essendochè la stima subito che è accettata diventa compra, e vendita, sicchè nell'altre cose il medesimo giudizio dovrà farsi dell'una, che dell'altra. Per tanto ora lasciamo stare lo stimare, e consideriamo quello, che accade nelle stravaganze del vendere, e del comprare. Chi vende la roba più che ella non vale, si parte tanto dal giusto, e fa tanta stravaganza quanto è quell'eccesso; e volendo nelle medesime vendite ritornare al giusto, e ricompensare la fatta stravaganza, bisogna, che un'altra volta nel vendere la medesima cosa al medesimo compratore,

ſi allontani dal giuſto verſo il meno, quanto ſe ne allontanò verſo il più, come per eſempio. Io vendo grano; il ſuo prezzo è ſoldi cento lo ſtajo; voi ne comprate uno ſtajo da me, e io ve lo fo pagare ſoldi centoventi; ſe io vorrò far la giuſta ricompenſa, quando voi tornerete pel ſecondo ſtajo, biſognerà, che io ve lo dia per ſoldi ottanta. Ora ſe io vi aveſſi fatto pagare il primo ſtajo ſoldi mille, vi domando ſe quando voi tornate pel ſecondo ſtajo, io farei la debita ricompenſa, o ſtravaganza nel meno, a darvelo per ſoldi dieci? Certo che no; perchè avendo io nel primo pagamento ricevuto prezzo per dieci ſtaja, e datovi uno ſtajo ſolo, biſognerebbe, che la ſeconda volta io riceveſſi un prezzo ſolo, e vi deſſi dieci ſtaja. Attalchè l' utile del pagar ſoldi dieci il ſecondo ſtajo, non ricompenſa il danno dell' aver pagato mille quel primo. Perchè nel primo io mi allontano dal giuſto nel più per nove centinaja, e in queſto ſecondo non mi al-
66 lontano verſo il meno per un centinajo intero: a tale che queſte ſtravaganze o lontananze non poſſono eſſer eguali. Se adunque nel vendere, e nel comprare fa maggiore ſtravaganza chi vende mille quel che val cento, che non fa nel meno chi lo vende dieci, il medeſimo ancora ſi dovrà dire dello ſtimatore.

In oltre per un' altra via mi piace di aggiugnere un poco di chiarezza a queſta verità. Quando noi facciamo le ſtravaganze nel più, e nel meno, a voler, che eſſe procedano di pari paſſo, e ſieno fra loro corriſpondenti, biſogna adoperare i medeſimi nomi di parte, e di moltiplice, perchè variandoli non poſſono ben corriſponderſi tra loro. Mi dichiaro più apertamente così. Dichiamo, che un baril di vino vaglia dodici lire, e che voi nello ſtimare vogliate eccedere nel più, ed io nel meno, quando voi lo ſtimerete quindici lire, che altro vuol dir queſta ſtima, ſe non, io ti voglio uſurpare una quarta parte di paga? ed a queſta ſtima del più che ſi può egli riſponder nel meno, ſe non, io ti voglio uſurpare una quarta parte di barile? ſicchè al quarto nel più corriſponde il quarto nel meno. Similmente al terzo nel più, cioè a' ſedici corriſponderà il terzo nel meno, cioè otto. Ora ſe ſi vanno guardando que' tre numeri 15. 12. 9. e que' ſecondi 16. 12. 8. ſono fra loro in proporzione aritmetica; ſimilmente alla ſtima della metà più, cioè 18. corriſponderà la metà meno, cioè 6. A quella di due terzi più, cioè 20. quella di due terzi meno, cioè 4. come ſi vede nella dicontro tavoletta, nella quale ſi vede, che tutti i predetti numeri ſon diſpoſti con proporzione aritmetica.

Stravaganze.	più.		meno.
di un quarto	15	12	9
di un terzo	16	12	8
di un mezzo	18	12	6
di due terzi	20	12	4
di tre quarti	21	12	3
del doppio	24	12	6
del triplo	36	12	4
del quadruplo	48	12	3

Ora ſcendiamo più abbaſſo, e facciamo, che voi lo ſtimiate il doppio, cioè ventiquattro: Aſſi egli a dire, che a queſta corriſponda nel meno quella della metà ſei? non già, perchè queſto ſei fu poſto a corriſpondere al dicidotto, e però non può egualmente corriſpondere a quella del dicidotto, e a quella del ventiquattro. Similmente a quella del triplo nel più non può riſpondere quella del terzo nel meno, cioè il quattro, perchè queſto quattro fu poſto corriſpondente al venti; e finalmente al quadruplo nel più, cioè a' quarantaotto non può corriſpondere nel meno il quattro, cioè tre, il quale corriſpondeva al ventuno.

Per la qual coſa biſogna dire, che al doppio più, cioè a due cotanti più, corriſponda non la metà, ma due cotanti meno, cioè due barili per dodici li-

re,

re, e al tre cotanti più corrifponda non la terza parte, ma tre cotanti meno, cioè tre barili per dodici lire, e finalmente al quattro cotanti più rifponda quattro cotanti meno, cioè quattro barili per dodici libbre. Per la qual cofa ritornando al propofito noftro, quando, uno ftimerà mille un cavallo, che val cento, la corrifpondente ftravaganza nel meno farà il dire, che dieci cavalli vaglino cento fcudi, e quefto per avere fopra dieci cavalli quella tanta ftravaganza nel meno, che corrifponda a quella del mille, la quale non fi farebbe potuta avere fopra un caval folo, ancorchè fi fuffe ftimato meno, che un granel di rena. 67

Lettera di Galileo Galilei

Da Bellofguardo li 10. Giugno 1627.

IO leffi come ben fa V. S. la prima lettera fcritta in propofito della controverfia, che nacque tra lei, e il Sig. Nozzolini circa il determinare intorno alla grandezza delle ftravaganze delli due ftimatori, uno de' quali aveva ftimato mille, e l' altro dieci un cavallo, il cui giufto prezzo era veramente cento. E benchè a me reftaffe incognito il nome dello fcrittore di effa lettera, non però mi fi occultò il fuo molto intendere, che tanto chiaramente refta apparente nella dotta, e infieme adorna, e cortefe fua Scrittura. Ho dipoi letta ancora la feconda fcritta pure nel medefimo ftile, ove l' Autore con occafione di aver veduta quella decifione, che io come arbitro eletto di comun confenfo da V. S. e dalla parte meffi in carta, fa così onorata menzione della perfona mia, che benchè e' continovi di effer contrario al mio parere, tuttavia la modeftia, e gentilezza del fuo trattare, continova di accrefcere in me l' affetto, che già ho tutto rivolto e applicato a reverirlo, e per quanto io poteffi onorarlo. In fegno di che al prefente mi pare di effer in obbligo di rifpondere a quanto egli oppone nelle dette fue lettere, che troppo gran mancamento farebbe, o il fimulare di non l' aver vedute, e lette attentamente, o col filenzio moftrar ombra di non ne aver fatto quella ftima, che pur di neceffità convien farfi di fcritture con tanta acutezza, e dottrina fpiegate, e condite di tanta cortefia. Solo mi difpiace, che io non faprò colla mia rufticità corrifpondere al merito della gentilezza fparfa in effe Scritture, e bifognerà, che l' Autore per fe fteffo a guifa di ape, che fa convertire in dolcezza l' aufterità, che da talun fiore va delibando, rivolga in foavità quello, che non già dalla volontà, ma dalla penna poteffe con men foave ftile fcapparmi. Aggiunto a tale obbligo il comandamento di V. S. che fotto titolo di defiderio m' impone, ch' io debba dire quanto mi occorre intorno alle dette Scritture; vengo con quella libertà, che molto ragionevolmente dee poterfi ufare tra quelli, che più anfiofi fono della verità, che della oftentazione, e che il medefimo Autore delle due lettere domanda, che a fe conceduta fia, vengo dico a fpiegare a V. S. quello di più, che per confermazione della prima mia fcrittura (che tuttavia mi par veridica) mi hanno fatto fovvenire le due lettere del Sig. Nozzolini.

E prima io fo, che V. S. beniffimo fi ricorda di quello, che io le rifpofi la prima volta, che ella mi propofe in voce il quefito fopra il quale nacque la controverfia; che fu quale de' due ftimatori aveffe più ftravagantemente ftimato, l' uno de' quali ftimaffe mille, e l' altro dieci quel, che giuftamente valeva cento, e fa, che io corfi fubito a giudicare molto più eforbitante la ftima del mille, come quella alla quale feguiva molto maggior danno e perdita, e potrebbe forfe effer accaduto, che quando il difcorrer fopra tal quefito foffe terminato allora, io non mi foffi altramente mutato di parere. Ma il fignificarmi V. S. che la domanda era in controverfia tra uomini non volgari, col foggiugnermi appreffo, che i medefimi difegnavano, che io doveffi fopra di ciò deporre 68

porre anco in carta il mio giudizio, mi fece con attenzion maggiore considerare la qualità del quesito, ed in effetto mutare opinione, e cader nella sentenza, che poi messi in scrittura. Dubito, che il medesimo sia accaduto al Sig. Nozzolini, e tanto più quanto oltre a quello, che ho sperimentato in me medesimo, ho sentito rispondere l' istesso da tutti quelli, a' quali ho fatta la proposta, non l' avendo ancor fatta, fuori che a persone molto accorte. Che dunque dal Sig. Nozzolini uscisse la prima lettera nata da quella apprensione, che nel primo aspetto si appresenta alla mente, e di più scritta per quanto intendo in una scorsa di penna, io non me ne maraviglio punto. Ma ben mi nasce un poco di scrupolo per la seconda scritta sei giorni dopo, dove si scorge, che nè l' aver più posatamente potuto discorrere sopra il quesito, nè quel poco, che egli aveva letto nella mia decisione l' hanno rimosso dalla prima opinione, secondo la quale egli persiste in affermare, che l' esorbitanza delle stime si deva misurare dall' assoluto allontanamento dal giusto prezzo, e si fonda sopra certo politico decreto, che vuole, che nella giustizia commutativa si proceda nell' aggiustar le disuguaglianze colla proporzione aritmetica, e nella distributiva colla geometrica, e stimando egli, che la quistione proposta sia dell' attenenti alla giustizia commutativa, vuole colla proporzione aritmetica misurare la quantità dell' esorbitanze de' due stimatori, ec. Ora poichè V. S. così comanda, dovendo dire il parer mio, cominciando da questo capo, che è il principal fondamento delle due scritture, confesso liberamente di non restar capace di questo negozio, e dubito, che qui avvenga quello, che accade in molte altre proposizioni scritte da uomini comunemente stimati grandissimi, le quali non sono intese, nè forse sono intelligibili, ma quelli, che le profferiscono, ed anco quelli, che l' ascoltano fatti creduli dall' autorità de' lor primi prolatori simulano d' intenderle, e per non si dichiarare di capacità inferiori a quelli, che le adducono, gli danno l' assenso. Ora io deposta questa sorta di ambizione, mi dichiaro bisognoso di esser fatto capace di questa materia, e resterei con obbligo grandissimo al Sig. Nozzolini, se egli col parlar più chiaramente e distintamente mi traesse di questa confusione, e la chiamo così, perchè non so, per molto che io mi ci sia affaticato, applicare al nostro proposito l' esempio, che egli nella prima lettera arrecò sotto titolo di commutazione, o baratto, e che poi correggendo l' errore da se commesso mutò in una divisione di mercanzia comune; mantenendo però sempre la medesima opinione, che in cotali traffichi mercantili si debbano aggiustare le disuguaglianze colla proporzione aritmetica, e la confusione mia nasce di qua. Nella prima lettera ci propone una commutazione di lana in seta dicendo: Io do a voi lana, e voi a me seta, e troviamo, che io ho dato a voi lana per ventiquattro scudi, e voi a me seta per ducati sei, ec. e credendo, che la disuguaglianza di tal baratto si possa, e debba aggiustare servendoci della proporzione aritmetica trova il numero mezzano tra il ventiquattro, e sei, secondo tal proporzione, che è quindici, e dice, che dandomi voi tanto, che fra li sei scudi di seta, e i denari, che io ricevo da voi, io abbia quindici scudi, saremo aggiustati, e però detratti nove scudi da i ventiquattro, che vi ho dato in tanta lana, e datigli a me, io fra seta, e lana avrò quindici scudi, e a voi resteranno quindici in tanta lana; accortosi poi dell' errore (perchè io coll' aver dato ventiquattro scudi di mia lana, ne ricevo solamente quindici tra denari, e seta) mutò il quesito, e non fece più me padrone della lana, e sè della seta, ma pose la seta, e la lana esser mercanzie comuni non più da barattarsi, ma da dividersi tra di noi. Ma, Sig. Nozzolini, l' aver voi scoperto il vostro errore non vi sottrae dall' obbligo intrapreso di mostrare come nelle permutazioni le disuguaglianze si aggiustano colla proporzione aritmetica, e sebbene la disuguaglianza del nostro baratto non veniva ristorata col risarci-

69

ſarcimento de' nove ſcudi, non è per queſto, che in qualch' altro modo non poſſa eſſer ragguagliata: però ditemi pure come noi poſſiamo aggiuſtarci, e moſtratemi ciò che abbia che fare in tale aggiuſtamento la proporzione aritmetica, e per venire alle corte, ſe io ho dato a voi la lana per ventiquattro ſcudi, e voi a me ſeta per ſei, il modo faciliſſimo per far ch' io abbia il conto mio, è che voi mi diate ſcudi diciotto di danari, che così ci ſaremo aggiuſtati: ma qual corriſpondenza hanno tra di loro i numeri 24. 18. 6. e come entra qui proporzione aritmetica, nè altra? Ma ſe noi prenderemo il queſito, emendato, non lo chiamando più un baratto, ma una diviſione di mercanzie comuni, mi par, che il Sig. Nozzolini commetterà un più grave errore, perchè il caſo non ſarà più delli attenenti alla giuſtizia commutativa, ma alla diſtributiva, trattandoſi di diſtribuir tra di noi mercanzie comuni, e così contro al decreto de' Politici, e contro al parere del Sig. Nozzolini, non la proporzione geometrica, ma l' aritmetica entrerà nella giuſtizia diſtributiva, e vi entrerà con doppio errore, poichè ella entra qui dove non doveva entrare, e non entra nel queſito, quando era di giuſtizia commutativa, dove entrar doveva, ſe i decreti politici ſon retti. Ma finalmente poſto che ſimili aggiuſtamenti fuſſero ſotto la giuſtizia commutativa, e che ſi ragguagliaſſero colla proporzione aritmetica, io non però reſto capace di quello, che ſi abbiano che fare colla materia di che ſi tratta, la quale è di miſurare due eſorbitanze preſe in due ſtime; azione lontaniſſima dal dover dividere trenta ſcudi, che ſono il prezzo di alcune mercanzie in due parti eguali. E quando il Sig. Nozzolini ſoggiunge, e dice, che allora ſarebbero egualmente eſorbitanti le due ſtime del mille, e del dieci, fatte ſopra quel cavallo, o altra coſa vendibile, quando il vero ſuo prezzo fuſſe ſcudi non cento, ma cinquecentocinque, dal quale per eguali intervalli diſtano il mille, e il dieci, io dico, che egli pure equivoca col ſupporre quello, che è in quiſtione. Imperciocchè il ſuo detto non è vero, ſe non ſuppoſto che dell' eſorbitanza delle ſtime miſura ſia l' eccеſſo, e il mancamento di eſſe ſtime dal vero prezzo, miſurati con proporzione aritmetica, il che è quello, che io tuttavia nego, e pur queſto medeſimo mi dà occaſione di ragionevolmente negarlo; perchè qual ſemplice fanciullo non reſta capace, e non conoſce, che ſe io darò un ſacchetto in mano a due dentrovi cinquecentocinque piaſtre, acciò eglino a giudizio ſtimino quanti ve ne ſieno dentro, incomparabilmente eſorbiterà più quello, che dirà ſtimare eſſervi dieci piaſtre, che quello diceſſe eſſervene mille, perchè il peſo ſe non altro dichiarerà lo ſtimator del dieci eſſere ſtoltiſſimo, eſſendo che il peſo di cinquecentocinque piaſtre è più di libbre cinquanta, ed eſſo lo giudica una ſola, e s'inganna di più di cinquanta tanti, ma l' altro che lo ſtima mille s' inganna di men del doppio. Ma di più dico, il Sig. Nozzolini dice di aver ridotto le due eſorbitanze all' egualità, quando ſi faceſſe il prezzo del cavallo eſſere non cento, ma cinquecentocinque ſcudi; ora io gli domando, che laſci ſtare il prezzo del cavallo ne i cento ſcudi, e la maggior ſtima nel mille, e dicami quale dovrebbe eſſer la ſtima nel meno, acciò la ſtravaganza foſſe ſecondo la ſua regola eguale all' altra; qui biſogna trovare uno tanto eſorbitante, che dica il giuſto prezzo del cavallo parergli, che fuſſe queſto, che il padrone del cavallo gli faceſſe un fornimento, che coſtaſſe ſcudi 810, e poi deſſe il cavallo così fornito per ducati dieci, perchè così il venditore ſcapiterebbe ſcudi 900, come nell'altra ſtima del mille il compratore pur reſta al diſotto di ſcudi 900. Oltre a quanto ho detto vi viene ancora da conſiderare come dell' equivoco in che perſiſte il Sig. Nozzolini ne è cauſa quell' iſteſſo errore, nel quale io ancora incorſi quando V. S. la prima volta mi propoſe il queſito, che fu il giudicare l' eſorbitanza delle ſtime dalla grandezza della perdita pecuniaria del compratore, e del venditore del cavallo, il che è del tutto falſo, perchè quando le perdite 70

fuſſer

fusser misure delle stravaganze delle stime, dove non fusse perdita veruna, nè anco vi sarebbe stravaganza alcuna, e così la stravaganza delle due stime del mille, e del dieci intorno alla valuta del cavallo non sarebbe nulla, se non seguisse la vendita, e compra del cavallo, perchè senza queste non vi è perdita; ed in oltre nello stimare v. g. pesar mille libbre quello, che ne pesa venti, o giudicare quella torre esser alta quattrocento braccia, che è alta solamente sessanta, non vi sarebbe parimente esorbitanza, perchè nè nelle braccia, nè nelle libbre vi è scapito, o perdita per nessuno. Oltre a quanto ho insin qui detto intorno alla prima lettera, mi par di soggiugnere come cosa assai notabile, che il Sig. Nozzolini chiaramente afferma prima in generale ne' traffichi mercantili non aver luogo la proporzione geometrica, ma l' aritmetica, il qual detto egli prova coll' esempio portato prima sotto nome di baratto di lana, e seta, e poi corretto col mutarlo in una divisione di mercanzie tra due, il quale abbiamo già mostrato erroneo, e fuori del caso: all' incontro poi egli si muove due istanze, per le quali si mostra ne' traffichi mercantili entrar l' uso della proporzione geometrica, l' una è che tutti i conti de' mercanti son fondati sulla regola delle tre cose proporzionali, e l' altra delle compagnie, delle quali tutti i ragguagli si trovano pure con la medema regola del tre, e questi due casi non hanno opposizione alcuna, che sien traffichi, e negozj mercantili, e risoluti giustissimamente colla proporzione geometrica, e non con altra. Or come s' è lasciato il Sig. Nozzolini persuadere, che la mercatura si governi colla proporzione aritmetica, indotto a ciò credere per un esempio erroneo e falso, e non piuttosto ha detto la mercatura governarsi colla proporzione geometrica, mentre egli stesso adduce esempj verissimi, che dimostrano i più importanti e principali negozj mercantili risolversi tutti per la proporzione geometrica? Oltre che si potevano addurre altri conti non meno principali, la risoluzione de' quali dipende dalla geometrica proporzione, come degli interessi sopra interessi, che chiamano interesse a capo d' anno, delle sei cose proporzionali, della regola del tre inversa, e per concluderla in breve io non so ritrovare in tutti i negozj mercantili conti, e ragioni alcune di momento, nelle quali abbia luogo la proporzione aritmetica, ma sì bene la geometrica. Ora venghiamo a considerare le cose contenute nella seconda lettera, dove primieramente mi pare, che il Sig. Nozzolini erri in un principalissimo punto, che è poi la radice di tutta l' equivocazione, ed è, che egli nel misurar quelle cose, della maggioranza delle quali si disputa, adopera misure inette a ciò, come quelle, che differiscono *plusquam genere* dalle cose da misurarsi, e pur la misura dee essere della medesima specie, che la cosa misurata, perchè i tempi si misurano con un tempo, e i pesi con un peso, i prezzi con un prezzo. Ma il Sig. Nozzolini nel giudicare qual sia maggiore esorbitanza delle due, quella che stima dugento scudi il cavallo, che veramente val cento, o quella che lo stima uno scudo, vuol servirsi per misura di una moneta, che differisce dalle disorbitanze *plusquam genere*. Misura atta a misurar le stravaganze è una stravaganza, e non uno scudo, una libbra, una canna; come poi tal misura si ritrovi dirò qui appresso, dopo che averò mostrato il medesimo Sig. Nozzolini servirsi anco di tal misura inetta malamente prendendola assolutamente, e non in relazione al vero valore della cosa stimata. Considerando solamente, e assolutamente i guadagni, e le perdite, e la semplice differenza tra di loro, ha giudicato peggiore stimatore quello, dalla cui stima proveniva maggior danno al compratore, o venditore, e così seguendo questa regola più esorbitante stimatore sarà colui, secondo la cui stima il compratore scapitasse cento scudi, che quell' altro, alla cui stima si perdesse scudi dieci, e siano pur qualsivogliano cose quelle in cui s' investono i danari. Or tal discorso è molto erroneo per gli assurdi

di innumerabili, che ad esso ne vengono in conseguenza, tra'quali uno sarebbe questo, che seguitandosi tal regola potrebbe accadere, che stimatori esorbitantissimi, e del tutto stolti sien degni d'esser anteposti a stimatori di acutissimo giudizio, e perspicacissimo avvedimento. Io non credo, che il S. Nozzolini mi negherà, che se uno stimasse una noce di quelle, che se ne danno dieci al quattrino, valere uno scudo, sia un esorbitantissimo stimatore; ed all'incontro se uno nello stimare un giojello di valore di quattromila scudi, errasse di un solo scudo, credo, che dal medesimo Sig. Nozzolini, e da tutti i periti del mondo sarebbe stimato uno stimatore puntualissimo. Tuttavia se vogliamo seguire la sopraddetta regola, bisogna dire lo stimator del giojello commetter maggiore stravaganza, che quel della noce, poichè seguendo la sua stima, chi pagasse il giojello scudi 4001. resterebbe in danno di uno scudo, e quello, che desse uno scudo per prezzo d'una noce, perderebbe tanto meno dell'altro, quanto è il valore d'una noce, che pure è qual cosa. Ma dimostriamo più chiaramente ancora, come non si possono giudicare in modo alcuno le stravaganze delle stime senza la relazione di quelle al giusto valore della cosa stimata. Io domando al medesimo S. Nozzolini, quale delli due stimatori è stato più esorbitante, quello, che nello stimare l'altezza d'un monte s'ingannò di cento braccia, o quello che nello stimare il peso di un giovenco s'ingannò di dieci libbre. Qui non si può primieramente dire, che non ci sia in nessuno delli stimatori esorbitanza, poichè ciascheduno per difetto di giudizio stima lontano dal giusto, e il difetto del giudizio è la materia dell'esorbitanza; nè si può dire quello esser più esorbitante di questo, perchè alla stima sua segue perdita maggiore, che alla stima dell'altro, attesochè le cento braccia non vagliano nè più, nè meno, nè tanto quanto le dieci libbre; dunque bisogna ridursi necessariamente a dire, che per giudicare della qualità, o quantità di tali stravaganze sia forza sapere qual fosse la vera altezza del monte, e quale il vero peso del giovenco. Or pongasi, che la vera altezza del monte fusse 1000. braccia, e il vero peso del giovenco fusse 100. libbre. Che dirà il Sig. Nozzolini chi si sia maggiormente ingannato delli due stimatori? forse quel del monte, perchè s'ingannò di cento, che è più di dieci, che è l'inganno della stima del giovenco? Ma se dalla grandezza del numero nominato si dee attendere la grandezza della esorbitanza, e dire che è più esorbitante lo stimatore del monte, che lo stimatore del giovenco, perchè quello errò di cento, e questo di dieci, muterò il nome delle dieci libbre in centoventi once, e così quella che secondo il S. Nozzolini era stimata meno erronea, diventerà più erronea. Or non son queste pur troppo puerili vanità? E chi non vede, che per determinare la controversia bisogna ricorrere alla proporzione geometrica, e dire lo stimatore del monte, che errò di cento braccia, essendo l'altezza del monte braccia mille, s'ingannò della decima parte della vera altezza, e lo stimator del giovenco, che errò dieci libbre dal vero, che fu libbre cento, pur s'ingannò della decima parte del vero peso; adunque questi furono stimatori egualmente erronei. E applicando questo rettissimo discorso alli stimatori del cavallo si dovrà dire, perchè lo stimatore del più errò del decuplo del vero prezzo, il qual vero prezzo fu decuplo della minore stima, adunque l'esorbitanze furono eguali. E qui mi par luogo di considerare quel che dice il S. Nozzolini circa la proporzione geometrica, rifiutandola come non accomodata a giudicare nel nostro caso, ma si ben l'aritmetica; attesochè quella (dice egli) non ha riguardo all'identità numerica delle misure, che si adoperano nel misurare, ma solamente riguarda, se le misure, qualunque elle sieno, son contenute altrettante volte, o più, o meno nelle cose, che si misurano. Adunque, Sig. Nozzolini, se io mostrerò, che nel misurar le cose, delle quali noi disputiamo, niente importi, che le misure convengano nè anche in genere, non che in

72

in ſpecie, o in numero, la proporzione geometrica ci potrà beniſſimo aver luogo. Ora negherete voi, che la ſtravaganza di colui, che ſtima centocinquanta braccia l'altezza di una torre, che miſurata poi ſi trova eſſer braccia cento, non ſia eguale all' eſorbitanza di quell' altro, che ſtima un Vitello peſare centocinquanta libbre, che poi alla ſtadera ſi trova eſſer cento, e non più? Certo biſognerà dire queſti eſorbitare egualmente quanto al giudicare, ancorchè le miſure, che eſſi adoperano differiſcano *pluſquam genere*, ſervendoſi l' uno del braccio, e l' altro della libbra, ſicchè non ſi può dire, che errino egualmente; perchè tanto vagliono cinquanta braccia d' altezza, quanto cinquanta libbre di peſo. Ora finalmente da quanto ſin qui ho detto, poſſiamo conchiudere la miſura delle eſorbitanze non eſſer quella medeſima, che miſura le coſe, ma eſſere in aſtratto una general relazione, e abitudine, che ha la ſtima falſa verſo il vero valore delle coſe ſtimate; e così perchè le ſtime ne' due propoſti eſempi hanno ambedue relazione di maggioranza in ragione, o proporzione ſeſquialtera verſo le vere magnitudini di eſſe coſe ſtimate; però ſi dee dire, che quelli ſtimatori hanno egualmente eſorbitato; ed eſſendo la miſura delle ſtravaganze quale abbiamo detto, ſecondo che la proporzione delle falſe ſtime verſo il vero valore andrà variandoſi, creſcerà ancora o ſcemerà la grandezza della eſorbitanza. E qui poſſiamo concludere, che per miſurare la grandezza delle ſtravaganze, che ſon difetti di giudizio, biſogna ſervirſi della proporzione geometrica, e l' aritmetica ſervirà per miſurar ſemplicemente le perdite, che ſon danni della borſa, coſe differentiſſime dall' eſorbitanze: anzi pure ſe vogliamo parlare più propriamente, poſſiamo laſciar di nominare la proporzione aritmetica, perchè nel miſurar la quantità della moneta, come anco quella delle libbre, delle braccia, ec. per la quale le ſtime falſe diſtano dal vero valore, non ci biſogna altro, che ſemplicemente numerare. Qui dunque conſiſte l' equivocazione del S. Nozzolini, nella quale incorſe da principio, e che poi ha voluto mantenere. Che ſe il primo queſito foſſe ſtato propoſto ſopra ſtime fatte circa coſe, nelle quali l' eſorbitanza non aveſſe apportato danno, e perdite, dicendo v. g. due ſtimando l' altezza del gigante, che è dieci braccia, uno lo ſtimò cento braccia, e l' altro uno; non ſarebbe ſeguita controverſia veruna, perchè bene egualmente ſtolti appariſcono ambidue, l' uno ſtimandolo più alto del palazzo lì appreſſo, e l' altro ſtimandolo così piccolo, che non gli arriverebbe alla cintola. Nè per mio credere avrebbe il N. commeſſo un iſteron proteron facendo dato quello, che era queſito, e queſito quello, che era dato. Egli ha prima ſuppoſto per coſa retta, che l' eſorbitarſi più, o meno, ſi debba determinare dal diſaccoſtarſi dal giuſto per intervalli maggiori, o minori aritmeticamente miſurati, cioè aſſolutamente, e ſenza referirgli alla giuſta grandezza della coſa miſurata; e ſtabilito queſto, e volendo poi ſoſtenere per ben fatto ſi è ridotto a dover dire, che più erri chi ſtima dugento quel che val cento, che chi lo ſtima uno, o un mezzo; il che credo fermamente, che non avrebbe detto, quando tal queſito gli foſſe ſtato fatto da principio, ma avrebbe riſpoſto quel di uno; e fatta queſta chiariſſima ſuppoſizione, avrebbe poi potuto conoſcere la deviazione dalle vere ſtime dover eſſer regolata non dalla proporzione aritmetica, ma dalla geometrica: dove ora ſe egli vorrà perſiſtere nella medeſima opinione, biſognerà ſoſtenere infinite coſe lontaniſſime da ogni ragionevol diſcorſo, e dire, che migliore ſtimatore di due chiamati a giudicare a occhio quante doppie erano quelle poſte in un mucchio ſopra una tavola, e che veramente erano mille, fu quello che diſſe parergli, che poteſſero eſſer due, o al più tre, che l' altro che l' aveſſe giudicate poter eſſere a ſuo giudizio duemila, dove il primo ſenz' altro verrebbe ſubito ſentenziato per iſcemo al tutto di mente, ma per condennar l' altro ſarebbe neceſſario contar la moneta, perchè l' ingannarſi del doppio può a molti accadere, ma l' errare in quattro, o cinquecen-

cento doppi, è cosa da stolti affatto. Ma più bisogna, che il Sig. Nozzolini dica, che colui che stima monte Morello esser alto 10000. braccia, sia più esorbitante stimatore, che un altro che dicesse, che al suo giudizio è non solamente alto punto, ma è una laguna, o voragine profonda cento braccia, il che accaderebbe quando si trovasse, che la vera altezza del monte fusse un palmo meno di 5100. braccia, dal qual numero lo stimatore del 10000. si allontana 4900. braccia meno un palmo. E per rispondere in ultimo anche alla facezia de' Beccai i quali affermano essersi egualmente ingannati nella stima del peso quei due, de' quali uno stimò centodieci quel vitello, che si trovò poi pesar libbre cento; e quell' altro, che lo stimò novanta; dico, che ciò procede perchè loro per poca intelligenza credono veramente, che egualmente s' ingannino nello stimare quelli, che egualmente si scostano l' uno nel più, e l' altro nel meno dal vero peso, il che è falso, nè essi intendono il perchè; e di tal loro ignoranza, ne è causa l' esser per lunga pratica divenuti così esatti stimatori, che rare volte s' inganneranno anche di dieci per cento, come qui fanno li due stimatori del centodieci, e del novanta, perchè tra due numeri poco tra se differenti pochissima è la differenza del numero tra essi medio in proporzione aritmetica, e il medio geometricamente (come nel presente caso il medio aritmeticamente tra 110. e novanta, che è cento, poco è differente dal medio geometricamente, che è novantanove, qualcosa di più) quindi è che la picciolezza dell' errore non si rende conoscibile alla lor poca intelligenza, che quando l' uno di quelli stimatori avesse giudicato il vitello pesar libbre dugento, e l' altro manco di quattro danari, assolutamente nessun beccajo avrebbe detto quel delle dugento libbre esser più esorbitante stimatore, che l' altro di quattro danari, che l' errar da un vitello di latte, che abbia un mese, a un giovenco, che ne abbia tre, è assai più tollerabil difetto, che lo scambiarlo con un grillo; de' Vitelli, che pesino dugento libbre pur se ne trovano, e se ne vedono tutto il giorno, ma de' minori di un grillo non se ne son veduti giammai. 74

Ho detto questo, che mando a V. S. più per soddisfare al suo comandamento, che per gusto ch' io abbia di occuparmi in simili controversie, delle quali ella sa quanta occasione io abbia d' esser più che sazio. Ancorchè di quanti l' abbian voluta meco nessuno sia, che non sia restato, come si dice, a piedi. Di quel che potesse accadere al presente io non lo so, conciossiachè lo scrittore delle due lettere si mostri assai più giudizioso di quanti avversarj io abbia fin qui avuti. Gradisca V. S. la mia buona volontà, e scusi l' insufficienza. E le bacio le mani.

Proscritta di Galileo Galilei.

LA copia della lettera scritta dal medesimo Sig. Nozzolini in risposta di una dell' amico nostro di Roma scritta in confermazione della mia opinione, mi è pervenuta nel serrar di questa, che gli mando, e perchè potrebbe accadere, che l' amico di Roma non vedesse quanto gli viene opposto, mi pare di rispondere alcuna cosa per lui, sebben son sicuro, che egli per se medesimo assai meglio si difenderebbe. Scrisse l' amico di Roma confutando l' opinione di chi vuol misurare l' esorbitanze cogli allontanamenti dal giusto misurati aritmeticamente, che se ciò fusse vero, bisognerebbe, che quel cavallo, che coll' eccesso nel più fusse stimato scudi dugento valendo veramente cento, fusse, per fare un eguale esorbitanza nel meno, stimato nulla, il che è inconvenientissimo; essendochè dal cento al dugento si trova pur qualche abitudine, o ragione, o rispetto, ma dal cento al nulla non è abitudine nè rispetto alcuno. A questo risponde il Sig. Nozzolini concedendo prima, che stimarlo nulla sarebbe veramente

non ſolo una ſtravaganza maggiore dello ſtimarlo dugento, ma uno ſpropoſito, e mera ſtoltizia; e che per trovare una ſtravaganza, la quale nella ſtima del meno pareggi l' altra del più, quando è di dugento, biſogna domandare due cavalli per cento ſcudi, ma accortoſi, che il dir così viene a eſſer direttamente contro di ſe, perchè ſervando la proporzione geometrica viene a ſtimar un cavallo cinquanta ſcudi conforme a che diciamo noi, ſoggiugne ciò non eſſere uno ſtimare i cavalli cinquanta ſcudi l' uno, ma un voler pagare uno de' cavalli ducati cento, e l' altro nulla. Or qui laſcio ſtare, che il Sig. Nozzolini ſarà unico al
75 mondo in dar cotal ſenſo ſtravolto alla ſua riſpoſta, e gli domando in qual coſa conſiſte la ſtravaganza della ſtima nel meno, mentre domanda due cavalli per cento ſcudi, la quale ſecondo lui pareggi l' altra nel più, che ſtima ſcudi dugento il medeſimo cavallo. Nell' uno de' due cavalli, che egli dice intender di ſtimare cento ſcudi, non è aſſolutamente ſtravaganza alcuna, perchè lo ſtima il giuſto prezzo: adunque biſogna per neceſſità riſpondere tutta l' eſorbitanza eſſere nell' altra, che ſi pretende il cavallo per niente; e così queſta medeſima ſtravaganza, che poco fa fu giudicata dal Sig. Nozzolini uno ſpropoſito ſopra tutte l'eſorbitanze, ſarà ora ammeſſa per una ſtravaganza ſimile all' altra della ſtima de' dugento ducati.

Ma facciamo ancora più manifeſto l' equivoco con pigliar altra ſorta di ſtime. Se uno ſtimaſſe alta dugento braccia una torre, che veramente fuſſe alta cento, con qual eſorbitanza nel meno pareggerà il Sig. Nozzolini l' altra nel più? Già il dire, che non è alta nulla vien giudicato uno ſpropoſito da ſtolti; adunque egli dirà, che due di tali torri ſarebbero un' altezza di cento braccia, ma che non per queſto ſarebbon cinquanta braccia l' una. Ma che ſarebbero Sig. Nozzolini l' una braccia cento, e l' altra braccia nulla? ma che torre ſarà queſta ſenza altezza alcuna? vanità eſtreme, e fughe miſerabili.

Aveva nel ſecondo luogo l' amico di Roma per confermazione della noſtra opinione argomentato così. Uno, che ſtimaſſe ſcudi centonovantanove il cavallo, che val cento, ſi allontana dal vero quanto un altro, che lo ſtima uno ſcudo, intendendo ſecondo la proporzione aritmetica; tuttavia la ſtravaganza di queſto è tanto maggior dell' altra, quanto ſecondo lo ſtile di mercatura quando il cento diventa centonovantanove ſi guadagna novantanove per cento, dove che nell' altra ſtima quando l' uno diventa cento, il guadagno è di 9900. per cento. Qui grandemente ſi maraviglia il S. Nozzolini, dice che l' amico s' inganna, ed in ſomma rafferma nell' addotto eſempio la perdita, ed il guadagno eſſer ſimili, perchè ſiccome la ſtima del centonovantanove guadagna novantanove per cento, così in quella dell' uno ſi perde pure novantanove per cento, che però il conto torna giuſtiſſimo in confermazione della ſua opinione; ſoggiugne in modo alcuno non poterſi da altre ſtime ritrarre gli utili, e le perdite, quali l' amico di Roma afferma ritrarſi. Qui io riſpondo quel che già più volte ſi è detto, che non la quantità de' guadagni, e delle perdite è miſura della quantità, e grandezza delle ſtravaganze delle ſtime; e benchè nella ſtima del centonovantanove ſi guadagni effettivamente novantanove, e che in quella dell' uno ſi perda pur novantanove, non è per queſto, che il vantaggio del mercante nel trafficar cento ſcudi, ſicchè diventino centonovantanove, ſia eguale al diſvantaggio dell' altro, che col medeſimo capitale ſi riduce a uno (i quali vantaggi, e diſavvantaggi riſpondono all' eſorbitanze delle ſtime, come quelli, che dependono dal più o meno giudizio, e perizia nel negozio.) Che ſe gli aſſoluti guadagni, e perdite doveſſero eſſere miſura della perizia e vantaggio, e della imperizia e diſavvantaggio nel negoziare, converrebbe, che quello, che trafficando mille ſcudi ſi conduce a due milla fuſſe giudicato miglior negoziante di quello, che negoziandone cento ſi conduceſſe a mille, eſſendochè que-

questo guadagno è novecento scudi, e quello è mille. Tuttavia ciò non è vero, anzi questo è tanto più perito negoziatore, quanto il guadagnare novecento per cento è più vantaggioso negozio di quello dove si guadagna cento per cento, che è il medesimo, che guadagnar mille per mille. Se poi lo scapitare dal cento a uno, sia (come dice l' amico di Roma) per appunto simile al guadagnare 9900. per cento, io non lo so, crederò bene, che venendo scritto da persona molto intelligente, ne abbia la sua dimostrazione. Ma per quanto appartiene al presente negozio, a me basta mostrare, che l' imperizia, e disavvantaggio nel trafficare di quello, che da cento si riduce a uno sia assaissimo maggiore della perizia di quello, che negoziando da cento si riduce a dugento, il che proverò così. L' imperizia nel trafficare di quello, che da cento si riduce a uno, è assaissimo maggiore di quello, che negoziando da due si riduce a uno. E l' imperizia di chi da due si riduce a uno mi pare assai simile alla perizia di chi negoziando da uno si conduce a due, e però l' imperizia di chi da cento si conduce a uno sarà assaissimo maggiore della perizia di chi da uno si conduce a due, la qual perizia è la medesima, che quella di colui, che negoziando con cento si conduce a dugento; adunque l' imperizia di colui, che con cento si riduce a uno, è assaissimo maggiore della perizia di quello, che con cento si conduce a dugento. 76

Segue appresso il Sig. N. e digredendo alquanto soggiugne in confermazione di quello ha detto nell' altre due lettere, parergli, che la stravaganza nello stimare sia la medesima, che quella del comprare, e vendere, e però lasciato da parte lo stimatore considera ciò, che accade nelle vendite, e nelle compre, dove se io vi fo pagare centoventi soldi uno stajo, di grano, che vaglia veramente cento, per ristorare il vostro danno debbo un' altra volta darvelo per soldi ottanta, e se io vi avessi fatto pagare mille soldi uno stajo, non vi ricompenserei con darvene poi uno stajo per soldi dieci; ma siccome io volli prima per un solo stajo il prezzo di dieci staja, converrebbe, che poi dessi a voi staja dieci pel prezzo di uno stajo. La risposta a questo è di già manifesta nella lettera, dove ho mostrato la misura delle stravaganze esser diversissima da quelle con che si misurano li scudi, le braccia, le libbre, ec. E nel presente caso il rendere al compratore quello, che dette sopra più, persuaso da una stima esorbitante ristora bene il suo danno, ma non medica punto l' esorbitanza della stima, la quale è incurabile. Se la grandezza dell' esorbitanza fusse la medesima, che la grandezza del danno, dove fusse il medesimo danno, sarebbe anco la medesima esorbitanza, e perchè il restituirmi un soldo ristora il danno fattomi dal venditore nel farmi pagare centun soldo una oncia di zafferano, che valeva solamente cento, e colla restituzione di un soldo son rifatto del danno, che ricevei dal venditore mentre pagai due soldi un limone, che valeva un soldo, e non più, si dee però dire l' esorbitanza nello stimar centuno quel che valeva cento, esser eguale a quella, che valuta due quel, che val uno? E chi è così cieco, che non veda, che se io rinvesto i miei danari in zafferano, perderò solamente uno per cento, e se io gli rinvesto in limoni, perderò cinquanta per cento? Dove il Sig. Nozzolini dice la stravaganza dello stimare esser la medesima, che quella del comprare, e vendere, meglio era dire esser la medesima, che l' inganno nel comprare, e vendere. E perchè quello, che mi vuol far pagare soldi due i limoni, che vaglion solamente un soldo l' uno, mi vuole ingannar del doppio, e quel del zafferano si contenta del guadagno di uno per cento; però tanto quanto l' inganno di quello è maggiore, di tanto la sua stima si dee dire esser più esorbitante. Ho detto di sopra, che il restituire il soprappiù ristora il danno al compratore, ma non emenda la stravaganza dello stimatore, la quale dissi esser incurabile; il che maggiormente si manifesta con figurar la stravaganza nella stima di altro, che

che di prezzi. E che ciò ſia vero dicami il Sig. Nozzolini in qual manieria egli 77 emenderà la ſtravaganza della ſtima fatta ſopra l' altezza di una torre, che eſsendo alta ſolamente cento braccia, fu ſtimata centottanta. Dirà forſe egli tale eſorbitanza correggerſi quando un' altra ſimile fuſſe ſtimata alta braccia venti. A me pare, che chi diceſſe così, non ſolo non emenderebbe la prima eſorbitanza, ma ne commetterebbe un' altra maggiore.

A quello, che il S. Nozzolini dice per aggiugner chiarezza alla ſua verità, che è, che quando ſi eſorbita nel più, e nel meno colli medeſimi nomi di parte, o di multiplice, ſempre ſi trova la proporzione aritmetica, e che egli eſemplifica dicendo, poſto che una coſa vaglia dodici, e che uno ſe ne allontani nel più per un ſeſto, e un' altro nel meno pure per un ſeſto, ne vengono i due numeri quattordici, e dieci, dove appariſce la proporzione aritmetica, dico, che queſto è tanto vero quanto il dire, che i numeri poſti in proporzione arimetica, ſono poſti in proporzione aritmetica, e che ciò ſia. Definiſchiamo, che coſa ſia il diſporre i numeri in proporzione aritmetica, e ſi vedrà chiaramente diſpor numeri in proporzione aritmetica eſſere l' ordinarli con differenze eguali fra di loro, cioè por tra di loro l' iſteſſo numero, ma la medeſima parte di un numero è ſempre l' iſteſſo numero (come per eſempio la ſeſta parte di dodici è ſempre due) adunque tanto è dire, por tra eſſi la medeſima parte di un numero, che por tra eſſi il medeſimo numero; talchè io non intendo, che guadagno ci apporti il nominar di parti ec. Ma poſto che alcuna novità o acquiſto ci fuſſe, io non però reſto capace, come, perchè l' aggiugnere, e il ſottrarre la medeſima parte diſpone i numeri in proporzione aritmetica, ne debba in conſeguenza ſeguire, che l' eſorbitanza delle ſtime ſi abbia a regolare colla proporzione aritmetica. Queſto è un tornare a ſuppor ſempre di arbitrio quello, che tuttavia io niego, ed è in quiſtione. E qui di nuovo le bacio le mani.

Lettera del Nozzolini.

PEr mano del fattore di V. S. ho ricevuto il libro, ed inſieme le oppoſizioni del Sig. Galilei, alle quali riſponderò brevemente per obbedire a V. S. Io non ſo con quale intenzione ella mi faccia ſcrivere ſopra tal materia, nè a me tocca il ricercarla, ſo bene che oltre all' obbedirla, che la mia intenzione in queſto caſo non è ſe non d' imparare. Se io ſteſſi in Firenze, cercherei ogni occaſione di poter praticare col Sig. Galilei per apprender ſempre qual coſa da' ſuoi dotti ragionamenti. Poichè ciò non mi è conceduto, ora che mi è nata occaſione di ragionar ſeco per lettere, la piglio volentieri per la cauſa detta; ſe poi egli ne riceva briga, e perdimento di tempo nello ſcrivere, biſogna, che egli abbia pazienza. Gli uomini ricchi hanno ſempre molti poveri all' uſcio, e 78 biſogna, che lo comportino, e così le perſone dotte ſono infaſtidite da quelli, che cercano d' imparare da loro. E quanto a quello, che V. S. mi dice di aver operato, che in queſta ſua lettera ſia taciuto il mio nome, forſe per mia ricoperta, poichè in eſſa ſpeſſe volte vien replicato, che le coſe, che io ho detto ſono ſciocche, vane, puerili, erronee, inette, ſtoltiſſime, e altre ſimili parole, io riſpondo, che non occorreva avermi queſto riſpetto; io non mi ſdegno, che da lui mi ſia detto così, perchè ſapendo io, che il mio ſapere è picoliſſimo, e il ſuo è in altiſſimo grado, non mi ho da vergognare, che da lui mi ſieno date quelle riprenſioni, che meritamente ſi vengono alla mia ignoranza: per tanto venendo ora al propoſito delle oppoſizioni fattemi riſpondo così.

La prima veramente non è oppoſizione, ma è una domanda, che io ſpieghi, e dichiari in che modo la proporzione aritmetica entri negli atti della giuſtizia commutativa, cioè nel vendere, comprare, barattare, preſtare, ec. atteſochè a lui

lui pare, che detta proporzione aritmetica non abbia cosa alcuna che fare con simili faccende. Questo fu da me esplicato, ma brevemente nella prima lettera, ora per soddisfare a tal domanda, la qual mi vien replicata più di una volta con lunga solennità di parole, bisogna che io l'esplichi un poco più a lungo.

Aristotile nel quinto libro dell' Etica al capitolo terzo dichiara, che la proporzione geometrica si osserva in quella parte di giustizia, che si chiama distributiva, alla quale si appartiene giustamente distribuire i premj, e le pene, le pubbliche imposizioni, gabelle, e retribuzioni a ciascuno, non già con indifferente egualità, ma con tal proporzione, che come si ha merito a merito, così si abbia retribuzione a retribuzione. E dichiarando come si chiami questa tal proporzione dice così. *Hanc vero proportionem Mathematici Geometricam vocant*. Ma nella giustizia commutativa questa proporzione geometrica non ha luogo, ma sibbene l' aritmetica, come chiaramente insegna il medesimo Aristotile nel medesimo libro quinto al capitolo quarto dove tratta *de jure commutativo*, e dice così. *Jus vero quod in commerciis est, non illa constat proportione, sed arithmetica.* E questo va poi di sotto dichiarando con molte ragioni, ed esempj. Per soddisfazione della sopradetta domanda, se io non aggiugnessi altro, credo, che questo mi potesse bastare; nondimeno non mi parrà fatica seguitar più oltre cogli esempj per maggior manifestazione di questa cosa.

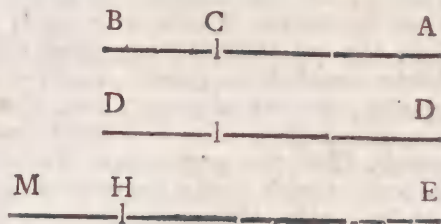
Di questo, che di sopra si è detto, io nella prima lettera posi questo esempio. Suppongasi, che noi facciamo una divisione di mercanzia comune, voi avete roba per ventiquattro scudi, ed io per sei, nell' aggiustare questa disuguaglianza se noi la riducessimo alla mezzanità geometrica, cioè alli dodici, colui, che avesse dodici resterebbe aggravato, perchè essendo tutta la mercanzia trenta, mentre che uno ne ha dodici, l' altro n' ha dicidotto, ma se noi la riduchiamo alla mezzanità aritmetica, cioè alli quindici, ciascuno avrà il conto suo; è vero, che questo tale esempio fu allora per inavvertenza da me chiamato baratto, ma poco dipoi corressi l' errore; per tanto non posso negare, che non mi sia alquanto paruto duretto, che il Sig. Galilei avendo veduto la correzione, in ogni modo più di una volta sia entrato a biasimare detta inavvertenza. Che occorre ferire i morti? Che accade confutare quello, che da me è stato reprobato, e corretto? Parevami, che ciò si potesse facilmente dissimulare, ma *transeat*.

Presi questo esempio di divisione di mercanzia comune perchè più facilmente vi si vedeva questa verità, ma non è per questo, che la medesima proporzione aritmetica non entri anco non solo nelle compre, ne' baratti, nelle prestanze, e altre commutazioni volontarie, ma ancora nelle involontarie, come sono l' usurpazioni, l' ingiurie, e l' offese, nelle quali in qualche modo entra 'l jus commutativo: allora non mi posi a ciò esplicare, per evitar prolissità, ma ora per obbedienza non guarderò a questo. Nel predetto capitolo quarto ci insegna Aristotile, che nella giustizia commutativa non si ha rispetto a dignità, o merito di persona, ma tutti si stimano eguali, e quando uno vende, o baratta, non ha a riavere più, o meno del giusto per esser più ricco o più nobile, ma ogni cosa si ha a ridurre all' egualità, come se noi fussimo tutti del pari. Ora quando noi venghiamo a contrattare insieme, ci abbiamo a stimare eguali. Però dichiamo per esempio, che io voglia dieci, e voi dieci. Subito che contrattiamo io do a voi o in vendita, o in baratto, o in prestanza, o in altro modo sei della mia roba, voi diventate di sedici, ed io di quattro. Qui bisogna aggiustare questa inegualità; se noi ricorriamo alla mezzanità geometrica, cioè all' otto, col restituirmi quattro io non avrei il mio conto; nè anco è dovere, che avendo voi dodici più di me, vi si tolga tutto quel dodici per darlo a me, perchè io diventerei di sedici, e voi di quattro, e così tornerebbe la medesima disuguaglian-

79

za;

za; ma riducendoſi al numero, che tra il ſedici, e il quattro è mezzano aritmetico, cioè al dieci, allora ſarà fatta la giuſta agguaglianza.

Ariſtotile in detto luogo per moſtrare, che nelle commutazioni tutti gli uomini ſi ſtimarono eguali, quando vuole eſemplificare, aſſomiglia i contrattanti a due linee eguali: v. gr. ſupponghiamo, che A B, ed E H, ſiano due contraenti eguali, e per via di alcuna commutazione da A B ſi levi la parte C B, e ſi aggiunga all' E H, che creſcerà in E M. Per aggiuſtare queſta diſuguaglianza ſi ha da trovare il mezzo aritmetico tra E M, e C A, il quale ſia D D, e queſto è quello, che ſi chiama il giuſto, e poi dall' E M ſi ha da tagliare non tutta quella parte con che ſupera la A C; ma ſolamente tutta quella con che ſupera il giuſto D D; però tagliandone H M, ed aggiugnendola ad A C, eſſa ritornerà A B, come era prima.

B C A

D D

M H E

In oltre pone altri eſempj negli atti involontarj dell' offeſe, e dell' ingiuria, e chiama l' offendere acquiſto, e l' eſſer offeſo perdita, la quale vien poi dal Giudice ſtimata o in danari, o in altro, per poter ridurre la coſa all' egualità, onde, come dice qui Euſtrazio nel comento, pare, che il Giudice chiami a ſe l' offenditore dicendo, voi eravate prima del pari, v. g. tu eri quindici, ed egli quindici. Ora per l' offeſa, che tu gli hai fatta, la quale da me è ſtimata nove, tu ſei diventato ricco di ventiquattro, ed egli è reſtato povero di ſei. Ora biſogna ridurre la coſa al giuſto, il quale è mezzo fra queſti due ingiuſti ventiquattro, e ſei, ſe egli fuſſe mezzo geometrico, cioè dodici, non ſi farebbe la debita uguaglianza, ma ſibbene col pigliar mezzo aritmetico. Ed in queſta maniera Ariſtotile, ed i ſuoi comentatori dimoſtrano la giuſtizia commutativa governarſi colla proporzione aritmetica, ec.

80

Ora non pare a me, che mi reſti altro da fare ſe non moſtrare, che l' aggiuſtamento della diſuguaglianza delle ſtime ſi appartenga alla giuſtizia commutativa, e per conſeguenza ſi ſerva della proporzione aritmetica. Queſto aſſai efficacemente pare, che ſi poſſa provare coll' uſo inveterato comunemente accettato da ognuno. Quando ſi radducono due ſtimatori alla ſtima di alcuna coſa, v. gr. di un podere, e che avute tutte le debite conſiderazioni ſono in differenza, per eſempio di cento ſcudi, e non ſi vogliono accordare; allora ſi chiama un terzo, al quale ſe apparirà alcuna ragione da appreſſarſi più all' uno, che all' altro, la dirà, ed accomoderà il negozio. Ma poſto che a lui non appariſca alcuna probabile ragione contro alcuno di loro, ſi vede, che ſecondo un uſitatiſſimo coſtume queſto chiamato dà in quel mezzo colla proporzione aritmetica, e non a torto, perchè non gli apparendo alcuna evidente ragione in favore più dell' uno, che dell' altro, perchè debb' egli accoſtarſi più all' uno, che all' altro? Onde nel caſo noſtro, ſe li due ſtimatori del dieci, e del mille ſteſſero oſtinati, e ſi deſſe loro un tal terzo, che non vedeſſe coſa alcuna, che lo perſuadeſſe ad approvare più l' una ſtima, che l' altra, che altro farebbe egli ſe non dare in quel mezzo? per qual ragione ſi debb' egli accoſtare più al dieci, che al mille? Queſte ragioni preſe dall' uſo comune conſervato ſempre inſino da' noſtri antichi, appreſſo di me ſono di grandiſſimo momento. E però io ſtimo aſſai ben provata queſta coſa. Conoſco, che io dovrei fermar qui il mio ragionamento, perchè ſe le coſe dette ſon vere, tutte l' altre oppoſizioni caſcano a terra, e ſe elle non ſon vere, non ſaranno anco di momento alcuno quelle, che io ſia per dire; nondimeno per eſercizio litterario andrò ſeguitando l' altre oppoſizioni.

SE-

SECONDA OPPOSIZIONE.

Mi si oppone, che io abbia mal determinato, che la divisione di mercanzia comune appartenga alla giustizia commutativa, perchè secondo lui appartiene alla distributiva. Rispondo, che la giustizia distributiva colla sua proporzione geometrica ha riguardo al valore, e al merito delle persone, e dove trova diversità di merito, non distribuisce mai egualmente. Ma quando due mercanti dividono una mercanzia comune, se l' uno di loro avesse più prerogative, che non furon mai, non avrà mai nella divisione pur un quattrino più della metà. E qui non dirò altro.

TERZA OPPOSIZIONE.

Quando io diceva, che le due stime del dieci, e del mille sarebbono egualmente stravaganti, quando il giusto prezzo fusse cinquecentocinque, dice, che questo sarebbe vero quando la stravaganza delle stime si pigliasse dalla lontananza dal giusto prezzo, ma ella si dee pigliare dall' esorbitanza. Per rispondere a questa cosa bisogna, che io mi rifaccia un po più da alto. Quando V. S. mi propose il presente dubbio, me lo propose con queste precise parole, una cosa val veramente cento scudi, da uno è stimata mille scudi, e da un altro dieci scudi, si domanda chi abbia di loro stimato meglio, e chi abbia fatto manco stravaganza nello stimare. Quanto a quelle parole, meglio stimato, mi pensava, che migliore stimatore si dovesse interpretare come nell' altre cose, v. gr. miglior tiratore di arco, di balestra, o di stioppo si chiama chi col tiro più si appressa al bersaglio, miglior giuocatore di pallottole, o di trucco colui, che *caeteris paribus* si appressa più al segno: e con questi mi pareva che avesse conformità il caso nostro, e però migliore stimatore fusse quello, che più si appressa al giusto prezzo della cosa: considerando quell' altra parola di stravaganza, pensava, che stravagare non volesse dir altro, che andar vagando fuori di qualche cosa, e che tanto maggiore o minore fusse la stravaganza, quanto più o meno altri si allontanasse da quella tal cosa, il qual significato veniva a tornare il medesimo come quel di sopra. Ora questa stravaganza vien chiamata esorbitanza, e guardando io di cavare dalle parole di questa scrittura quel che da lui sia inteso per esorbitanza, mi par di raccorre, che non voglia dir altro, che sciocchezza, e balordaggine; poichè quando il Sig. Galilei biasima una di queste stime esorbitanti, le chiama sciocche, stolte, e da uomo cieco di mente, e con altri simili vocaboli, sicchè il ricercare quale stima sia più esorbitante, non vorrà dire altro se non quale stima sia più sciocca, e balorda.

81

Prima che io passi più oltre intorno alla sciocchezza, e balordaggine delle stime, io voglio supporre quello, che si suppone della sciocchezza, e balordaggine delle dispute dialettiche. E' vero, che il dialettico professa di disputare con qualunque di qualsivoglia problema, ma discaccia dalle sue dispute quegli, che affermassero cose tanto empie, che meritassero gastigo; come chi negasse, che Dio sia buono, o che il Padre si debba onorare, e altre simili, ovvero negasse cosa tanto chiara, che quel tale mostrasse di esser privo di sentimento, come chi negasse, che la neve fusse bianca, o che il fuoco fusse caldo. Nel medesimo modo tengo, che non si debba aver considerazione di quelle stime, che senza alcuna scusa mostrino, che lo stimatore sia privo di cervello, come sarebbe, che uno vedendo scoperte sopra una tavola diecimila doppie, dicesse, che fussero una, o due, ovvero che Montemorello gli paresse una laguna, e che un vitello pesasse quanto un grillo, o che cinquecentocinque piastre fiorentine pesassero una libbra, o altre

ſimili: però da ſimili ſciocchiſſime ſtime non voglio, che ſi piglino argomenti contro di me. Però da certi eſtremi non ſi può giudicare della natura della coſa; ſebben ſi vede, che una gocciola di acqua ſta rotonda come una palla ſopra un mattone, ovvero ſta pendente da un tetto ſenza cadere, non ſi può poi arguire, che un baril d' acqua ſia per fare il medeſimo. E ſebben nelle precedenti lettere ho ragionato di quelli ſtimatori, che ſtimano uno ſcudo, ovvero dieci quel cavallo, che val cento, nondimeno ho ſuppoſto, che queſti conoſceſſero qualche probabil cagione di ſtime così baſſe, come dire, penſaſſero, che quel cavallo aveſſe tale infermità, che in breve diventaſſe una carogna, o che doveſſe morire la ſera medeſima, o altre ſimili. Avendo dunque per noſtro ſuppoſto ſcacciato da' noſtri ragionamenti queſte ſciocchiſſime ſtime, noi vedremo, che la ſtravaganza non vuol dir altro, che lontananza dal giuſto, il che appare così. Quando 10000. doppie da uno ſtimatore ſon giudicate due, e da uno 20000, ſebben è più vicino al vero quel di due, che quel di 20000 nondimeno confeſſo, che ſarà più ſciocco. Ma partianci da queſti eſtremi, non mi ſi argomenti da una gocciola di acqua a un barile: ſia lecito a me quello, che è lecito a ogni diſputante, partanſi da noi queſti ſciocchiſſimi ſtimatori, e parliamo di due ſtime più giudizioſe; una coſa, che vale ſeſſantacinque da uno è ſtimata ſeſſanta, e dall' altro ſettanta, qui non è eſorbitanza nè ſciocchezza; ora 82 ſe il giudizio della ſtima non ſi ha da pigliar dalla vicinanza del giuſto, da qual altra coſa ſi avrà egli a pigliare? ſi vede pure, che quella ſtravaganza vuol dir lontananza dal vero, poichè in tutte le ſtime è ſtravaganza, o poco, o aſſai, ma non già in tutte è ſciocchezza. Ora ſe il giudizio di queſte due ſtime di ſeſſanta, e ſettanta ſi piglia dalla vicinanza del giuſto, perchè non avverrà il medeſimo anco nell' altre?

In oltre ſupponghiamo, che ſi diſputi del peſo di una coſa, che in verità peſi libbre ſeſſanta, e da uno ſia ſtimata libbre cinquantacinque, e dall' altro cinquanta, qui ambidue hanno ſtimato meno, e pure ſi dà la vittoria a chi più ſi appreſſa al giuſto. Se quella coſa fuſſe in verità peſata quaranta, amendue avrebbon detto più, e nondimeno ſarebbe ſtimata migliore quella ſtima, che più ſi appreſsaſse al giuſto. Ora ſe quando amendue pendono nel più, ovvero amendue nel meno, ſi miſurano le ſtime colla vicinanza del giuſto, qual ſarà la cagione, che quando un pende nel più, e l' altro nel meno, non ſi abbia a oſservare il medeſimo ordine?

In oltre io conſidero le parole del dubbio propoſto, dove dato, che uno ſtimi dieci, e uno mille quel che val cento, ſi domanda due coſe, una chi abbia meglio ſtimato, l' altra chi abbia fatto minore ſtravaganza. Quanto a quel meglio ſtimato dico così, dove è il buono, e il meglio, biſogna ancora, che ſia l' ottimo, perchè dove è una coſa buona, e poi un' altra migliore, ſe non ſi terminaſſe nell' ottimo, ſi darebbe il proceſſo in infinito, trovato l' ottimo, gli altri buoni tanto ſono ſtimati migliori, quanto più s' appreſsano all' ottimo, nelle ſtime l' ottimo, è il giuſto, adunque quanto l' altre ſtime manco s' allontanano dal giuſto, tanto ſaranno migliori, ſicchè la lontananza dal giuſto determina quel meglio ſtimato.

Ora ſe il fare manco ſtravaganza fuſſe il medeſimo, che meglio ſtimare, non ci ſarebbe più dubbio alcuno. Qui io voglio credere, che ſiano coſe diverſe, acciò io non noti di ſuperfluità il propoſitore del dubbio, che abbia fatta la medeſima domanda due volte, ovvero in due modi. Però è veriſimile, che ſi debba diſtinguendo dire, che delle ſtime alcune ſono vicine al giuſto, ed alcune molto lontane, e che queſte ſeconde ſieno chiamate le ſtravaganti. E che il detto propoſitore abbia veduto, che amendue le ſtime ſieno molto lontane, e però abbia domandato quale di loro ſia manco ſtravagante. Per determinare il vero in

que-

questo caso parmi, che si debba di nuovo distinguere dicendo, di queste stime stravaganti alcune hanno la loro stravaganza chiara, manifesta, ed espressissima a i sensi senza alcuna probabil cagione di tanta sciocchezza, come chi stima due quelle doppie, che son 10000. Alcune altre hanno la loro stravaganza più coperta, e con qualche probabil ragione, come chi vedendo una balletta di piombo, che pesa dugento libbre, pensando che sia stoppa, la stima dieci. Se noi parliamo di queste seconde, dove sia bisogno venire al pesare, misurare, o contare, dico, che in queste procedono benissimo tutti i miei ragionamenti fatti di sopra; perchè a che effetto si vien egli al peso, e alla misura se non per vedere chi più si sia appressato al giusto? Se noi parliamo di quelle prime esorbitanze sciocche, che di queste niuno Artefice o Scientifico dovrebbe parlare, o dar regola, perchè debbono essere scacciate da gli uomini giudiziosi, quando mai viene in disputa se un grillo pesi quanto un vitello, o se monte Morello sia una laguna? ma caso ch' e' se ne debba ragionare, per isminuzzare anco un po più questa faccenda, io voglio farne un'altra divisione dicendo, di queste esorbitantissime stime alcuni hanno l' esorbitanza manifesta da una parte sola o del meno, o del più, come quella delle 10000. doppie stimate due nel meno, e 20000 nel più, dove apparisce più sciocchezza nel meno, che nel più. Alcune altre hanno la sciocchezza manifesta dall' una, e dall' altra parte, come se il Gigante di piazza fusse stimato un braccio nel meno, e alto quanto il palazzo nel più, nelle quali amendue stime si vede apertissima la stoltizia. Se noi parliamo di quelle da una parte sola, dico, che da quella parte sempre apparirà la sciocchezza non solo in proporzione aritmetica, ma anco in geometrica. Do questo esempio; io sto appoggiato a una torre alta trenta braccia, e la stimo, e dico, che essa non è niente alta più di me, e un altro dice, ch' ella è alta trecento braccia, qui è la proporzione geometrica, e nondimeno la mia stima sarà sempre tenuta più sciocca, perchè senz' altra misura si vede, che io dico un estremo sproposito, dove a voler vedere di quell' altro bisognerà venir alla misura. Ma se noi parliamo di quelle, che hanno la sciocchezza dall' una, e dall' altra parte, dico, che poichè in queste la stravaganza, e la sciocchezza non decide la questione, bisognerà venire alla misura del gigante, e del palazzo, e guardare quale delle due stime si sia più appressata al vero, sicchè in tutti i modi pare, che la cosa torni qua, che la stravaganza delle stime s' abbia a misurare colla vicinanza del giusto.

83

QUARTA OPPOSIZIONE.

Questa proposizione è intorno al ritrovar le stime coll' eccesso del meno corrispondente all' eccesso del più in proporzione aritmetica. Mi è domandato così, quando il cavallo di cento scudi sarà stimato nel più mille, qual sarà la stima del meno? A questo rispondo, che senza fare a quel cavallo una covertina sì ricca, ci è un altro modo col dir così, come tu per un cavallo chiedendo mille scudi vuoi dieci prezzi, e così io per un prezzo solo voglio dieci cavalli, e però stimo, che dieci cavalli vagliano cento scudi, e questo non perchè io stimi, che essi vagliano dieci scudi l' uno, ma per avere sopra dieci cavalli quella tanta stravaganza nel meno, che corrispondesse a quella del più. Questa medesima domanda fece l' Amico di Roma, dicendo se il caval di cento fusse stimato dugento nel più, a volerlo con pari proporzione stimar nel meno, bisogna dire, che egli vaglia nulla. A questo io risposi, che senza venire a questo sproposito del nulla, ci era un' altra via col dire, che così come tu chiedendo dugento, chiedi due prezzi per un cavallo, così io per un prezzo chiedo due cavalli, stimando che due cavalli vagliano cento scudi. Ora dal Sig. Galilei nella

la Pofcritta mi viene oppofto, che io abbia meffo in campo l' offerta del nulla, leggafi la mia terza lettera, non fi troverà, che io dica quefto; anzi per non aver a difcender a quefto di ftimar nulla un cavallo, ho trovato l' altro modo di chiedere, e ftimar due cavalli cento fcudi, è ben vero che io foggiunfi, che in quefto modo di ftimar cento due cavalli vi era nafcofo il nulla, ma non già aperto, e fpropofitato, come farebbe dicendo, io ftimo nulla quefto cavallo, perchè mentre io ftimo due cavalli cento fcudi, non vedo, che fi faccia alcuna menzione del nulla: però tutto quello, che nella pofcritta è detto contro di me in quefta materia, è detto a torto, per non aver ben guardato la mia lettera.

84

QUINTA OPPOSIZIONE.

Mi oppone, ch' io abbia detto, che la ftravaganza delle ftime fi abbia a pigliare dalla perdita pecuniaria, e però in quelle dove non fia perdita pecuniaria, febben fieno ftravagantiffime, a mio detto non farà errore neffuno. Io ho guardato un po di bozza, che io ho quafsù della mia prima lettera, e non ci trovo quefta cofa; ma io voglio concedere, ch' ella ci fia, e rifpondo, che io non confidero quella perdita pecuniaria fe non quanto ella è lontana dal giufto, dalla qual lontananza tengo che fi debban giudicare le ftravaganze delle ftime.

SESTA OPPOSIZIONE.

Fa inftanza, che tutti i conti de' mercanti fon fondati fulla regola del tre, e però malamente io ho fcacciato la proporzione geometrica da i traffichi mercantili. Rifpondo, che è vero, che nel trovare i prezzi di tutte le cofe, l' acquifto de' cambi, e ricambi, nel ritrovare il merito di ciafcuno, che ha capitale nella compagnia, e nel ritrovare tutte le difficoltà de' conti de' mercanti fi adopera la proporzione geometrica, ma nelle fuddette azioni non confifte la commutazione, quando noi verremo all' atto di commutare, e di aggiuftare i noftri debiti, allora ci entra la proporzione aritmetica. Piglio quefto efempio. Quando voi mi vendete trenta libbre di feta, mentre che fi va cercando per ora colla regola del tre, a lire venticinque la libbra, quanto varranno libbre trenta, noi non fiamo ancora nella commutazione, ma quando fi farà trovato, che io fia debitore di lire 750. e che noi verremo all' atto di pareggiarci, allora fi fa la commutazione, e qui fi adopera la proporzione aritmetica nel modo, che ci ha infegnato Ariftotile.

SETTIMA OPPOSIZIONE.

Mi rifponde, che a voler giudicar le ftravaganze delli due ftimatori del mille, e del 10 io adoperi per mifura una moneta, ed io rifpondo, che così fi dee fare; le mifure hanno a effer convenienti al mifurato; qui fi tratta di mifurar quefte due lontananze dal giufto, che confiftono in danari, e perciò ci vuol mifura di moneta; quando fi tratta di ftime, che confiftono in braccia, fi adopera il braccio, quando in barili, fi adopera il barile, e così in tutte l' altre, ftando fempre fermo qui, che quefte ftravaganze s' abbiano a ponderare fecondo la lontananza dal giufto, e fecondo che farà quefto giufto o moneta, o tempo, o linea, o fuperficie, o altra cofa, fe gli hanno ad appropriare le fue convenienti mifure.

OT-

OTTAVA OPPOSIZIONE.

In quest' ottavo luogo con una sola cauzione mi difenderò da molte opposizioni a un tempo, la cauzione è questa. Io non voglio uscire della quistione proposta, la quale è fondata sulla considerazione di due stime di una cosa sola, e però quello, che mi si opporrà intorno alle stime di cose diverse, non ha che fare col nostro proposito, tutto quello che io ho detto, determinato, e concluso, è in considerare due stime d' una cosa sola, i quali detti non si posson poi verificare in diverso proposito, quando si va comparando insieme stime di cose diverse; però tutti quelli inconvenienti, che sono addotti da lui quando va comparando insieme la stima della noce, e del giojello, la stima del monte, del vitello, la stima della torre, e del giovenco, non hanno che fare niente contro di me, a me basta, che i miei detti si verifichino nelle due stime di una cosa sola, se poi in altro proposito patiscono difficoltà, non ha a parer maraviglia. 85

NONA OPPOSIZIONE.

La nona opposizione è intorno a colui; che vedendo 10000 piastre sopra una tavola, le giudicasse due, o tre. La decima di quello che giudicasse monte Morello una laguna, alle quali non intendo di rispondere, per la ragion detta nell' opposizione terza, attesochè di simili sciocchissime stime non si dee entrar in disputa.

DECIMA OPPOSIZIONE.

Questa è intorno all' uso comune, che ordinariamente si suol conservare nella decisione delle dispute di simili stime, il qual uso fu da me esemplificato coll' esempio delle scommesse, che i beccai soglion fare a chi più s' appressa alla vera stima del peso di alcun loro animale, dove se l' uno dirà quarantotto, l' altro dodici, solo il trenta è lasciato di parità, ma da' trenta in giù la vittoria è del dodici, da quivi in su del quarantotto, e non si è mai veduto, che in simili casi si vada cercando mezzanità geometrica. Contro a questo mi sono dette due cose, l' una che quelli, che così giudicano sono ignoranti, il che quando sia vero, comprenderò una grandissima parte degli uomini di questo mondo, che pur fanno professione di giudicar bene in questo caso; l' altra, che questi beccai, come esperti, e pratichi in simili scommesse, si appressano colla stima al vero peso, e se una cosa sarà cento libbre, a discostarsi molto, l' uno dirà novanta, e l' altro 110. ma in questi due numeri poca differenza è dal mezzo geometrico all' aritmetico, e questa poca differenza non è da loro considerata, però se ne stanno al mezzo aritmetico. Questo non mi acquieta, perchè se non ci fusse differenza se non un' oncia sola, se fusse dovere attaccarsi al mezzo geometrico, quello a chi e' fusse favorevole per vincer la scommessa, vi si appiglierebbe. In oltre facciamo, che questi medesimi beccai vengano in disputa d' un' altra cosa a loro non tanto nota, v. g. supponghiamo, che due di costoro vedino una balletta ammagliata, e l' uno credendola stoppa la stimi libbre dieci, e l' altro credendola zecchini la stimi libbre mille, e sopra di ciò facciano scommessa a chi più s' appressa al vero. E' egli da credere, che essi fussero per lasciare il lor solito costume, e che volessero andar cercando il mezzo geometrico? io credo di no. E ancora quando si venisse alla stadera, io non credo mai, che alcun giudice desse il torto a quel del dieci, ogni volta che si trovasse, che il vero peso fusse da 505. in qua, e di quest' uso tanto comune, e tanto approvato, come

me ho detto di sopra; mi pare che si abbia a fare grandissimo conto. Di quell' esempio, che qui è da lui addotto, che un beccajo stimi un vitello manco di un' oncia, non fo caso nessuno per la ragion detta di sopra all' opposizione terza, che si ha a ragionar di stima, che abbia faccia di stima, e non d' una estrema pazzia.

86 UNDECIMA OPPOSIZIONE.

Seguono ora le opposizioni della proscritta, la prima delle quali è intorno a quell' offerta del nulla, della quale abbiamo di già ragionato nell' opposizione quarta, però non occorre qui replicarlo: l' altra sta intorno a un' opposizione fattami nella lettera dell' amico di Roma intorno a' guadagni, e alle perdite de' mercanti, la quale opposizione era questa. Quando il cavallo di cento scudi è stimato nel meno uno scudo, a servar la proporzione aritmetica dovrà nel più essere stimato 199. e così verranno questi tre numeri 1. 100. 199, ne' quali andando dalla sinistra verso la destra, cioè dall' uno al cento, e dal cento al 199, si fa due processi di guadagno, ma molto differenti, perchè quando l' uno diventa cento, si guadagna 9900. ma quando il cento diventa 199, si guadagna solamente novantanove per cento. Andando poi dalla destra verso la sinistra, cioè dal 199. al cento, e dal cento all' uno, si fa due processi di perdita, ma finalmente molto diversi, perchè quando il 199 diventa cento, si perde insino a cinquanta per cento, ma quando il cento diventa uno, si perde novantanove per cento, e però questa cosa non può star bene. A questa opposizione io diedi nella terza lettera due risposte, la prima sia questa. I guadagni del tanto per cento son fondati sulla regola geometrica del tre, e questi tre soprascritti numeri son disposti in proporzione aritmetica. Or come può da un fondamento di numeri aritmetici nascer la proporzione geometrica? queste sono spezie diverse di proporzione, e non può l' una nascer dall' altra, sarebbe appunto voler che dalle gatte nascessero i cani. L' altra risposta, che io diedi fu questa, che a voler proceder bene ne' sopraddetti tre numeri, non bisogna andare da sinistra a destra, nè da destra a sinistra, ma dal mezzo a gli estremi, cioè dal giusto verso amendue gl' ingiusti, cioè dal cento verso l' uno, e verso il 199, e allora saranno le perdite, e i guadagni eguali, perchè quando il cento diventa uno, si perde novantanove per cento, e quando il cento diventa 199, si acquista novantanove per cento.

Ora il Sig. Galileo, lasciando stare la prima risposta, la quale io stimo la buona, dà contro alla seconda col dire, che sebben la perdita di novantanove per cento è eguale all' acquisto del novantanove per cento, nondimeno in questi due processi il mercante non apparisce egualmente perito, e giudizioso. E in dimostrar questa cosa fa una lunga dimora, ma io brevemente me ne spedisco dicendo, che io non fo caso se il mercante in questi guadagni, e perdite apparisca più giudizioso, o no, che importa a me questa cosa? io dissi così per mostrare, che in qualche modo, secondo i tre numeri posti di sopra si trova egualità di perdita, e di guadagno; ma quando ancora questa mia seconda risposta non valesse nulla, io non me ne curo, pur che resti buona la prima, contro la quale non mi vien detto cosa alcuna. Quando a un dubbio fattomi io do due risposte, mi basta che me ne sia menata buona una sola, perchè in virtù di quella sola penso d' aver soddisfatto all' obbligo.

DUODECIMA OPPOSIZIONE.

Questa è intorno a un mio detto contenuto nella mia terza lettera, dove con quell'

quell' esempio dello stajo del grano, che val cento soldi, venduto una volta centoventi, e un' altra ottanta, voleva dalla egualità della restituzione argumentare all' egualità della lontananza delle stime del più, e del meno. Il Sig. Galilei mi oppone due cose, prima dice, e dice bene, che questa mia ragione varrebbe se la stravaganza delle stime si misurasse colla lontananza dal giusto, ma che questo appresso di lui è falso; in questo ha ragione, in quanto che bisogna prima decidere se la stravaganza delle stime si ha da misurare colla lontananza dal giusto, o no, poi si potrà determinare se questo mio detto sia falso, o no. La seconda cosa, che mi oppone è, che a questo mio detto ne seguiterebbero molti inconvenienti, quali sono da lui tutti fondati sulla comparazione di stime di cose diverse; ma a questo io dico, che tutto quel che io dico, ed ho detto in questa materia, mi basta, che abbia verità nelle stime di una cosa sola, perchè di queste stime di una cosa sola ho sempre inteso, e ragionato, e quello che è detto a un proposito non è maraviglia che trovi, e patisca difficultà in un altro. 87

ULTIMA OPPOSIZIONE.

L' ultima opposizione è contro a un altro mio detto della medesima terza lettera, il quale essendo similmente fondato sul medesimo fondamento, che la stravaganza delle stime si misuri colla lontananza dal giusto, a ragione vien ributtato dal Sig. Galilei, che tiene che questo fondamento sia falso. Bisogna dunque aspettare la decisione della verità, o falsità di quel fondamento, e poi si determinerà della verità, o falsità di questi miei ultimi detti.

Questo è quanto mi occorre dire intorno alle predette opposizioni. E di tutti questi miei ragionamenti in tutto, e per tutto mi rimetto al giudizio del Sig. Galilei, il quale io onoro, e reverisco, e osservo con tanto affetto, che egli non ha da pensare, che questo che io scrivo sia scritto ad altro fine, che per imparare da lui. Mi sa ben male, che per conto mio abbia avuto briga di questa sua scrittura così lunga, massimamente essendo egli spesso infastidito da simili molestie, come egli dice nell' ultimo; ma pure come io dissi in principio, bisogna che egli abbia pazienza, e gli convien far conto d' esser a similitudine d' una finissima pietra di paragone, sopra la quale ogni studioso desideri dare un arrotatura al coltellino dell' ingegno suo per acquistarne sottigliezza, e perfezione, e con questo fine a V. S. ed a lui bacio le mani.

Lettera del Nozzolini.

NEll' ultima lettera di V. S. mi vien significato come ella dubita, che la mia ultima scrittura sia per ritrovare inciampo, in quanto che l' autorità di Aristotile appresso a' Matematici moderni è di poco momento. A questo io dico, che quando mi abbia a esser opposto questo, qual cosa risponderò io. Ma intanto acciocchè la mia causa non resti al tutto priva di patrocinio, poichè per me non ha a valere nè autorità di Aristotile, nè alcuno uso inveterato, mi piace di addurre a mia difesa un' altra ragione, la quale io riserbava per ultimo refugio, ma poichè io vedo, che ogni altra cosa periclita, l' addurrò di presente. V. S. si servirà di essa secondo che più le parrà opportuno. 88

Nella predetta mia scrittura mi sono affaticato in mostrare come nella nostra disputa si dee adoperare la proporzione aritmetica. Ora con una ragion sola voglio mostrare, che in nessun modo vi si può adoperare la proporzione geometrica. E per provarlo la prima cosa io suppongo, che se noi siamo appresso a una scala, e ragioniamo di salire, noi intendiamo andare dall' infimo grado verso

so

so il supremo, se noi ragioniamo di scendere, noi intendiamo andar dal supremo verso il più basso. Similmente se noi abbiamo due numeri diseguali, come otto, e quattro, se noi ragioniamo di maggioranza o di tutto, o di multiplice, noi risguardiamo dall' otto verso il quattro, se noi ragioniamo di parte, e di minoranza, noi risguardiamo dal quattro verso l' otto. Questa cosa manifestamente ci dimostra Euclide quando nel principio del quinto libro definendo la parte dice: *Pars est magnitudo magnitudinis minor majoris*, cioè un rispetto della minore verso la maggiore, e poi definendo il multiplice dice: *Multiplex autem major minoris*, cioè un rispetto della maggiore verso la minore. Il medesimo appunto va replicando nel principio del settimo libro dove parla de' numeri. *Pars est numerus numeri minor majoris*, *multiplex vero major minoris*. In somma la maggioranza importa andare dal maggiore al minore, e la minoranza importa andare dal minore verso il maggiore.

Dipoi io piglio le parole del Sig. Galilei dette da lui nella prima scrittura mandatami da V. S. nella quale era posta la decisione del nostro dubbio secondo la sua sentenza, dove dice così. *Egualmente deviano dal giusto quei due, che stimano uno il doppio più, e l' altro la metà meno, uno il decuplo, e l' altro la decima parte*. E per questa ragione vuole, che qui sia proporzione geometrica, perchè come si ha il mille al cento, così si ha il cento al dieci.

Ora per lo contrario io dico così, quando io considero la prima stima, che è di maggioranza, cioè del decuplo più, io vo dal maggiore al minore, cioè dal mille al cento; ma quando io considero la seconda stima, che è di minoranza, e della decima parte, io vo dal minore al maggiore, cioè dal dieci verso il cento. Ma se la cosa sta così, dove si è mai trovato, che proporzione alcuna geometrica si ritrovi tra due processi, de' quali uno vadia dal maggiore al minore, e l' altro dal minore al maggiore? questo non si troverà mai. Piglinsi tutte le spezie di proporzione geometrica raccontate da Euclide nel principio del quinto libro, e guardisi la Omologa, l' Alterna, la Inversa, la Composita, la Divisa, la Conversa, la Exæquali, la Ordinata, la Perturbata, e se altre ve ne sono, in tutte manifestamente si vedrà, che se nel primo processo si va dal maggiore al minore, nel secondo si ha da fare il medesimo; se nel primo dal minore al maggiore, nel secondo si fa il medesimo. Ma qui nel caso nostro se nel processo della prima stima si considera il decuplo più di maggioranza, cioè si va dal mille al cento, e nel processo della seconda stima, che è di decima parte, e di minoranza, cioè si va dal dieci al cento, come si può dire, che sia geometrica proporzione nel dire come si ha il mille al cento, così si ha il dieci al cento? Questo non sarà mai vero.

Se voi vorrete dire, che la proporzione geometrica si salvi disponendo i numeri così mille, cento, dieci, e col dire come si ha il mille al cento, così si ha il cento al dieci. Rispondo, che questa non sarà la nostra disputa. Noi ragioniamo di due stime di una cosa, delle quali ci sia una del meno, cioè vadia dal minore al maggiore, ma nel modo predetto ambedue sono del più. Quando si va dal mille al cento, questa è del più, quando dal cento al dieci, questa è del più. Quando saranno due stime di cose diverse, che ambidue pendano nel più, ovvero ambedue nel manco, confesso che vi si possa trovare la proporzione geometrica; ma nelle stime di una cosa sola, delle quali una penda nel più, e l'altra nel meno, se vi si trova mai proporzione geometrica, voglio, che mi sieno cavati gli occhi.

Nella proporzione aritmetica non dà fastidio alcuno, che una stima sia del più, e una del meno, perchè quivi non si guarda se non la lontananza, e tanto è andare dal maggiore al minore, quanto dal minore al maggiore; tanta lontananza è dall' otto al quattro, quanta dal quattro all' otto; tanto è da casa

mia

mia a casa vostra, quanto da casa vostra a casa mia. Ma nella proporzione geometrica non è così. Non è vero, che così si abbia l' otto al quattro, come il quattro all' otto, perchè l' uno è doppio, e l' altro è metà. E questo mi basti intorno a questa ragione, la quale se mi sarà soluta, e abbattuta, prometto di non voler più dire una parola.

FRAMMENTI DI GALILEO GALILEI

FRAMMENTO PRIMO

Di un Parere sopra una macchina col Pendolo per alzar acqua proposta da un Ingegnere Siciliano al Serenifs. Gran Duca Ferdinando II.

IO non posso negare, ch' io non restassi ammirato, e confuso, quando, alla presenza del Serenifs. Gran Duca, e degli altri Principi, e Signori mi faceste vedere il modello della macchina da voi in vero con sottilissima invenzione immaginata, e fabbricata, per uso di superare con piccola forza grandissime resistenze, e la quale allora era applicata a tirar su colla tromba con pochissima fatica quella medesima quantità di acqua, che senza l' ajuto della vostra invenzione molto maggior fatica ne richiedeva; e quello, dal che nacque la somma ammirazione, fu il vedere servirsi voi di un mezzo, che mi pare, che a giudizio di ogni uno dovesse non agevolar l' opera, ma grandemente difficoltarla. Attesochè quella forza, che non è potente ad alzar cento libbre di peso, chi crederebbe, che aggiugnendovene oltre alle cento mille appresso, le alzasse tutte? e quello, che accresce lo stupore, che le mille aggiunte fosser quelle, che avvalorassero la debil forza del movente. Le vidi, ed io stesso tentai con una semplice, e poco pesante leva zancata di alzare il peso, credo di 40. libbre con una limitata forza; la quale non fu bastante per l' effetto. Voi dipoi ingraviste la detta leva con più di 200. libbre di piombo, e tornando a far prova di alzare quelle prime 40. libbre coll' istessa forza, si vedeva alzar queste, e le 200. appresso dall' istessa leva, la quale stando pendente a perpendicolo nello spignerla fa il suo moto all' insù: sicchè, e lo replico coll' istessa ammirazione, quel peso di 40. libbre, il quale una tal forza non poteva alzare con una tal leva non più grave di due libbre, la medesima forza francamente l' alza adoperando l' istessa leva fatta grave di 200. libbre.

E perchè io già gran tempo fa mi era formato un concetto, e per molte e molte esperienze confermatolo, che la Natura non potesse esser superata, e defraudata dall' arte, nel veder sì fatta maraviglia restai ammirato e confuso, e non potendo quietar la mente, nè deviarla dal meditare sopra questo caso, ho fatto un cumulo di varj pensieri, e risoluto di distendergli in carta, e comunicarvegli, acciocchè, quando si veda in pratica, e nella macchina grande la riuscita della vostra vera acutissima invenzione, io possa da voi essere scusato, e per voi scusato appresso gli altri, che le difficoltà, che promuoverò, non sono del tutto fuor di ragione, se non concludenti, almeno in parte verisimili. E talvolta, quando nel discorso, che son per fare, fosse cosa, che muovesse dubbio circa i vostri supposti, e fondamenti, possiate coll' acutezza del vostro ingegno usarvi gli opportuni rimedj: perchè, da persona di onore, vi affermo, e ne chiamo Dio in testimonio, che

io assai più desidero la riuscita di questa invenzione, e che tale strumento sia sopra tutti gli altri avvantaggiato, che l' opposito; ancorchè io mi sia lasciato intender in genere, tutte le macchine esser dell' istesso valore quanto all' effetto da farci formalmente, tutta volta che si rimuovessero gl' impedimenti, che si possono attribuire alla materia; dal che ne seguita, che le macchine quanto più saranno semplici, tanto meno saranno sottoposte agl' impedimenti, ed in conseguenza di maggiore operazione.

Quando io dico, che la Natura non permette di esser superata, nè defraudata dall' arte, intendo (stando nella materia, che si tratta) che avendomi essa Natura conceduto v. gr. 10. gradi di forza, che è quanto a dire, virtù di pareggiare 10. gradi di resistenza, ella mi nega, e non mi permette per artifizio veruno il superarne nessuna, che sia più di 10. gradi. E di più soggiungo, che ella mi vieta l' applicare tutta la mia forza di 10 gradi in superare, o muovere una resistenza, che sia solamente 4, o 6 gr. o in altro modo minor di 10. E chi direbbe, che mentre con tutta la mia forza io strappo una cordicella, io tutta la medesima forza adoprassi, o potessi adoprare in rompere un debole spaghetto? o se con tutta la mia io alzo un peso di 100 libbre, la medesima io usassi in alzarne uno di 10?

Questo mio primo detto, cioè, che per artifizio nessuno sia possibile, che forza nessuna superi, o muova resistenza alcuna maggiore di lei, pare, che abbia molte e molte esperienze in contrario, nelle quali vediamo non senza maraviglia, con piccolissima forza muovere, ed alzare gravissimi pesi. Consideriamo la stadera, dove apertamente si vede il romano, che non pesando più di 10 libbre contrappesa, ed alza una balla, che ne peserà più di mille. Guardiamo l' Argano, non si vede egli colla forza di un uomo tirare in alto una pietra di 3000 libbre? E non è questo un superare coll' arte un' immensa resistenza con piccolissima forza? Bene, ma io, Sig. mio, da queste medesime esperienze argomenterò tutto l' opposito; e mi maraviglierò, come quella balla di 1000 libbre non possa alzare il romano, che non resiste salvo che con 10, e che le 3000 della gran pietra non isforzino l' uomo, la cui forza è eguale appena al momento di 100 libbre. Da questi due strumenti dunque non si può cavare con più vera conseguenza, che l' arte guadagni 100, o 300 per uno, che ella scapiti, e perda a cento o trecento doppi. Dalle quali due egualmente concludenti conseguenze tra di loro contrarie, la vera conclusione da tirarsene è, che l' arte, per quanto appartiene al far forza, non guadagna nulla sopra la resistenza della Natura. E quella stima, che resta negli uomini, proviene dal comodo, e dall' utilità, che caviamo, attesochè mille volte il giorno ci serviamo del romano per alzare, e pesar balle, e dell' uomo per tirare in alto gravissimi sassi, e raro, o non mai delle balle per alzare i romani, e de' sassi per respignere indietro gli uomini.

Ora è bene, che consideriamo in che consista l' aggiustamento fra l' Arte, e la Natura; calcolo, e ragione, che è assai facile, e chiara, mentre che tutto si ragguaglia colla velocità, e tardità di moto, o vogliam dire tardità, e lunghezza di tempo. E' vero, che un solo uomo, la cui forza ha momento per 37 100 libbre, alzerà, e strascicherà per terra 10 m. libbre di peso, ma se noi avvertiremo quanto sia il viaggio, che fa l' uomo, e quanto quello, che fa la colonna, troveremo, che quando questa si sarà mossa un braccio, il motore ne averà camminate 100, che è quanto a dire, che il motore si è mosso 100 volte più veloce della colonna. Dove si vede, che ragguagliando le partite, quando quel sasso si fosse diviso in cento parti eguali, ciascuna sarebbe stata 100 libbre, e però equivalente alla forza del motore, il quale in cento viaggi di un braccio l' uno avrebbe traportati i cento pezzi del sasso in distanza di un braccio,

muo-

muovendosi con quella medesima velocità, cioè dentro al medesimo tempo. Il vantaggio dunque dell' Argano non è, che e' ci diminuisca la fatica, o il tempo, ma che la colonna si conduca intera, e non in pezzi, i quali poi non si possono rattaccare, ed unire in un solo conforme al nostro bisogno: dove si vede, che se il peso da condursi fosse di un vaso di acqua di 100 barili, poco, o niun comodo mi apporterebbe il condurre coll' Argano tutta la gran botte piena in un sol viaggio colla forza di un uomo, o condurla col medesimo uomo in altrettanto tempo a barile per barile in cento viaggi, avvengachè l' acqua si rattacca insieme, e torna in una sola massa come prima.

Due altri modi in apparenza diversi dal sopra detto par che l' arte abbia ritrovati, per poter pure con pochissima forza superar resistenze grandissime. L' uno è l' urto, o vogliam dire, il colpo, o la percossa, alla quale par quasi, che non sia resistenza, che non ceda. L' altro è il fare una, dirò così, conserva, e cumulo di forze aggregate insieme, il che si fa quando, imprimendo io la mia forza, che ponghiamo che sia di 10 gradi, in un mobile, che me la conservi, torno ad imprimergliene altrettanta, sicchè congiunta co' primi 10 gradi, in quello, che la conserva, se ne trovano 20, e continuando d' imprimerne di volta in volta altri 10, e 10, si rauneranno nella conserva 100, 200, e 1000. gradi di virtù potente a superare resistenze grandissime, contro le quali di niuno effetto era la mia pura virtù di 10 gradi.

Per una tal conserva di forza accomodato esemplo ce ne dà il gravissimo pendolo da voi medesimo adattato alla leva, il quale ricevendo impulsi dalla debolissima forza, facendo di quelli conserva, ne fa un cumulo, e per così dire, un capitale tanto grande, che soprabbondantemente ne può andar poi distribuendo, ed applicando a superar resistenze, quali la prima forza non bastava a gran segno di muovere. Esempio della virtù e possanza degli urti ne abbiamo in quelle viti, colle quali si soppressano le Rasce, o si stringono le gabbie dell' ulive per trarne l' olio; le quali viti, sul principio mentre la resistenza non è molta, si volgono con una piccola stanga, ma finalmente crescendo nello strignere la resistenza, conviene moltiplicare gli uomini, ed usare una stanga maggiore, colla quale spingendo pure si gira la vite, sicchè in ultimo, non bastando più il semplice impulso, si ritira indietro la grande, e grave stanga, colla quale, con replicati urti si arriva a cacciar la vite con que' tre, o quattro uomini, dove collo spignere senza urtare non la caccerebbero sei, o sette.

Sopra queste due esperienze mi par, che con grande accortezza, e con sottil ragione si appoggi il fondamento della vostra macchina, dove si vede il gravissimo pendolo, quasi abbondante conserva di forze, poterne andar dispensando continuamente quella parte e quantità, che è necessaria per superare la resistenza del peso, che si dee alzare, e di più servendosi del secondo benefizio degli urti, dopo essersi ritirato indietro, tornare, a guisa di gagliardo Ariete, a raddoppiare la percossa, e l' impeto. 38

Tutto questo mi par che sia con tanta industria, e con tanta sottigliezza d' ingegno compartito, che quando ben l' effetto non rispondesse puntualmente all' aspettazione, io ad ogni modo anteporrei questa a molte altre invenzioni. E perchè io estremamente desidero, che l' effetto risponda all' opinione, ho risoluto andar toccando que' dubbj, ch' io non so risolvere, e che mi par che possano arrecare qualche intoppo all' opera, acciocchè voi (quello, che non so far io) me gli rimoviate, e se ne avessero bisogno, vi arrechiate opportuno rimedio.

Riducendo la vostra macchina artifiziosa al più semplice disegno, ch' io possa, per più chiara esplicazione del mio concetto figuro questa D A E esser una leva

zancata sospesa nel punto A; dove intorno ad un asse, o vogliam dire un perno, ella sia convertibile, sicchè spingendo l' asta maggiore A D verso A F, la zanca A E venga a urtare col termine E in un rampino G; dal quale penda il peso P da esser alzato, il qual peso pongo per esempio esser 100 libbre. Suppongo poi l' asta A D esser v. g. lunga 5 volte più della zanca, A E, e la forza, che dee muovere, pongo minore assai della resistenza del grave P. Sia per tanto equivalente al momento di 5 libbre, sicchè applicata nel termine D, spignendo verso F, non potrebbe col punto E alzar peso se non minore di 25 libbre, e però impotentissima ad alzar il grave P supposto esser libbre 100.

A questa impotenza voi soccorrete col sommamente ingravire il braccio della leva A D convertendolo in un pendolo grave di 400 libbre di peso, o di più ancora, se più ve ne bisogneranno. Apparecchiate queste cose, voi senza errore discorrete, ed in atto pratico osservate, che essendo costituito simil pendolo a piombo, secondo il perpendicolo A D, e sostenuto in A con un bilico esquisito, non è forza così piccola, che spignendolo verso la parte F, (tolto via il rampino, e il peso P) non lo rimuova qualche poco del punto D. E però applicandovi la supposta forza di cinque gradi si muoverà alquanto verso F, e lasciato in libertà, ritornerà per se stesso verso D; oltre al quale passerà poco meno d' altrettanto verso B, quanto per l' impulso datogli era pur ora andato verso F. E perchè tal impeto non si è perduto, se coll' istessa virtù di cinque gradi se gli aggiugnerà il secondo impulso, già ne averà 10, e più oltre trapasserà verso F, ed in somma aggiugnendo impulso sopra impulso 4, 6, 10, e 20 volte, verremo ad imprimer nel pendolo impeto tale, che ampliando le sue vibrazioni nello scender dal termine B, per l' arco B D sarà bastante a sollevare se stesso, cioè 400 libbre di peso per altrettanto spazio sino in F, e tutta questa virtù e impulso è frutto della piccolina forza de' 5 gradi; i quali è manifesto, che continuando gl' impulsi, gliela potrebbero accrescere ancora, o almeno perpetuare. Aggiunghiamo adesso il rampino G col peso P di libbre 100; non è da dubitare, che scendendo il pendolo A B pell' arco B D, ed incontrando nel punto D, dove l' impeto suo è il massimo, e il moto è il velocissimo colla zanca A E il rampino G, gli darà d' urto con tal forza, che ben per grande spazio solleverà il peso P delle 100. libbre, e ritornando poi indietro verso B, io a tempo colla replica e giunta de' miei 5 gradi andrò mantenendo in vigore il pendolo, e continuando l' opera.

39

Ora, se il discorso vostro fondamentale procede così, mi si rappresentano alcune difficultà, che mi muovono a dubitare. E prima, conceduto, del che non dubito, che nel pendolo sia stata fatta una conserva di forza potente a sollevare le sue 400. libbre di peso per tutto l' arco D F; questo accaderà sempre tutta volta però, ch' ei non trovi intoppo nel viaggio, ma se passando per D, urta col-

colla zanca A E in una resistenza di 100 libbre, ancorchè quivi in D sia il sommo vigore della sua forza, pare che pur gliene debba in parte essere diminuita, cioè s'io non m'inganno, la ventesima parte. Imperocchè, trovandosi il pendolo A B, quando è pervenuto in D con impeto d'alzare le sue 400 libbre fino in F; tal impeto ne alzerebbe colla zanca A E cinque volte tanto, cioè due mila, per essersi posto il braccio A B quintuplo in lunghezza della zanca A E; l'urto dunque nel peso P, che è 100 libbre, detrae 100 dalle due mila, cioè la vigesima parte. Ritorna dunque il pendolo indietro colla vigesima parte manco dell'impeto, col quale dianzi si partì scendendo dal punto B; tal che nella tornata non ricalerà dal punto B, ma da altro H più vicino a D, e l'impeto che fu come di 400 libbre verrà ora come di 380, cavandone cioè le venti toltegli dall'urto in G. Bisognerebbe dunque, per ristorar la perdita de' venti gradi d'impeto, restituirgliene altri venti, ma la forza del movente non ne ha da prestare se non cinque; adunque il pendolo, che nella prima scesa dal termine B, si partì con impeto tale, che arrivando in D, si trovava con 400. gradi d'impeto, in questo secondo passaggio ne averà solamente 385, de' quali il nuovo urto in G torna a levargliene venti, (che tanti son quelli, che son necessarj per alzare il peso P) talchè i gradi 385 diventano 365; per lo che tornando indietro il pendolo non risalterà alla medesima altezza H, ma più basso; dove il motore gli somministrerà i suoi cinque gradi di forza, sicchè scendendo con 370 alzerà ben per ancora il peso P, ma con perdita di venti gradi di forza, e così continuando in ogni andata la perdita di venti, ed il ristoro di cinque, in breve tempo mancherà l'ajuto di costa del pendolo.

Propongo nel secondo luogo un'altra considerazione. Voi dite: la forza che s'adopra non è più di cinque gradi, adunque colla pura leva D A E, della quale il braccio D A è quintuplo della zanca A E, non si può alzare più di 25 gr. di resistenza, ma la resistenza del peso P è 100 gradi, adunque è impossibile alzarlo. Vero, ma ditemi, se con fare quattro parti del peso P non potrò io colla detta forza alzarne una per volta, e tra quattro volte alzar tutto il peso, come col pendolo io l'alzava in un tratto solo? certo sì; e l'opera sarebbe ragguagliata, tutta volta che si potesse nel tempo, che col pendolo si danno v. gr. dieci impulsi, darsene 40 colla leva semplice, il che penso io, che si potrà fare, però considerate le seguenti particolarità nel pendolo. 40

Prima a voler che il momento della sua somma gravità lavori, bisogna ritirarlo indietro in gran lontananza dal perpendicolo A D, altrimenti l'urto suo è debole, e questo tornare indietro da D verso B colla tornata in D è tutto tempo ozioso, e gittato via. Ma all'incontro la forza applicata in D alla leva leggera è tutta utile, lavorando per tutto lo spazio, che si spigne verso F. La gravità del pendolo fa, che la forza non la può brandire, nè far che le sue andate, e tornate, cioè le sue vibrazioni non sieno se non sotto un tempo limitato, e assai lungo in comparazione delle vibrazioni, che apprendendo colla mano il termine D dell'asta leggiera A D, la forza potrà fare molto frequenti. Aggiungasi, che se l'andata del pendolo non è per un grand'arco, l'impeto del pendolo scendente non acquista gran momento, e per breve spazio trapassa oltre A D verso F, e poco s'alza la stremità della zanca E; ed in conseguenza poca è l'acqua, che si cava in una sgorgata; dove è da notarsi, che l'impeto del pendolo sempre va diminuendo nel montar su dal D verso F, ma la forza posta in D spignendo verso F, sempre è la medesima; sicchè si può continuare quanto ne piace a fare la sgorgata lunga, e cavar in conseguenza più acqua.

FRAM-

FRAMMENTO II.

Di un Parere di Galileo Galilei sopra una macchina a mulino col pendolo proposta da un Siciliano al Serenifs. Gran Duca Ferdinando II.

PE concedere alla parte ogni maggior vantaggio, che desiderar si possa per la ragione sua, io concedo i membri di tutta la sua macchina, cioè Macine, Ruote, Conocchie, e Leve, essere di maniera aggiustate, librate, e così proporzionatamente compartite, e più gli assi, i perni, ed i poli esser tanto delicatamente lavorati, bilicati, ed unti, che il tutto insieme, mentre abbia da camminar vacuo, possa esser mosso con qualsivoglia gran velocità da ogni minima forza, da un soffio solamente. E questo si dee intendere trattone il pendolo, il quale essendo un peso molto grave, e dovendo, nel muoversi, esser alzato (il che non accade ad altro membro della macchina) non può esser rimosso dal suo stato perpendicolare, se non da qualche forza: e perchè tal pendolo ritiene per qualche tempo l' impeto, che successivamente gli viene dalla virtù movente contribuito, io (persistendo nella medesima larghezza di concedere alla parte ogni maggior vantaggio) voglio supporre, che tal tempo sia una eternità, quando da esterno impedimento non gli venisse fatto resistenza, ed intoppo: sicchè finalmente in virtù di tal impeto impresso nel pendolo, anche tutto l' ordigno insieme fosse atto a muoversi in perpetuo, muovendosi però vacuo da ogni operazione. Ma quando si levi il pendolo, e si aggiunga sotto la macine il grano da frangersi, perlochè ella non si muova più nella sola aria libera, ma urti negli intoppi de' grani frapposti; è ben necessario concedere, che per far l' effetto, e continuare l' operazione del macinare, il primo movente vada continuando di far forza, e che dove prima per mia concessione tutto l' ordigno, rimossone il pendolo, doveva andare a voto, aggiuntovi ora la resistenza del grano, abbia bisogno d' una determinata, e non minor virtù movente; determini dunque la parte quanto debba esser almeno tal virtù, e chiamisi ver. gr. dodici gradi, sicchè da virtù minore di dodici gradi il grano non potrebbe esser macinato; e però possiam dire, che la resistenza di esso grano, nell' atto dell' esser macinato, pareggia dodici gradi di virtù movente senza che niente gli avanzi, e questo s' intende lavorando senza il pendolo. Ma considerando la parte, come il pendolo è in un certo modo una conserva inesausta di virtù (poichè egli è atto a ritenere eternamente qualsivoglia impeto una sol volta conferitogli) e di più vedendo come col farlo più e più grande e pesante, si può esso ridurre ad esser atto a ricevere, e conservare maggiore e maggior numero di gradi, e di virtù, e che perciò tal immensa virtù gli può esser impressa anco da pochissimi gradi di forza motrice, coll' andar successivamente più e più volte facendogli impeto; considerando dico la parte cotali accidenti ha creduto, coll' intervento del pendolo poter far l' istesso effetto nel macinare con forza minore di dodici gradi (che per supposizione è la minima, che possa macinare senza il pendolo.) Ora posto il pendolo capace d' ogni gran numero di gradi di virtù, determini la parte quanta forza vuol che sia quella del primo movente, del qual ella si vuol servire, e quanti gradi ella ne voglia imprimere, e depositare nella conserva del pendolo innanzi che si cominci a mandare il grano sotto la mola, sia per esempio cento gradi. Or cominciando l' operazione, dia il movente il primo impulso, col quale e' si muoverà il pendolo dal suo stato primo perpendicolare, e lo solleverà tanto, che nel ritorno averà acquistato due gradi di vir-

virtù, quanto è quella del movente (che se la parte credesse ch' e' ne acquistasse più, non occorrerebbe dar più impulsi, perchè ritornando il pendolo verso il perpendicolo, ed avendo egli concepito più di due gradi di virtù, trapasserebbe, spinto da se medesimo, dall' altra banda del perpendicolo per maggiore intervallo, che non fu quello del primo impulso datogli da due gradi soli del movente, e così successivamente si anderebbe da se stesso avanzando nell' impeto infinito, che è grande assurdo.) Ma perchè questa virtù è impressa nel pendolo indelebilmente, tornando il movente a dargli un altro impulso, gl' imprimerà altri due gradi di virtù, sicchè già ritornerà con quattro, e nel terzo impulso ne acquisterà altri due, sicchè saranno sei, e successivamente in 50 spinte acquisterà i cento gradi di virtù in se stessa perpetua, quando bene il movente cessasse, pur che non gli fosse opposto alcuno intoppo. Or continui pure il movente la sua operazione, e comincisi a mandare il grano sotto la mola, la resistenza del qual grano, per la supposizione, pareggia 12 gradi di virtù movente, adunque nel tempo d' uno impulso il movente conferisce due gradi di virtù, ma il grano ne arreca dodici di resistenza, però a i cento gradi d' impeto del pendolo ne saranno levati dieci; ond' egli opererà con novanta solamente; ma nel seguente impulso il movente ne aggiugne due, e il grano pur ne rimuove dodici; sicchè il pendolo si riduce a lavorar con ottanta, e così conseguentemente, levando il grano cinque volte più che non rimette il movente, in manco tempo di quello di nove impulsi sarà finita la virtù, e fermato il mulino, il quale non cominciò a macinare se non dopo il tempo di cinquanta impulsi, e così in tale operazione si sarà buttato via circa i $\frac{5}{6}$ del tempo, anzi molto più ancora, se noi meglio andremo considerando il tutto. Sarebbe tale il dispendio del tempo, quando la virtù adjutrice del pendolo prestasse il suo ajuto continuatamente, siccome la resistenza del grano senza intermissione continuatamente impedisce; ma il pendolo circa agli estremi termini delle sue andate, nelle quali e' si riduce allo stato di quiete, pochissimo, o nulla opera, facendo forza colla sola sua gravità, privata di velocità di moto, la qual velocità egli ancora languidamente racquista, mediante la resistenza del grano; dal che ne seguita, che i suoi impulsi sono interrotti, e che buona parte del tempo si spende oziosamente. Ma dirà forse l' avversario, poter pur ricever comodo dal pendolo sebben non così grande, quanto sarebbe il già detto, che era il poter fare, mediante l' ajuto del pendolo, con due soli gradi di forza, quello che senz' esso si farebbe con dodici gradi, ma dirà ciò potersi ottenere colla forza di dieci gradi; ma io, replicando il medesimo discorso, mostrerò questo esser impossibile: dichiarando che se in dieci impulsi s' imprimono nel pendolo cento gradi d' impeto operando senza grano; all' incontro, nel tempo di 44 impulsi susseguenti, la resistenza aggiunta del grano fermerà il macinare: perchè, mentre la forza de' dieci gradi moventi fa un impulso tale, che i 100 rimangano 98, e scemandone due nell' altro impulso rimangano 96, e finalmente al quarantaquattresimo impulso si riducano a dodici, i quali vengono pareggiati dalla pura resistenza del grano. E tutto questo segue quando la macchina tutta fosse libera da tutti gl' impedimenti esterni ed accidentarj, conforme alla vantaggiosa supposizione fatta a principio: la qual cosa è del tutto falsa, e impossibile; anzi gl' impedimenti son eglino pur molti, e molto grandi; mediante i tanti toccamenti di denti con ruote, e conocchie, di fusi con perni, di poli con sostegni, e dell' immensa gravità stessa delle ruote, e delle macine, tal che assolutamente la forza movente meglio, e più validamente opererebbe senza il pendolo, e meglio ancora lavorandosi con una sola, e semplice ruota dentata, che toccasse un solo rocchello adattato nel fuso della macina.

42

FRAM-

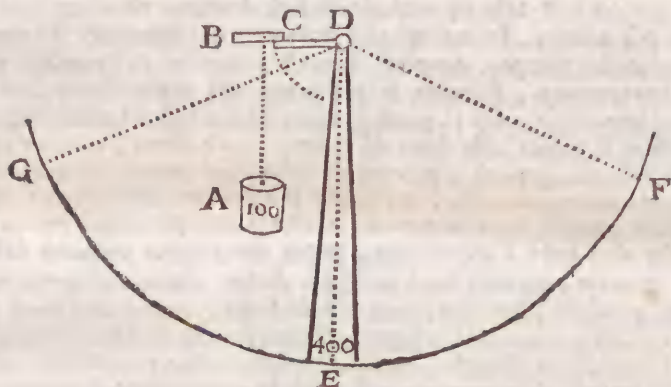
43 # FRAMMENTO III.

Dell' istesso parere di Galileo Galilei cominciato a distendere in dialogo.

INTERLOCUTORI

Salviati, e Sagredo.

Salv. Non so s' io m' abbia ben capito la struttura, e la maniera d' operare di questo nuovo strumento, per sollevare con poca fatica pesi gravissimi. Dirò ciò che apprendo, e voi supplirete in quello, ch' io mancassi. Nel proposto disegno il peso da essere alzato è questo notato A, posto essere di cento libbre. Questa C D E si figura essere una leva zancata convertibile intorno ad un perno stabile fermato in D. Il braccio maggiore che pende, cioè la lunghezza D E, si pone esser quintupla del minore C D. La forza movente applicata nell' estremità E è eguale al momento di cinque libbre di peso. Ora astraendo dal peso della leva, cioè supponendo ch' ella non pesi nulla, è manifesto, che la forza posta in E, non avendo maggior momento, che l' equivalente di cinque libbre spignendo contro al grave A, non potrà coll' estremità C alzar più di venticinque libbre, anzi sostenere, ma l' A è cento, dunque lon-

tanissimo dall' esser mosso da cinque. Per far dunque, che questa piccola forza, o momento superi la quattro volte maggiore resistenza, o momento, servendosi pur dell' istessa lunghezza di leva, si ha l' autor della macchina (in vero con sottile avvedimento) immaginato di sommamente ingravire il braccio della leva D E, e dove si supponeva esser senza gravità, convertirlo in un pendolo di quattrocento, o più libbre, figurato per D F G, ed accomodando al peso A un rampino B sotto il quale vadia a urtare l' estremità C della zanca D C, ha senza errore compreso, che mentre il pendolo sia a piombo, ogni minima forza lo può rimuovere dallo stato perpendicolare; nel quale poi, mercè della propria gravità lasciato libero ritorna non solamente, ma oltre di quello trapassa quasi altrettanto, quanto dalla detta forza ne fu allontanato: dal che ne seguita, che se nel ritorno, che per se solo farebbe, se gli applicherà il secondo impulso della medesima forza, trapasserà lo stato perpendicolare di assai più che prima, ed aggiugnendo poi al secondo ritorno il terzo impulso, e così succes-

44

cessi-

cessivamente continuando gl' impulsi a tempo proporzionato a' ritorni, piglierà, a guisa di campana, frega, ed impeto tale, che sarà bastante a sollevare in ciascuna sua vibrazione non solo il proprio peso delle quattrocento libbre, ma urtando coll' estremità della zanca C nel rampino B, alzerà il peso ancora delle cento di A, e la forza movente, benchè non superiore al momento di cinque libbre, lavorando in E, conserverà, e continuerà perpetuamente l' impeto del pendolo, col quale, come si vede in ogni vibrazione, leverà su il peso di cento libbre del peso A, col solo peso di cinque. Non so s' io m' abbia bene inteso, e spiegato il concetto dell' Autore.

Sagr. Inteso, per quanto credo, e spiegato benissimo, ora che dice V. S. d' invenzione così bizzarra!

Salv. Dico, che ha sembianza d' una delle più ingegnose, che mai sieno cadute ne i più svegliati ingegni; perchè il sentirsi dire, mentre che colla leva D E tu non sei potente ad alzare la quarta parte del peso A, io voglio far sì, che coll' istessa, e nell' istesso modo usata tu ne alzi non solo le cento di A, ma quattrocento altre appresso, e che queste quattrocento sien quelle che ti avvalorino, pare che trapassi tutte le immaginazioni. Ma vorrei io qui sapere se l' inventore termina qui l' uso di tale invenzione, o pur l' adatta a qualche particolare con notabile acquisto sopra la facoltà d' altre macchine indirizzate a simili effetti di alzar pesi.

Sagr. Io credo, e così parmi, che la macchina si potrebbe applicare a varie operazioni, una delle quali, che per ora ha nell' intenzione l' Autore, è di applicarla ad una tromba per alzar l' acqua; dove il solido A, rappresenta il zaffo con tutto il peso dell' acqua da alzarsi. E più manifestamente si scorge, che in virtù del pendolo ad ogni sgorgata si potrà buttar fuori gran quantità d' acqua, cosa che senz' esso non si farebbe.

Salv. Tutto cotesto è verissimo; ma crede V. S. che perciò tale strumento sia bastante a cavarne notabil quantità più d' ogn' altro? Perchè dal discorso fatto fin qui par che si possa concludere un eccesso grandissimo, giacchè colla tromba circoscritta in virtù del pendolo se ne caverà gran copia, e senz' esso nè pure una gocciola.

Sagr. Una differenza tanto grande quanta è dal molto al niente mi conturba, e mi fa entrare in sospetto, che sotto così speziosa e mirabile apparenza non s' asconda qualche gran fallacia: però non so che mi rispondere.

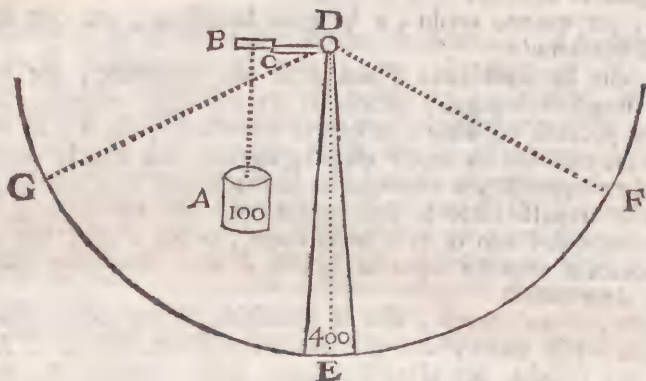
Salv. Credo che il vostro sospetto non sia vano, anzi tengo per fermo, che non pochi altri strumenti nel presente caso di alzar acqua non saranno inferiori a questo, ma per non avere a fare lunghi discorsi nel paragonarlo con altri molto diversi, voglio che trattiamo d' una simil tromba, la quale lavori coll' istessa leva zancata, privata, e libera dalle quattrocento libbre del pendolo, o da ogn' altro peso. Ma prima che passar più avanti, penso di poter mostrare a V. S. con certa general considerazione, come veramente è forza, che nel discorso sopra fatto si occulti qualche fallacia. Però ditemi, se (rimosso il peso A) applicata una limitata forza equivalente, v. g. di quattro libbre di peso, a spignere, e far vibrare il pendolo D E di peso di quattrocento libbre, vi sia necessaria una distanza determinata, oltre alla quale non sia possibile passare. 45

Sagr. Circa questo che V. S. mi dimanda stimo primieramente, che non solo il momento delle quattro libbre di forza sarà bastante a rimuovere il pendolo dalla quiete, cioè dallo stato perpendicolare, ma che ogni minima che se gli applichi ne lo rimuoverà, la quale poi, secondo che sarà maggiore, per maggior distanza lo sospignerà. In oltre se nel ritornare indietro, che farà esso pendolo per la propria gravità, la detta forza lo risospignerà, lo farà slontanare ancor più dal perpendicolo, ma però una forza molto inferiore al momento della gravità

del pendolo, quale è la proposta di quattro libbre v. g. d' un arco di dieci, o dodici gradi, oltre al quale nol potrà giammai far sormontare.

Salv. Così è necessario che sia. Ma quando levato il peso del pendolo, la leva D E restasse leggerissima, e quella medesima forza delle quattro libbre se gli applicasse, sino a quanto allontanamento dal perpendicolo la potrebbe sollevare?

Sagr. Potrebbe accompagnare per tutto un intero quadrante, e più.

Salv. Or torniamo alla figura col pendolo. E posto che esso dal momento delle quattro libbre di forza non potesse nè accompagnato, nè vibrato muoversi oltre a

dieci gradi, quando la distanza C B, tra la zanca D C, e il rampino B, fosse di dieci gradi del cerchio descritto dalla linea D C, intorno al centro D; l' estremità C, cacciata dalla vibrazione del pendolo non vi arriverebbe mai, e in conseguenza mai non verrebbe alzato il peso A, quando ben fosse solamente un' oncia. Ma consideriamo adesso quello, che si potrà fare colla medesima leva zancata rimossone il peso del pendolo. E perchè si è concluso, che le quattro libbre di forza potranno sospigner la leva non solo oltre a dieci, ma oltre a novanta gradi, quando l' estremità C della zanca arriverà al rampino B, essendo la leva E D quintupla della zanca D C, la forza quattro potrà levar venti di resistenza, che fosse in A. Ecco dunque scoperto, come nel discorso fatto di sopra ci è sotto qualche fallacia, poichè in quello si concludeva, che la medesima leva in virtù del gravissimo pendolo alzava gran peso, e senza il pendolo non alzava nulla; ed in questo per l' opposito si dimostra, che la giunta del grave pendolo toglie del tutto il poter alzar gran peso, che senza il pendolo comodamente si solleva con quattro di forza. La proposizione dunque universale, che la gravità aggiunga forza alla leva nell' alzar pesi, è falsa.

46

PA-

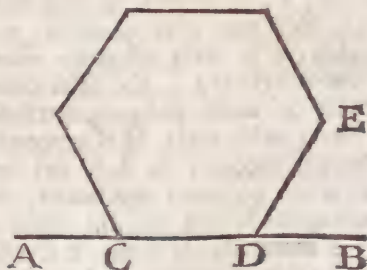
P A R E R E
DI GALILEO GALILEI
I N T O R N O
ALL' ANGOLO DEL CONTATTO

Spiegato da eſſo in una lettera di riſpoſta, ſcritta dalla Villa d' Arcetri ne' 30. Ottobre 1635. a Giovan Cammillo Glorioſi Mattematico Napoletano.

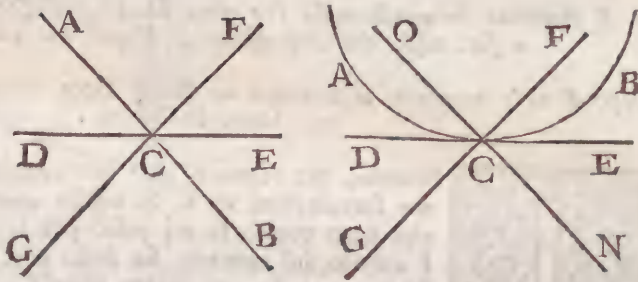
E ſtampata da queſto nella ſua terza Deca dell' Eſercitazioni Matematiche a fac. 146. dell' impreſſione di Napoli nel 1639. in quarto.

Dopo d' aver accuſato la ricevuta di queſta Deca inviatagli dal Glorioſi, così ſegue il Galileo.

Ntanto, per ſegno d' aver pur veduto qualcoſa delle ſottiliſſime ſpeculazioni di V. S. voglio conferirle certo mio diſcorſo, che gran tempo fa mi paſsò per la fantaſia, per provare, che l' angolo del contatto ſia detto così equivocamente, e che in ſomma non ſia veramente angolo, convenendo in queſto col Vieta, le cui ragioni molto acutamente par che V. S. vada redarguendo; ſicchè ſe mi moſtrerà la fallacia della mia, che mi par poco men che concludente dimoſtrazione, biſognerà, che io ſia con lei.

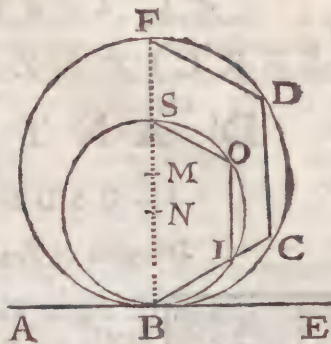
Stando dunque ſulla ricevuta definizione, che *l' Angolo ſia l' inclinazione di due linee poſte in un piano, che ſi toccano in un punto, e non ſon poſte fra loro per diritto*; figuriamoci un poligono rettilineo, ed equilatero inſcritto nel cerchio. E' manifeſto le inclinazioni, o direzioni de' ſuoi lati eſſer tante, quanti ſono gli ſteſſi lati, ſe ſaranno di numero diſpari, ovvero quanto la metà, ſe il numero ſarà pari (avendo gli oppoſti la medeſima direzione.) Ora, ſe intenderemo a qualſiſia linea retta A B eſſer applicato il lato C D d'uno di detti poligoni; queſto con quella non formerà angolo, camminando amendue per la medeſima direzione, ma ben lo formerà il lato ſeguente D E, come quello, che ſopra la ſegnata retta ſi eleva, ed inclinandoſegli ſopra, la tocca. E perchè il cerchio ſi concepiſce eſſer un poligono di lati infiniti, è neceſſario, che nel ſuo perimetro ſieno tutte le direzioni, cioè infinite; e però vi è quella di qualſivoglia linea retta ſegnata, la quale non può intenderſi eſſer altra, che quella del lato (degl' infiniti, che ne ha il cerchio) che ad eſſa ſia applicato: adunque quello del cerchio, che alla linea retta ſi applica, non forma angolo con eſſa; e tal è il punto del contatto. Qui poi non ſi può dire, che ſebbene il punto, che tocca, non contiene angolo colla

la tangente, tuttavia pur lo contenga il punto contiguo conseguente; siccome nel poligono, non il lato, che si applica alla retta proposta, ma il lato seguente è quello, che l' angolo forma, e costituisce; non si può dico dir questo, perchè il punto, che succede a quel contatto, non tocca la retta, la quale da un sol punto del cerchio, e non da più vien toccata; ma nella definizione dell' angolo si ricerca, oltre all' inclinazione, il toccamento ancora: adunque il chiamato angolo del contatto è con errore detto così, nè è veramente angolo, nè ha grandezza alcuna.

Sovviemmi anco, oltre a molt' altri, aver fatto un discorso in cotal forma. Se stando ferma la D E, intenderemo la segante A B girarsi sopra il punto del segamento C, sicchè dallo stato A B calando A verso D, trapassi in G F, facendo l' angolo F C E superiore alla D E, dove prima conteneva l' inferiore E C B; è manifesto l' angolo B C E andarsi per tal conversione inacutendo, e ristrignendo in modo, che finalmente la sua quantità si annichili, e del tutto svanisca, il che accaderà, quando essa retta A B si congiugnerà colla D E. Ora applicando lo stesso discorso all' arco A C B segato dalla retta O N nel punto C, constituendo i supposti angoli misti A C O, N C B; se intenderemo essa retta O N girarsi sopra il punto C, da O verso D inacutendo i detti

3

angoli, e finalmente trapassando nello stato di G C F, sicchè l' angolo inferiore N C B si faccia superiore, come F C B, non comprendo come ciò possa accadere senza passar per l' annichilazione di essi angoli, la quale annichilazione non può essere, se non quando essa retta convertibile non segasse più la curva A C B, il che avviene quando essa si unisce colla tangente D E. Nell' arco dunque, e nella tangente non sono angoli, ma l' annichilazione degli angoli.

Il discorso anco, che vien fatto per confermare, che l' angolo della contingenza non solamente sia quanto, ma talmente quanto, ch' e' sia divisibile in infinito, mentre si descrivano cerchi maggiori, che passino per lo medesimo toccamento, è, s' io non m' inganno, manchevole: imperciocchè non l' angolo, il quale dico non aver quantità, ma ben lo spazio tra la circonferenza del minor cerchio, e la retta tangente vien diviso, e suddiviso dalle maggiori, e maggiori circonferenze; il che assai chiaramente mi par, che si possa mostrare coll' esempio de' molti poligoni rettilinei simili, e diseguali nella seguente maniera.

Sieno nella retta M B perpendicolare alla A E, i centri M, N, di due cerchi diseguali toccanti la A E nel medesimo punto B, e intendasi nel minore inscritto un poligono equilatero, del quale sieno lati le rette B I, I O, O S, e prolungata la B I termini nella circonferenza del cerchio maggiore nel punto C; è manifesto la linea B C essere un lato del poligono similmente inscritto nel cerchio maggiore, nel quale le due C D, D F sieno lati conseguenti. Qui si vede che il perimetro F D C B divide ben lo spazio intercetto tra il perimetro del poligono S O I B, e la retta B E; ma non però vien diviso l' angolo I B E, essendo il lato I B parte del lato B C, ed essendo l' angolo, I B E comune, anzi lo stesso del fatto dalla E B, e da i due lati de' poligoni B I, B C; e discorrendo nel-

nello stesso modo di tutti gli altri poligoni tra loro simili, di qualunque numero di lati, e quanto si voglia differenti in grandezza, l' angolo I B E sarà sempre comune, nè giammai segato, ma ben' andrà sempre facendosi più acuto moltiplicandosi i lati del poligono; vero è che l' angolo I B E sarebbe esso ancora diviso dal lato d' un poligono maggiore, tuttavolta ch' e' fosse di più lati, ed in conseguenza dissimile. Di qui mi par che si possa ritrarre, che essendo i cerchi tutti poligoni simili di lati infiniti, applicandogli alla retta A E nel comune toccamento B, venga ben lo spazio tra la tangente, e l' arco interno B I O S diviso dall' arco esteriore B C D F, ma non già l' angolo B, essendo comune ad amendue i poligoni; e l' essere i cerchi tutti poligoni simili di lati infiniti, toglie il potersi dire il cerchio maggiore esser poligono di più lati, che il minore, e perciò atto a dividergli il suo angolo; perchè siccome non si può intendere poligono alcuno potersi inscrivere in un cerchio, benchè immenso, di lati innumerabili, che uno di altrettanti (e però simile) non si possa inscrivere in qualsivoglia altro, benchè piccolissimo, così non si può dire, che l' angolo del contatto non sia uno, e comune ad amendue i cerchi; e se tal' angolo non è divisibile, non è quanto, e se non è quanto, non è vero angolo, ma equivocamente così detto.

Considerisi appresso, che siccome multiplicandosi più, e sempre più nel cerchio S O B il numero de' lati del poligono, l' angolo I B E sempre si fa più acuto, par che per necessaria conseguenza ne segua, che dove i lati sieno infiniti, tal angolo sia infinitamente acuto, cioè non quanto, e non angolo, ec.

Segue di poi il Galileo con altro breve Capitolo esaminando alcune conclusioni, che il Gloriosi inferisce dalle ragioni addotte dal soprannominato Francesco Vieta: ma essendochè per l' intelligenza di tali ponderazioni converrebbe riferire, e ciò che scrisse l' istesso Vieta, e ciò che v' oppose il Gloriosi, colla risposta di questo al medesimo Galileo, tralascio di trascriver più oltre esso Capitolo, e rimetto i curiosi a soddisfarsi pel rimanente ne' proprj Autori.

PO-

POSTILLE DI GALILEO GALILEI

AL LIBRO INTITOLATO

ESERCITAZIONI FILOSOFICHE D' ANTONIO ROCCO FILOSOFO PERIPATETICO

Stampato in Venezia presso Francesco Baba nel 1633.

93 VOi Signor Rocco mi forzate a darvi ogni soddisfazione in molti luoghi del vostro libro, ma in particolare alla faccia 195. dove con certa quasi comminazione mi dite così. *Di grazia venite alle ragioni particolari, se non volete, che i vostri dogmi sieno fregiati col titolo più tosto di vana loquacità, che di ponderata filosofia:* nella seguente faccia con termine più modesto più mi provocate a risponderci dicendo. *Mostratemi vi prego caro Sig. Galileo (che non ho in verità, non ho per Dio altro fine, che d' imparare) mostratemi i grandi assurdi di questa posizione, che abbozzo, che accenno solamente, e ne lascio il compimento a chi più sa, e perchè giri, ec.* però per vostra satisfazione state attento, ed imparate, perchè veramente ne avete bisogno grande.

Avendo voi in questa ottava esercitazione conceduto le due apparenze del settantadue, e del seicentoquattro (dette comunemente stelle nuove) essere state veramente nella parte celeste, e tra le stelle del firmamento, e volendo pur mantenere, che dall' esser loro improvvisamente comparite, e poi dopo molti mesi sparite, non si possa ragionevolmente inferire la sostanza celeste esser soggetta all' alterazioni, generazioni, corruzioni, ec. scrivete così a fac. 193. verso il fine. *E chi direbbe mai giudiziosamente, la tal cosa si è da noi nuovamente vista, adunque si è nuovamente generata? si è tolta di vista, adunque si è corrotta? e fosse indistintamente l' istesso il comparire col generarsi, il disparire col dissolversi.* Adunque Sig. Rocco voi spacciate per persona priva di giudizio quella, che dal solamente veder comparire, e sparire simili novità nel Cielo argomenta quelle esser nuovamente prodotte, e poi dissolute. Ora perchè io so, che voi (come io ancora) non avete Aristotile per privo di giudizio, e so ancora, che voi sapete, che egli produce per testimonj di tali accidenti gli occhi proprj, quelli de' suoi contemporanei, e quelli degli antichi, però è forza, che altro ricercasse Aristotile da' suoi occhi, che il veder comparire, e poi sparire simili novità; onde ei potesse poi giudiziosamente inferire la generazione, e la corruzione, ec. E però io, che non men desidero d' imparare da voi, che voi da me, vi prego a dirmi quali fussero quelli accidenti, che Aristotile secondo il vostro credere andava ricercando colla vista, per i quali poi ei potesse giudiziosamente inferire l' alterabilità nel Cielo, perchè io anche nelle materie qui prossime a noi, nelle quali i sensi, o per la mutazione del sapore, o dell' odo-
94 re, o della risonanza, o di alcuna tangibil qualità, mi porgono argomento di alte-

alterabilità, e di corruzione, dal senso della vista non mi vien somministrato testimonio più valido, che il presentarmisi di nuovo all' occhio, e da quello dopo qualche tempo sparire. Vedete Sig. Rocco a quali sconvenevolezze vi traporta l' odio immeritamente contro di me concepito, che giammai non vi offesi, che per gravar me non la perdonate nè anco al vostro Maestro, e lo spacciate per poco giudizioso, mentre ricorreva al testimonio della vista, ec. per venire in cognizione se nel Cielo si facessero generazioni, e corruzioni; e qui calzerebbe assai meglio l' esclamazioncella, che voi ponete, commiserando le stelle alla fac. 196. e con miglior proposito potrei dire: Poveretto Aristotile, quanto vi compatisco. Ed avvertite a non voler coprire la nota, che già gli avete imposta, con qualche distinzione, o con altro mendicato refugio, che assicuro, che lo precipiterete senza sua colpa in baratri sempre maggiori, ma da vero filosofo, e da filosofo Peripatetico confessate, che se Aristotile vedesse queste, e le altre mutazioni, che si fanno in Cielo, le quali ad esso furono ignote, ed immaginabili, riceverebbe assai più volentieri me per suo scolare, e seguace, che voi, poichè io antepongo i suoi dogmi rettissimi alle sue proposizioni opinabili, e voi per mantener queste rifiutate quelli, cioè posponete le sensate esperienze alle opinabili conjetture. Ma seguitiamo avanti.

Voi parendovi di aver trovato la inchiodatura di sostenere quello, che Aristotile assolutamente deporrebbe, dite che non mancano maniere di salvare la comparsa, e l' occultazione di esse stelle nuove, e per mia maggior mortificazione dite, che io medesimo l' aveva alle mani, e scrivete così. *Non date voi queste medesime apparizioni, ed occultazioni alle Stelle Medicee, che non si generano, o si corrompono, ma solamente col volgersi nell' Epiciclo intorno a Giove, e col restare ora luminose dal Sole, ora dall' assenza di esso tenebrose, ed invisibili?* E' vero Sig. Rocco, che io do l' apparizione, e l' occultazione alle Stelle Medicee, e per questo sapendo voi, che tal cosa non mi era ignota, dovevate con termine più cortese dedurne in conseguenza, che io conosceva simile apparizione, ed occultazione non si poter adattare alle due stelle nuove, e non più presto, che come poco avveduto, io non avessi penetrato colà dove arriva la vostra perspicacità, la quale in questo caso (e siami lecito parlare con libertà, mentre voi da me come da Maestro cercate d' imparare) ha gran bisogno di esser assottigliata, perchè per quanto mostra il vostro modo di parlare, voi fin qui non bene avete penetrato come vada il negozio delle Medicee, circa lo scoprirsi, ed ascondersi, il quale quando l' averete compreso, vedrete quanto sia lontano al potersi adattare al fatto delle stelle nuove. E prima conjetturo il bisogno vostro circa l' intelligenza delli accidenti delle Medicee dal vostro modo di parlare, mentre dite, *le Medicee col volgersi solamente nell' Epiciclo intorno a Giove, e con restare ora luminose dal Sole* (credo, che vogliate dire, illuminate) *ora dall' assenza di esso tenebrose, ed invisibili*. Qui primieramente mostrate di credere, che del comparire ora luminose, ed ora restar tenebrose, ed invisibili ne sia causa l' avvicinarsi, ed assentarsi dal Sole, che tal senso, e non altro ricavo dal vostro discorso, il qual detto è vanissimo, attesochè un oggetto per se stesso tenebroso, e che da uno splendentissimo venga in distanza v. g. di cento miglia renduto lucido, e visibilissimo, cosa molto semplice sarebbe il dire, che l' allontanarsi da quello, che l' illumina, un braccio, o due di più, lo privasse dell' illuminazione, e lo rendesse invisibile, nè più, che in tal proporzione appressano, ed assentano le Medicee dal Sole i diametri de' lor cerchietti. 95

E non vi aspettate Sig. Rocco di poter glosare il vostro detto, e ridurlo a buon senso, dopo che averovvi dichiarato come cammina l' occultazione di tali stelle, perchè voi nè pur nominate i termini principali, anzi unici, e singolari,

lari, che in tale operazione intervengono. Voi non accennate, non che specifichiate nè interposizione di Giove tra le sue stelle, ed il Sole; voi non dite Giove esser per se stesso opaco, e privo di luce, e però spargere il cono della sua ombra all' opposto del Sole; nè parimente dite, che questo medesimo fanno le medesime stelle seguaci, nè mai in somma nominate Eclisse, e pur questa è la sola cagione della occultazione di quelle. Per tanto sappiate Sig. mio, che essendo il corpo di Giove non meno tenebroso della Luna, e della Terra, è splendido solamente in quella parte, che i raggi solari percuotono; dalla parte opposta non meno della Terra, e della Luna distende in forma di cono la sua ombra, per lo qual cono tenebroso dovendo passare le quattro stellette, mentre sono nella parte sublime de' loro cerchi, entrando nell' ombra di Giove, restano prive della vista, e perciò dell' illuminazione del Sole, cioè restano eclissate, e simili Eclissi si fanno elleno anco talvolta fra di loro, come io altrove ho a bastanza dichiarato. Ora che averete imparato come procede questo negozio, essendo vostra opinione, come in più luoghi scrivete, che quello, che confuta una dottrina di altri sia in obbligo di dichiarare puntualissimamente come stia il fatto realmente della conclusione, che si dice male essere stata intesa dall' altro, sete in obbligo (giacchè dite le apparizioni, e nascondimento delle stelle nuove poter esser come quelle delle Medicee, come quelle degli Epicieli, ec.) di specificarvi puntualmente come stieno tali Epicicli, per salvare tale apparizione, ed occultazione, insieme coll' ingenerabilità, ed incorruttibilità del Cielo. Ma forse sarà bene, ed anco opera di carità, che io vi schivi qualche dispendio di tempo, ed affaticamento di mente, con dichiararvi, e participarvi quelli avvertimenti, che persuasero me a rimuovere il pensiero dal cercare di salvare dette apparizioni, ed occultazioni per via di Epicicli, e quel che è più per via di qualsivogliano movimenti circolari, che sol, come voi con Aristotile affermate, possono trovarsi tra i corpi celesti. Sappiate pertanto, che la comparsa di questa novella luce dell' anno 1604. fu del tutto improvvisa, ed inaspettata, e si mostrò la bella prima sera della maggior grandezza, che ella ritenesse in tutto il tempo, che fu veduta. Cominciò poi a mostrarsi minore, e minore, finchè in dicidotto mesi in circa restò affatto invisibile, nè in tutto questo tempo cangiò ella sito, ma sempre ritenne il medesimo aspetto colle stelle del firmamento, e come una di loro, solo partecipava del moto diurno, restando esente da ogni altra mutazione, o per lunghezza, o per larghezza del Cielo, talchè se di moto nessuno fu mobile, quello non fu nè potè esser altro, che retto dal centro della terra verso la sfera stellata su in parti altissime, alla lontananza delle quali il semidiametro del globo terrestre fusse di insensibile considerazione, poichè in lei non si scorse mai veruna mutazione di aspetto; stante queste osservazioni è cosa impossibile Sig. Rocco il mantenere, che ella fusse una delle stelle eterne, che per movimento di un suo Epiciclo, o altro cerchio avvicinandosi comparisse, e poi allontanandosi si perdesse di vista, imperocchè impossibil cosa è il far muovere in un particolar cerchio una stella, senza che ella muti aspetto colle fisse. In oltre bisogna, che sappiate, che quando per un moto circolare la stella avvicinandosi si fa visibile, e poi allontanandosi si asconde, il modo del comparire bisogna, che sia simile a quello dell' occultarsi. Or come averebbe potuto tale stella presentarsi in un subito, ed alla prima vista grandissima, se poi così lentamente sii andò diminuendo, che non prima che in molti mesi si estenuò all' ultima esinanizione? e tanto più, che la sua diminuzione fu tale, e tale la differenza della sua massima, e della sua minima osservabil grandezza, che così differente non si mostra Marte nell' opposizione da se medesimo lontanissimo, benchè allora sia ben sessanta volte maggiore il suo apparente disco. Voglio dirvi un altro punto più sottile, e scoprirvi un

96

grande

grande inconveniente, al quale darefte luogo in quefto voftro modo di falvare la venuta, e la partita di quefta nuova ftella. Voi liberamente ammettete, che potrebbe effer un Epiciclo, che portandola per alcun tempo ce la rendeffe vifibile, e per altro ce la allontanaffe in modo, che reftaffe occulta. E perchè il tempo del ritorno è lunghiffimo, voi largamente ammettete, che il periodo di una fua converfione poffa effere, anzi neceffariamente debba effere di molte migliaja di anni. Or fia dei fettemila, che voi concedete, ed effendo che il tempo della fua veduta fu di un anno, e mezzo, facciamo il calcolo qual parte del fuo cerchio ella in tanto tempo veniva a paffare, che la troveremo effer manco di cinque minuti di un grado, cioè manco di una delle quattro mila trecento parti di tutto il cerchio. E perchè io credo, che voi pur concederefte, che vifibile ci fuffe ella mentre fi trovava nella parte del fuo cerchio più a noi vicina, dunque apparve folamente mentre pafsò la quattromillefima parte più baffa del fuo cerchio; ma in una sì piccola parte di circonferenza non è punto alcuno, che fia nè anco venti braccia più vicino a noi di un altro: come dunque potette crefcer, e fcemar tanto la fua vifibile grandezza coll' avvicinarfi, e allontanarfi folo poche braccia, mentre nè anco centomila miglia bafterebbono? Vedete Sig. Rocco quanto vi manca per fondamento di poter difcorrere di fimile materia fate Sig. Rocco a modo di un voftro fervitore, ftudiate un poco poco i primi principj di sfera, ed anco qualche cofetta di Geometria, cioè tanto, che vi bafti per conofcere, che voi di quefte materie fete lontaniffimo da intenderne nulla, perchè tal cognizione vi fchiverà per l' avvenire l' aprir mai più bocca di Cieli, e di Elementi, e di lor moti circolari, o retti; cognizioni, che l' ifteffo Ariftotile confeffa di torle in prefto da' Matematici. Io vorrei ajutarvi con qualche rifpofta ingegnofa provando, che pure fenza fervirfi d' altri moti, che circolari, fi potrebbe far calare per linea retta la ftella, ed alzarfi, ed abbaffarfi per qualfivoglia intervallo, e più reftare occulta per lunghiffimo tempo, e palefe per breve, ma non voglio affaticarmi tanto la mente, perchè è cofa di Matematica alquanto fottile, e quel che più importa, non foddisfà a quel comparire *ex abrupto* grandiffima, confumando poi tanti mefi in diminuirfi, e tornare ad occultarfi.

Or ecco Sig. Rocco moftrati gl' inconvenienti (fe però per voi mi fono abbaftanza dichiarato) anzi l' impoffibilità di potere per via d' Epiciclo, o altro moto circolare render ragione dei particolari accidenti, che furono offervati nell' apparizioni, ed occultazioni della nuova ftella del 604 fimiliffimi in tutto a quelli dell' altra del 72. E così penfo di potere aver foddisfatto a quanto con inftanza mi domandate in quefto propofito della faccia 196. dove poi feguendo dite come concetto creduto o trovato da me: *Perchè tanti cerchi a guifa di fcorze di cipolle intorno al Sole, come pur dite voi?* Qui o voi non avete intefo quello, che io fcrivo, o fe l' avete intefo, a torto m' imponete quel che non folamente non è mio penfiero, ma nell' ifteffo luogo come vaniffima opinione la confuto. In quello che fcrivete appreffo ponete una mia contraddizione, e dopo quella una fraterna correzione, dicendo. *Ricordatevi un poco Signor Galileo, e confiderate le voftre ordinarie contraddizioni ad ogni paffo, nè crediate abbian ad effere interpetrate, come i refponfi degli oracoli.* La contraddizione poi, che m' imponete è, che io voglio, che quefte ftelle di nuovo generate fi corrompino, mentre all' oppofito altre volte (come voi dite) mi fon burlato di chi diceffe, che una delle vecchie, e delle già numerate dagli antichi fi poffa corrompere. E' vero, che io ho profferito e l' una e l' altra propofizione, ma di dove cavate voi, che io abbia mai ftimato, o detto, che una di quefte nuove impreffioni abbia che fare, o convenga colle antiche, e vere ftelle altro che nel nome? Il nome dunque appreffo di voi fi tira in confeguenza dell' identità del-

97

la sostanza? Oh Sig. mio, non chiamate voi stella quella ancora piccola macchietta bianca, per la quale un cavallo si dice stellato in fronte? non si nomina stella la girella dello sprone? niuna di queste è, che differisca più da una reale stella del cielo di quel che differiscano le due dette stelle nuove. Se io dico dunque, ed ho detto, che appariscono forse delle generazioni, e delle corruzioni, non ho però detto generarsi reali stelle, e molto meno corrompersi, anzi ho detto, e replico ancora, che qualsivoglia materia niente, o poco trasparente, cioè in somma che sia visibile, esposta in cielo a i raggj del Sole v'apparirà splendente, come una stella, levate dunque l'attributo di contraddittore a me, ed a voi applicatevi quello che più conviene, che io non intendo di disgustarvi.

Seguite poi, e con piacevolezza portate la diversità, che io potrei addurre tra le antiche e le moderne stelle, come cosa delle più belle, che io potessi mai dire, il qual pensiero benchè veramente non mi sia mai caduto in mente, tuttavia è tanto saporito, che non lo voglio recusare, e benchè il sale col quale voi lo condite sia alquanto austero, ad ogni modo sento, che fa in me quell' effetto, che fa il solletico, che sebbene con qualche repugnanza si sopporta, tuttavia più con piacere provoca il riso. Nè con minor gusto ricevo la seguente correzione fraterna, dopo la quale liberamente dite, che non intendete, che nè io, nè Aristotile, nè altro uomo del mondo penetri gli arcani del cielo, ma a gli animi docili, e moderati basta di ridurre al più congruo, al non implicante, al verisimile. Ma se questo è, che cosa vi muove a volere per sì grande intervallo anteporre i placiti di Aristotile a quelli di un altro? se poi nel presente caso voi sete ridotto al non implicante, ed al più congruo, potrete ora conoscer meglio, che prima. Quello parimente che dite contro quel temerario, che si desse a credere d' intendere come sia fatto il cielo, perchè da lontano lo vede, e lo contempla, cade prima sopra Aristotile, che sopra di me, perchè esso assai prima di me va cercando di penetrare i cieli, nè io cerco se non di assicurarmi delle cose da esso cercate, e stabilite, le quali se sono così incerte, come voi confessate, perchè con tanto livore vi inacerbite contro chi non l' ammette, o come false le rifiuta? Ah non avessi io mai scoperte queste novità in cielo di tante innumerabili non prima vedute stelle fisse, di quel che siano le nebulose, la via lattea, le collaterali di Saturno, quelle della corte di Giove, l' immensa mutazione di grandezza in Marte, l' importune macchie nel Sole, le gran mutazioni di figura, e grandezza in Venere, le scabrosità grandissime nella Luna, deh mai io non l'avessi palesate al mondo, poichè dovevano concitarne l' odio del Sig. Antonio Rocco, e di tanti altri Signori Filosofi. Consolatevi Sig. che il tempo scopritore della verità in breve è per estirpare queste fallacie, e più le varie conseguenze, che io stoltamente ne deducessi, e i vostri scritti pieni di dottrina ferma, e soda viveranno immortali ad onta delle mie esorbitantissime chimere.

98

Dove voi dite, che non senza mistero ho scritto in lingua Toscana per farmi capo-popolo appresso i poco intendenti, e che non penetrano nei profondi reconditi del Liceo, e soggiugnete, che questo mio pensiero non è forse fallace in pratica. Errate in tutto, e per tutto, e voi stesso potete a voi medesimo essere ottimo testimonio, il quale essendo così poco intendente delle cose scritte da me (che ben si può dire, che poco più che niente ne capite) pure non solamente non vi sete fatto mio seguace, ma mi avete preso un odio capitale, e soggiungendo appresso, che il numero de' balordi, e corrivi, che inconsideratamente conferiscono gli onori, è infinito, dovevate per mio parere eccettuarne quelli, che a voi hanno offerto gli onori delle cattedre principali, perchè se voi gli lasciate tra quella infinita moltitudine, voi gli spaccerete ora per

ba-

balordi e corrivi, e ſentenzierete voi ſteſſo per immeritevole degli onori offertivi.

Nella faccia 173. o 183. Voi Sig. Rocco mi ſchernite, anzi ſtrapazzate, e predicate per ignorante in tanti luoghi di queſto voſtro libro, che forſe fareſte andato con più riſervo, ſe vi foſte immaginato, che poteſſe accadere, che io vi aveſſi a paleſare per aſſai meno intelligente di me, perchè l' eſſer vinto in materia di dottrina da uno, che ſappia più di voi, è aſſai men vergogna, che il ridurſi a dover cedere ad uno da voi medeſimo reputato, e ſentenziato per deboliſſimo; nè in queſto caſo conoſco, che poſſa ſcemarvi il cordoglio altro, che quella medeſima coſa, che vi moſſe a ſcrivermi contro, cioè il non mi eſſere io ſaputo ne' miei diſcorſi così bene dichiarare, che voi poteſte intendere qualcuna delle mie più eſſenziali propoſizioni; e perchè l' iſteſſo indubitabilmente vi è per accadere, ſe mai vedrete queſte mie poſtille, reſta per voſtro ſcampo l' incapacità, e l' imperſuaſibilità, le quali non vi laſciano ſentire il dolore. Dell' eſſer poi voi veramente imperſuaſibile, evidente eſempio ne porgete nel pretender di mantenere vera la preſente propoſizione di Ariſtotile. Dio vi guardi, che di tal voſtra pretenſione altro che una fiſſa oſtinazione ne fuſſe cagione, perchè queſta finalmente non è infirmità incurabile, come è la ſtupidità di mente, e la natural torbidezza di cervello.

Voi dite veriſſima eſſer la propoſizione di Ariſtotile, che le velocità de' gravi deſcendenti ritengano tra di loro la proporzione medeſima, che la gravità di eſſi, sì che una pala di artiglieria di cento libbre venendo dall' altezza di cento braccia arriverà in terra quando che una di moſchetto di una libbra, partendoſi dalla medeſima altezza, nell' iſteſſo tempo ſia ſceſa un ſolo braccio, e la verità di tale effetto ſoggiugnete doverſi trarre dalla ragione, e non dalla eſperienza, la quale dite non eſſer di momento alcuno, ma ben manchevole per difetto del ſenſo, conciosiachè il tempo nel quale ſi paſſa lo ſpazio de' due gravi predetti, è sì breve, che non può dalla viſta eſſer con sì fatte proporzioni diviſo, ec. Sin qui, ed in quel che ſegue appreſſo commettete voi tanti errori, che per trarvene non ſo quaſi da quale incominciare.

Or ſia il primo conſiderato quello dove voi con certa eſclamazioncella moſtrate di maravigliarvi, che io non capiſca la forza della ragione, che a voi pare, che chiaramente concluda la propoſizione di Ariſtotile, ed è, *che ſe l' effetto reale inſeparabile dalla gravità, è tendere all' in giù, perchè ove più gravità ſi ritrova ivi ha da accelerarſi più il moto del corpo cadente, e così ſempre a porzione* (a proporzione, Sig. Rocco, ſi dice) *eccetto ſe occorreſſe eſtraneo impedimento*. 99

Quì la prima coſa equivocate, nel dedurre dalle premeſſe, non quel che direttamente ne viene, ma una conſeguenza falſa, che con quelle non ha conneſſione veruna; perchè poſto che effetto della gravità ſia il tendere all' ingiù, dove è più gravità ivi ſi debbe tendere più in giù, e non con maggior velocità, poichè nell' aſſunto non ſi parla della velocità, ma ſolo dell' ingiù, e queſta conſeguenza è veriſſima, e per queſto un ſaſſo va tanto in giù, che un legno non vi va, cioè quello come più grave ſcende nel fondo del mare, dove un legno come men grave non ſi profonda. Ed avvertite ſecondariamente, che il più, e men grave ſi debbe intendere non aſſolutamente, ma in ſpecie, perchè una trave, che peſi mille libbre non anderà così in giù, come un ſaſſo di una libbra, e anco di un' oncia, ſiccome nell' aria, dove ambedue diſcendono, più velocemente ſi moverà la pietra, che l' immenſa trave, per eſſer la pietra in ſpecie più grave del legno. E quì debbo nel ſecondo luogo avvertirvi acciò inutilmente non vi attaccaſte per difeſa di Ariſtotile a dire, che egli inteſe nella ſua propoſizione de' mobili di gravità in ſpecie diverſe, perchè prima ei non

lo dice, come sarebbe stato necessario, anzi manifestamente parla egli de' gravi differenti in peso, non per diversità di materia, ma solamente per la differente grandezza, come è manifesto nel testo 74. del quarto della Fisica così scrivendo. *Videmus enim ea quæ majorem impetum habent aut gravitatis, aut levitatis, si quoad alia similiter se habent figuris citius ferri per æquale spatium, & secundum rationem quam habent magnitudines ad invicem*. Ed avendo in altro luogo di sopra detto *quam habent gravitates*, si vede apertamente, che egli parla delle materie egualmente gravi in specie; perchè aver la medesima proporzione in gravità, che in grandezza, non accade se non a i corpi di egual gravità in specie. Oltrechè (e sia il terzo vostro avvertimento) nè anche le materie di diverse gravità in specie ritengono nelle velocità loro la proporzione de' pesi, sicchè una palla, v. g. d' oro, che pesasse quaranta volte più di una d' abeto di mole eguale, debba muoversi quaranta volte più veloce di quella, passando un' altezza di dugento braccia, nel tempo che l' altra appena ne avesse scese cinque, onde l' oro avesse anticipato il legno di 195. braccia, nella scesa di dugento, ma sicuramente nè anche di due, nè forse d' uno, e questo sì che vi giungerà molto nuovo, ma se saranno della medesima materia, o di materie di egual gravità in specie, delle quali parla Aristotile, pesi pur l' una quaranta libbre, e l' altra una sola, che nelle velocità saranno pari, se altra cagione, che gravità non s' interpone. E quì pel quarto scandaglio convien esaminar la ritirata, che voi fate in difesa di Aristotile. E prima voi dite, che il ridursi, per assicurarsi del fatto, al farne l' esperienza non è di momento alcuno, ma assai manchevole pel difetto del senso, perchè il tempo nel quale si passa lo spazio da i due gravi è così breve, che non può dalla vista esser con sì fatte proporzioni diviso, ec. Ma Sig. Rocco mio dolce, dato, e non conceduto, che il tempo per la sua brevità non ammettesse una divisione nelle proporzioni delle velocità conforme all' asserto d' Aristotile, questo che voi dite averebbe luogo, quando tal divisione si avesse a fare, ma io dico, che non si ha a dividere nè tempi, nè spazio, nè altro, perchè i due mobili cadenti percuoteranno in terra nell' istesso momento, nè il maggiore anticiperà il minore di due dita, cadendo anco dall' altezza di dugento braccia, ed acciò che voi restiate non dirò persuaso, ma libero dal più affaticar la mente per sostenere il vostro detto invano, pigliate due pietre una per mano, e tenendo una alta dal pavimento un sol braccio, e l' altra un braccio e mezzo, lasciatele cadere aprendo le mani nell' istesso momento, e notate coll' udito le percosse loro, che assolutamente, e sensatamente le sentirete distinte l' una dall' altra, e veduta questa esperienza, se poi vorrete persistere, che i tempi delle cadute di cento braccia di altezza di due mobili, de' quali quando l' uno percuote in terra, l' altro secondo voi ed Aristotile si trova alto braccia novantanove, sieno tanto brevi, che non si possa notare se sieno eguali, o sommamente disuguali, tal sia di voi. Ma che diremo pel quinto notando, dell' impeto, che vi trae a spacciar me per tanto precipitoso, che vi fa prima dar di urto ad Aristotile? Voi scrivete, che il volere osservare, e distinguere le proporzioni di queste velocità è cosa manchevole, e di nessun momento, perchè la vista non basta a dividere per la brevità del tempo. Ma Aristotile, Sig. mio bello, è stato quello, che prima di me colla vista, e non con altro mezzo ha fatto tal compartimento: eccovi le sue parole. *Videmus enim idem pondus atque corpus velocius ferri propter duas causas, aut quia id differt per quod fertur, ut per aquam, aut terram, aut aerem, aut quia id differt quod fertur, si alia sint eadem, propter excessum gravitatis, aut levitatis*. E più a basso comincia prima dal senso della vista. *Videmus enim ea quæ majorem impetum habent aut gravitatis, aut levitatis, si quoad alia similiter se habeant figuris, citius ferri per æquale spatium & secundum rationem quam habent magnitudines ad in-*

invicem. Non son dunque in questo più manchevole d' Aristotile, anzi pur ad esso solo riguarda la vostra saetta, che dice aver colla vista osservato il compartimento della disugualità delle velocità seguire la proporzione della gravità, che io non ho avuto mai bisogno di fare, nè di dire, che si facciano cotali compartimenti, e solo ho detto, che tali mobili passano il medesimo spazio nell' istesso tempo, esperienza, che non solo la vista, ma l' udito, e il tatto ancora possono perfettamente conoscerla. Io sin qui vi ho prodotti due luoghi, dove Aristotile afferma il senso della vista averli mostrato la proporzione della velocità de' mobili ineguali, esser l' istessa, che quella della gravità loro. Tocca ora a voi a insegnarmi i luoghi dove non dalla esperienza, ma dalla ragione ha appreso tal dottrina, la qual ragione dite, che io doveva prima solvere, e poi argomentarli contro, perchè se voi non mi palesate il luogo, nel quale tal ragione si contiene, io vi stimerò men pratico sopra i Testi d' Aristotile di quello, che voi vorreste esser tenuto, ovvero che mi abbiate voluto ingannare col dissimulare quelle esperienze, che vi sono, adducendo quelle ragioni, che non vi si trovano, ovvero stimerò (e questo senza fallo è il più vero concetto) voi pieno di mal talento contro di me, che trascorriate senza molta considerazione a far, come si dice, d' ogni erba fascio, e par che speriate di oscurare quella gloria, quale ella si sia, che le mie molte nuove osservazioni mi hanno acquistato appresso quelle nazioni, dove per la lontananza non arriva il dente dell' invidia a destare la malignità, e fatto cieco dall' ira meniate a traverso non pure ad Aristotile, ma bene spesso a voi medesimo. Quanto poi a quel che voi dite, che io doveva addur le ragioni, che oltre all' esperienza (per vostro detto fallace) mi persuadono l' egual velocità de' mobili, quanto si voglia disuguali, non mancherò di farvele sentire più a basso. In tanto pel vostro sesto mancamento faremo un poco di reflessione sopra quelle cose, che voi medesimo producete, come ragioni, di questa reciproca corrispondenza di gravità, e di velocità. Già di sopra vi ho scoperto la indiretta conseguenza, che voi cavate dalle premesse, mentre dite, l' effetto della gravità è tendere all' ingiù, adunque ove più gravità, si trova, ivi dee accelerarsi più il moto del corpo cadente, la qual conseguenza non si può cavare dalle premesse, nelle quali non si è fatto menzione di velocità, ma sì bene dell' ingiù, per lo che l' argomento dovea camminare così, l' effetto della gravità è tendere all' ingiù, dunque ove è maggiore gravità, ivi maggiormente si dee tendere all' ingiù; e così era vero, e camminava bene. E se per sorte col mutar l' assunto voi stimate di poter direttamente concludere dicendo, effetto della gravità è indurre velocità, adunque dove è maggior gravità, ivi sarà maggior velocità; dubito che non incorriate in un' altra sorta di equivoco, cioè in quella, che prova idem per idem, perchè a voler con Aristotile inferire, che la velocità cresca secondo la proporzione delle gravità, non basta supporre indeterminatamente, che la gravità induce la velocità, ma convien supporre, che la velocità cresca secondo l' accrescimento della gravità, ma questa è poi la medesima conclusione, che s' intende di dimostrare, *& sic novissimus error esset pejor priore*.

101

Voi seguendo di voler pur corroborare la medesima proposizione incorrete nel settimo errore con dire, *che tutte le verità delle misure infallibili dei pesi son fondate sopra questa irrefragabile*. Qui la prima, e la più congrua risposta sarebbe il domandarvi, che mi andaste dichiarando ad una ad una quali sieno queste, che voi chiamate verità di misure de' pesi, mostrandomi di più, come sieno fondate sopra la irrefragabile ec. ma la mia clemenza non vuole, che io v' induca a martirizzarvi in cercare quello, che giammai non troverete, perchè non è al mondo. Vi scuserò bene in parte di profferire simil concetto non falso, nè vero, perchè è senza senso, essendo voi, per quello che si scorge dalla vostra dicitura,

ed

ed anco per voſtra propria confeſſione, aſſai ignudo delle ſcienze matematiche, delle quali quella parte, che conſidera i momenti della gravità, e della velocità de' corpi, che ſi chiama meccanica, è membro aſſai nobile, e principale. Userò bene a voſtro benefizio queſto atto di carità di trarvi d' errore, ſe ſaprò eſplicarmi a baſtanza, con dichiararvi quello, che è vero, e che voi avereſte dovuto, e forſe voluto dire, ma vi ſiete confuſo. Però ſappiate, che le gravità, le velocità, e loro momenti entrano nelle contemplazioni meccaniche, ma però ſenza mai apprender per vero, che le velocità de' gravi liberamente cadenti ſeguano la proporzione delle gravità di quelli, perchè queſto è falſiſſimo. Voi per quel che io vo conjetturando avete trovato ſcritto (e forſe nell'introduzione di Ariſtotile alle queſtioni meccaniche) di gravità, di velocità maggiori, e minori, e di certo riſpondere proporzionatamente queſta a quella, e venutovi il biſogno, per mantenimento dell' opinione di Ariſtotile, e voſtra, avete accozzato inſieme cotali parole con ordine tale, che formino la proporzione, che dice le maggiori, e minori velocità de i mobili riſpondere proporzionatamente alle loro maggiori, e minori gravità, in guiſa tale, che la velocità del mobile più grave alla velocità del men grave, abbia la medeſima proporzione, che la gravità di quello alla gravità di queſto, e qui vi ſiete ingannato in digroſſo. 102 Onde per diſingannarvi ſappiate Sig. Rocco, che quella ragione certa, ſopra la quale ſono fondate tutte le virtù delle miſure infallibili de' peſi (uſo la voſtra fraſe benchè di parole mal congruenti) cioè volete dir voi, che il primario fondamento della ſcienza meccanica, reſulta da quelle ſopraddette parole nel ſeguente modo ordinate: cioè: Quando di due corpi differenti in gravità la velocità dell' uno alla velocità dell' altro averà la medeſima proporzione, che la gravità dell' uno alla gravità dell' altro i momenti loro ſaranno compenſati, e pareggiati. E però per darvene un eſempio, vediamo noi nella ſtadera il piccolo romano non più grave di dieci libbre ſoſtenere una balla di mille libbre, cioè cento volte più grave di lui, tuttavolta che dovendoſi queſta, e quello muovere, la velocità del romano riuſciſſe cento volte maggiore di quella della balla, il che accaderà quando il romano ſi allontanerà dall' ago della ſtadera cento volte più del ſoſtegno di quella, che non è la piccola lontananza dove è appeſa la balla, e queſto ſi dimoſtra concludentemente negli elementi meccanici, e più potete notare per voſtro ammaeſtramento quanto ſia falſo, che nella da voi circonſcritta ragione, ſopra la quale dite fondarſi le miſure de i peſi, ſi aſſuma per fondamento, che le velocità ſeguitino la proporzione delle gravità, che per l' oppoſito conviene, che quelle abbiano contraria proporzione, e che quanto un mobile è più grave dell' altro, tanto la ſua velocità ſia più tarda. Vedete Sig. Rocco, ſe è poſſibile allontanarſi dal vero più di quello, che fanno i voſtri diſcorſi. Ma ſeguitiamo pure di ventilare la voſtra detta vanità con due compagne appreſſo. Voi dite, che lo ſpazio delle cento braccia vien paſſato da i due mobili, l' uno cento volte più veloce dell' altro in così breve tempo, che non può dalla viſta eſſer con sì fatte proporzioni diviſo, anzi che per eſſer ella debole nei moti velociſſimi, qual ſarebbe quello d' una palla di una bombarda, non ſcorge diverſità alcuna di tempo tra l' uſcita dal pezzo, e l' arrivo allo ſcopo, ancorchè per grande ſpazio lontano. Concedeviſi queſto, e più, che la velocità è tanta, che la palla nel ſuo corſo fugge totalmente la viſta. Ma ſentite in grazia ciò, che ha da fare queſta voſtra conſiderazione col propoſito del quale ſi tratta, e ditemi ſe quella palla, che ſpinta dal fuoco reſta per la ſua velocità inoſſervabile, e del tutto inviſibile, ſarebbe ancor tale nel cadere dall' altezza di cento braccia, partendoſi dalla quiete, e ſcendendo col moto ſemplice ſuo naturale? biſogna, che diciate di no, ſe non volete avere in contrario gli occhi di tutti gli altri uomini, che ſenza dubbio la vedono, e conviene

ne anco, che confessiate il tempo della sua caduta esser molto ben considerabile, e partibile, e però voi ancora nel camminare di buon passo, ed anco nel correre, potete, come qualunque altro uomo, distinguere, ed anco numerare i passi, che fate. Ora sappiate, che una palla di Artiglieria di cento libbre di peso nel venir dall' altezza di cento braccia non consuma minor tempo di quello, che facciate voi nel camminare cinque, o sei passi, o nel correre otto, o nove; e se il tempo della caduta di una palla di cento libbre è tanto, quello di una che pesi una sola libbra, che per la dottrina di Aristotile, e vostra debbe essere cento volte più tarda, sarà eguale a quello del cammino di cinquecento, o secento passi; e voi con franchezza lo chiamerete per la brevità incompartibile? Soggiugnete poi per maggiore dichiarazione della debolezza, ed inabilità della vista due altri esempi, l' uno preso dal moto tardissimo dell' oriuolo, e l' altro dal moto della nave lontanissima, benchè assai velocemente passi, i quali esempi io veramente non intendo, come abbiano da fare col nostro proposito, perchè il moto delle nostre palle non ha nè anco la centomillesima parte della tardità del raggio dell' orologio, nè si domanda, che ciò costituiate nel fare la osservazione lontano dalla torre nè anco la centesima parte di quello, che è la nave allora, che il suo moto benchè veloce, apparisce inosservabile. E qui noto, che voi per sostenere in piedi la vostra mal fondata proposizione, avete bisogno, che nessuno de' moti del mondo sia nè osservabile, nè partibile: onde fattovi adito da i moti delle artiglierie, e degli orologi, quelli incomprensibili per la somma velocità, e questo per la soverchia tardità, prendete animo di metter da questi quei de' gravi cadenti, ancorchè il movimento loro sia egualmente lontanissimo dalle inosservabili velocità, e tardità. Che più il tempo del moto della palla dell' artiglieria è inosservabile, ed impartibile, e questo per la sua estrema velocità, par bene, che ragionevolmente si possa concludere, che all' incontro la molta tardità renda il tempo del mobile ed osservabile, e compartibile, e ciò bene si vede accadere mentre lo spazio, che dal raggio si passa, si divide in ventiquattro parti, ed anco tal volta in 96. e in 1440. ed in conseguenza il tempo medesimo in ore, in quarti, ed anco in minuti. Ma che dico io della facilità del misurare i moti tardi, e gli spazi loro? voi stesso lo avete prima di me avvertito, e scritto, mentre dite, che io da semplice vorrei misurare le predette velocità così agiatamente, come se quei mobili cadenti si movessero con i passi della testuggine. Consideriamo adesso il vostro nono errore nato per non aver avvertito, o forse non inteso il computo, che io fo nel ritrovare il tempo della caduta di una palla di artiglieria dal concavo della Luna fino al centro della terra, e perchè io pongo, che tal distanza sia 196000. miglia, ed il tempo della scesa ore tre 22′. 4″ sopra tale ipotesi concludete il tempo nel quale la medesima palla passerebbe cento braccia solamente, che sono (dite voi) meno della decima parte di un miglio, ma io vi concedo esser anco a pena la trentesima, dee veramente esser momentaneo, ed impercettibile, il che io liberamente vi concedo delle ultime cento braccia prossime al centro, ed anco delle cento terminate su la superficie della terra, ma non già delle prime contigue all' orbe lunare, di dove partendosi dalla quiete comincia la caduta della palla; voi avete preso il moto, come se fusse equabile, ed in tutto lo spazio uniforme, nè vi è sovvenuto, che ei va continuamente accelerandosi. Concedovi in tanto (ma senza veruna vostra utilità) che le cento braccia della terra sarebbero passate in un brevissimo momento dalla palla, che si fusse mossa dal concavo della Luna, ma quando ella avesse a cominciare il moto, nella sommità di essa torre, il tempo della sua caduta sarebbe di quei cinque minuti, secondo che io scrissi, e che dovevano esser da voi considerati, e

103

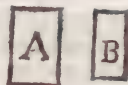
se

ſe non che veramente io credo, che l' error voſtro ſia nato per non aver inteſo quanto io ſcrivo, biſognerebbe con più grave nota affermare, che voi avete voluto ingannare il lettore, ed a me appoſtatamente imporre una troppo puerile inconſideratezza. Dalle coſe dette ſin qui vedete pel voſtro decimo errore, quanto ſia fuori del caſo quello, che ſoggiugnete per confermazione, che nel giudicare delle preteſe proporzioni di tempi, e di velocità non ſi debba ricorrere al ſenſo, ma alla ragione debole, e fallace, confermando ciò coll' eſempio della compoſizione del continuo, creduta, per voſtro detto, da' Mattematici, e dalla miglior parte de' Filoſofi eſſer di parti infinite, le quali in verun modo poſſono eſſer compreſe dal ſenſo, ma appena dall' intelletto, e non ſenza qualche repu-
104 gnanza. Laſcio ſtare che al voſtro intento meglio, e più ſicuramente quadrava l' incommenſurabilità delle linee, che la loro compoſizione di parti infinite, per eſſer quella totalmente incomprenſibile dal ſenſo, non meno che l' infinità delle parti, ma bene all' intelletto comprenſibiliſſima, e per chiare, e neceſſarie dimoſtrazioni reſta certa; dove che l' infinità delle parti anco all' intelletto è grandemente ambigua. Imperocchè ſe vogliamo, che le parti componenti ſieno quante, è impoſſibile, che ſieno infinite, perchè infinite parti quante fanno eſtenſione infinita, e non una linea terminata, e ſe la vorrete compor d' indiviſibili, cioè di parti non quante, che così potrebbono eſſer infinite, vi leverete ſu voi con Ariſtotile con eſclamazioni ſino alle ſtelle. Ma ſieno quante o non quante, finite o infinite, compreſe o non compreſe dal ſenſo, o dall' intelletto, non capiſco, come tal coſa poſſa accomodarſi a rendere il voſtro ſenſo inabile a conoſcere ſe due mobili cadenti dall' altezza di cento braccia percuotano in terra nell' iſteſſo punto, o pur l' uno reſti indietro novantanove braccia, quando l' altro arriva in terra, come ha ſcritto Ariſtotile. E voi volete veramente ſoſtenere, e dite aver fatto vedere ſe non appieno, almeno *a porzione* (a proporzione, ſi dice) con materie men terree, o men peſanti, come ſono tavole, a certi miei parziali, l' effetto, e corroborata la dottrina di Ariſtotile. Ma poco avete voi corroborata queſta dottrina, mentre che Ariſtotile parla in generale ſenza riſtringerſi più ad una, che ad un' altra materia, pur che nel reſto de' mobili l' altre coſe ſien pari, cioè le figure ſieno ſimili, nè diſtingue le palle dai dadi, nè dalle tavole, e ſopra tutto dice l' effetto comprenderſi colla viſta, nè che io ſappia, giammai ne adduce ragione, alla quale crederei pienamente poter riſpondere, non potendo ella, come di concluſione falſa, eſſere concludente. Reſta finalmente per ſoddisfare all' altra parte dell' obbligo, che m' imponete, che io produca le ragioni ancora, che oltre alla eſperienza confermano la mia propoſizione, ſebbene per aſſicurare l' intelletto dove arriva l' eſperienza non è neceſſaria la ragione; la quale io pure produrrò, sì per voſtro benefizio, sì ancora perchè prima fui perſuaſo dalla ragione, che aſſicurato dal ſenſo. Incontratomi nel teſto di Ariſtotile, nel qual egli per manifeſta ſuppone la ſua propoſizione, ſubito ſentii gran repugnanza nell' intelletto, come poteſſe eſſere, che un corpo dieci, o venti volte più grave dell' altro doveſſe cadere a baſſo con decupla, o vigecupla velocità, e mi ſovvenne aver veduto nelle tempeſte meſcolatamente cadere piccoli grani di grandine con mezzani, e con grandi dieci, e più volte, e non queſti anticipare il loro arrivo in terra, nè meno eſſer credibile, che i piccoli ſi fuſſer moſſi un pezzo avanti a i grandiſſimi. Di qui paſſando col diſcorſo più oltre mi formai un aſſioma da non eſſer revocato in dubbio da neſſuno, e ſuppoſi qualſivoglia corpo grave deſcendente aver nel ſuo moto grado di velocità dalla natura limitato, ed in maniera prefiſſo, che il volerglielo alterare col creſcergli la velocità, o diminuirglielo, non ſi poteſſe fare ſenza uſargli violenza per ritardargli, o concitargli il detto ſuo limitato corſo naturale. Fermato queſto diſcorſo mi figurai colla mente due corpi eguali in

mole,

mole, e in peſo quali fuſſero per eſempio due mattoni, li quali da una medeſima altezza in un medeſimo iſtante ſi partiſſero, queſti non ſi può dubitare, che ſcenderanno con pari velocità, cioè coll' aſſegnata loro dalla natura, la quale ſe da qualche altro mobile dee loro eſſere accreſciuta, è neceſſario, che eſſo con velocità maggiore ſi muova, ma ſe ſi figureranno i mattoni nello ſcendere unirſi, ed attaccarſi inſieme, quale di loro ſarà quello, che aggiugnendo impeto 105 all' altro gli raddoppi la velocità, ſtante che ella non può eſſer accreſciuta da un ſopravvenente mobile, ſe con maggior velocità non ſi muove? Convien dunque concedere, che il compoſto di due mattoni non alteri la lor prima velocità. Da queſto primo diſcorſo paſſai ad una più ſerrata dimoſtrazione, provando, che quando ſi ſuppone ſſe, che il mobile più grave ſi muoveſſe più velocemente, ſi concluderebbe, che il mobile men grave ſi muoveſſe più velocemente nella ſeguente forma. Ritenendo Sig. Rocco per vere le ſuppoſte dignità, le quali non credo, che voi ſiate per negare, cioè, che ogni grave deſcendente abbia da natura determinati gradi di velocità, che non poſſono eſſergli accreſciuti ſe non con violentare la detta ſua naturale conſtituzione: prendaſi i due mobili A maggiore, B minore, de' quali ſe è poſſibile A ſia naturalmente più veloce, e B meno, e perchè pel ſuppoſto la naturale velocità di B non può eſſer accreſciuta, ſe non per violenza, ſe noi vorremo creſcerla con unirgli l' A più veloce, converrà, che la velocità di eſſo A nel violentare B in parte ſi diminuiſca, non eſſendo maggior ragione, che la maggiore velocità di A operi nella minore di B, che la

tardità di B rioperi nella velocità di A. Riſulterà dunque dall' unione de i due A, B, un compoſto di velocità maggior di quella del B ſolo, ma minore di quella dell' A, ed eſſendo che il compoſto de i due A, B, è maggiore di A ſolo, adunque il mobile A, B, maggiore ſi muoverà men veloce, che il ſolo A minore, che è contra il ſuppoſto. Queſti Sig. Rocco ſon progreſſi matematici, ſon conſeguenze, per quanto ſtimo, non aſpettate da voi, e perchè io ſon certo, che perſiſtendo voi nel credere, che creſciuta in A la gravità pell' aggiunta di B, ſi debba pur creſcere la velocità, ſe non ſecondo la proporzione del peſo, come ſin qui avete voluto con Ariſtotile, almeno in qualche parte, quanto vi giugnerà nuovo, ſe io vi moſtrerò, che la giunta di B non accreſce un capello la gravità di A, nè la creſcerebbono le giunte di mille B, e che in conſeguenza non gli creſcendo peſo, non gli dee creſcer velocità, facendovi toccar con mano, come in cotal diſcorſo altamente equivocate, ſicchè voi direte, come ſarà mai vero, che eſſendo A, e B due pezzi di piombo, queſto ſoprappoſto a quello non gli accreſca gravità? e io vi aggiungo, che quando B fuſſe anco di ſughero, creſcerà il peſo, e concorro con eſſo voi in ammettere, che A poſto ſulla bilancia peſerà più colla giunta di B, quantunque non ſolamente di ſughero, ma un fiocco di bambagia, o pennecchio di ſtoppa, e ſe A peſaſſe cento libbre, e B un'oncia di piuma in bilancia, il lor compoſto peſerà cento libbre, ed un' oncia, ma il ſervirſi di tale eſperienza nel propoſito, che trattiamo, è diſcorſo vaniſſimo, e fuori del caſo. Però notate, e ditemi Sig. Rocco, ſe ad una palla di artiglieria di cento libbre di peſo ſoſpeſa, e ſoſtenuta da una corda, voi poneſte ſotto una palma della mano, e ſolamente la toccaſte, ditemi dico, ſe voi ſentireſte aggravarvi. So che riſponderete di no, per eſſer il peſo di quella retto dalla corda, ed impeditoli interamente lo ſcendere: il quale effetto ſe tagliata la corda voi voleſte colla forza del voſtro braccio vietarle, allora sì che ſentireſte gravitarvi ſopra la mano, che doverebbe far l' offizio della corda, proibendo alla palla la naturale ſceſa. Ma quando alla palla poſta in libertà voi non contraſtaſte, ma andaſte cedendo all' impeto di quel-

la, con abbaſſar la mano colla medeſima velocità colla quale la palla ſcendereb-
106 be, ditemi di nuovo ſe voi oltre al toccarla, ſentireſte dal ſuo peſo gravitarvi? biſogna aſſolutamente riſpondere, che no, perchè niuna reſiſtenza fate alla preſſura di quel peſo. Cavate ora da queſto chiaro, e breve diſcorſo, che non potendo dirſi eſſer aggravato, ſe non quello, che al grave deſcendente contraſta, l' unire, e ſoprapporre l' uno all' altro de' ſoprannominati mattoni, che per eſſer eguali anco voi concedete, che con pari velocità ſcendano, non accreſce l' uno gravità all' altro, e però nè anco velocità.

Ma ſendo voi di già convinto, e neceſſitato a confeſſar la falſità del pronunziato generale di Ariſtotile, che afferma la velocità de' mobili di diverſe gravità ſeguire la proporzione di eſſe gravità, mi par ſentirvi inſurger contro il mio detto, che dico moverſi tutti coll' iſteſſa velocità, ed oppormi l' eſperienza di due palle di piombo, l' una di cento libbre, l' altra non maggior di un granel di panico: delle quali ſcendendo dall' altezza di cento braccia, ſebben la minima, quando la grave arriverà in terra, avendo calato più della ventimilleſima parte di tutta la torre, tuttavia non giugnerà a baſſo nello ſteſſo momento, che la grande, ma gli reſterà per avventura due, o tre braccia in dietro, e così nè anco la propoſizion mia è vera. Prima che riſpondere alla voſtra inſtanza, la voglio ingrandire a mille doppi, ed opporni le particole di un ſaſſo ridotto in minutiſſima polvere, le quali ſcenderanno bene nell' acqua, ma quello ſpazio, che una pietra di due, o tre libbre paſſerà in una battuta di polſo, quelle non paſſeranno in molte ore, e talvolta in molti giorni, come le acque torbide per la conſtituzione di ſimili atomi impalpabili tutto il giorno ci dimoſtrano, nel deporli, e chiarirſi, ſe non dopo lungo tempo. E di più contradicendo più apertamente a me medeſimo vi dico, che realmente un ſaſſo di cento libbre ſi muove più velocemente, che uno di cinquanta, o ſeſſanta, ancorchè dell' iſteſſa materia, e dell' iſteſſa figura, e ſoggiungo, che così è neceſſario, che ſegua. E ſe il Sig. Rocco aveſſe un poco di Matematica, mi rincuorerei di potermi dichiarar in modo, che reſtaſſe capace della mia dimoſtrazione, che ſarà pura geometrica, e neceſſaria, nella quale io entro con quella medeſima limitazione, della quale ſi ſerve Ariſtotile mentre dice, che per quello, che dipende dalla gravità, le velocità ſeguono le proporzioni de i peſi, e ſoggiunge *ſi cætera ſint paria*: ed io pigliando ſimilmente la limitazione dell' eſſere l' altre coſe del pari, dico, che per quello, che dipende dalla gravità, tutti i mobili quanto ſi voglia diſuguali in grandezza ſi moveranno colla medeſima velocità, ma ſe ab extra s' interporrà qualche oſtacolo, ſiccome ſempre di neceſſità s' interpone, allora la regola per altro ſicura della gravità vien perturbata talvolta, e più che ſommamente alterata. Ora per intelligenza di queſto negozio biſogna Sig. Rocco, che voi ſappiate, che tutti gl' impedimenti, che alterano, e perturbano la ſempliciſſima regola de i movimenti naturali, la quale ſarebbe, che tutti i mobili di qualſivoglia gravità, grandezza, e figura ſi muoveſſero cogl' iſteſſi gradi di velocità, dipendendo dal mezzo, il quale per eſſer materiale, e corporeo, nel dovere eſſer penetrato dal mobile ſe gli oppone con qualche reſiſtenza, e la velocità di quello in più maniere ritarda, delle quali una è la maggior, o minor coerenza delle parti di eſſo mezzo, le quali nel dover diſtrarſi, o ſepararſi per dare il tranſito al mobile, reſiſtono, e più le più viſcoſe, e così maggiore impedimento arrecherà alla ſceſa di una pietra la viſcoſità della pania, che quella del miele. Reſiſte il mezzo, ancorchè in tutto privo di viſcoſità, colla ſua
107 gravità, colla quale toglie totalmente il calare al baſſo alle materie, che non ſieno in ſpecie più gravi di eſſo mezzo, ed alle più gravi la concede più, e men veloce, ſecondo l' eceſſo maggiore, e minore della lor gravità ſopra la ſua propria. Onde veggiamo la maggior parte de i legni ſcender nell' aria men grave

ve di quelli, ma non già nell' acqua, e non perchè in essa sia viscosità, ma per esser il legno men grave di quella, come diffusamente dimostro nel trattato delle cose, che galleggiano. E qui per intelligenza di quello, che ho da soggiungere si dee notare, che quelle materie, che o dalla natura hanno una determinata velocità di moto, o pur son constituite in istato di quiete, fanno resistenza alla forza, che altro moto gli vuol sopraggiungere, e maggiore la fanno, secondo che maggiore, e maggiore dee esser la velocità del sopravvenente moto, e perchè il corpo mobile dee nell' aprirsi il transito pel mezzo, spingere le parti di esso lateralmente, queste rimosse dalla lor quiete resisteranno al nuovo moto, che debbesi fare, ma ben minima, e quasi talvolta insensibile sarà la resistenza, se minima sarà la velocità; e grandissima, e massima, se con grandissima velocità doveranno muoversi, e però nel muover lentamente la mano per l' acqua, o il ventaglio per aria, quasi niuna resistenza sentiamo, che bene assai notabile si trova nel voler muoverli con velocità, ed una fusta nel mar quieto cederà, ma con moto tardissimo, a un piccol fanciullo, che con un sottil refe la tiri a se, che poi la forza di cento schiavi non basterà per superar l' acqua, se con troppa velocità dovrà aprirsi per dar luogo alla barca. Con questa sorta di resistenza ha connessione quella, che s' attribuisce alla figura del mobile, perchè i mobili dell' istessa materia, e gravità si muoveranno più, o men velocemente, secondo che gli spazi da aprirsi pel lor passaggio saranno meno, o più larghi, anzi anco un istesso mobile di figura larga per un verso, e stretta per l' altro, scenderà per taglio più velocemente, che per piatto, essendo che in quel modo le parti del mezzo poco s' hanno a muover per fargli strada, e molto in quell' altro. Evvi una nuova resistenza da tutte le dichiarate differente, e ch' io sappia fin qui non osservata, e principalissima per risolver le difficoltà del problema, che trattiamo; questa consiste nel toccamento del mezzo fluido, e della superficie del corpo mobile, la quale par, che non possa esser mai così densa, e liscia, che le sue porosità, e scabrosità non trovino qualche intoppo nel soffregarsi col mezzo, come sensatamente si vede in un solido, il quale ridotto sul torno a rotondità quanto più perfetta si possa, nel girar velocemente sopra i medesimi poli del torno, mena qualche poco di vento, e non per altro, che per gli urti della sua scabrosità, o porosità, che si fanno nel mezzo ambiente, e questa tal resistenza è talvolta tanta, che nell' acqua ritarderebbe il moto delle barche assai notabilmente, e però usano con materie bituminose spalmarle. Tal impedimento è ben necessario, che sia piccolissimo, poichè ei non è potente a proibire interamente il moto di verun mobile, benchè pel suo minimo eccesso di gravità sopra al mezzo non abbia se non languidezza, ma propensione allo scendere, e dico piccolissimo, e quasi nullo, mentre il movimento sia tardissimo; ma quando ei debba esser veloce, la resistenza di quello s' accresce. Da questi nominati impedimenti del mezzo derivano tutte le alterazioni, e deviazioni de i movimenti de i nostri mobili materiali dall' unica, e semplice natural regola a tutti comunissima, la quale sarebbe, che tutti partendosi dalla quiete, scendessero verso il centro della terra con moto continuamente accelerato in duplicata proporzione de i tempi, come io dimostro nella mia nuova scienza del moto. Ma cotal regola vien primieramente in modo tale alterata dal mezzo, che a moltissimi mobili vien totalmente levato il muoversi verso il centro, cioè a tutti quelli, la gravità in specie dei quali non sia maggiore della gravità del mezzo, e tutti i men gravi vengono dalla gravità del mezzo (intendendo sempre dei moti nei fluidi) estrusi, e scacciati in sù. A quelli poi che superando la gravità del mezzo descendono in virtù dell' eccesso del lor peso, vien perturbata la regola della loro accelerazione, la quale non può perpetuarsi secondo la proporzione de' no- 108

ſtri impari, e ciò proviene dal creſcer ſempre l' oſtacolo, o reſiſtenza del mezzo all' eſſer aperto, ſecondo che creſce la velocità del mobile, però nei mobili di materie molto gravi in movimenti non molto lunghi, la detta proporzione quaſi inoſſervabilmente ſi perturba, la quale continuando di creſcer la velocità, e però anco la reſiſtenza del mezzo, ſi riduce finalmente a equalità, che poi perpetuamente ſi mantiene. Il medeſimo accade ancora a i mobili men gravi, ma queſti come ſuperati con minore eceſſo dalla gravità del mezzo maggiormente vengono impediti, ed in più breve tempo ridotto il lor moto accelerato ad equalità. Onde l' altro mobile più grave, che più tardi finiſce la ſua accelerazione, ſi trova aver anticipato il men grave, ed aver acquiſtato grado maggiore di velocità, perlochè continuando ambidue di muoverſi di movimenti ciaſcuno per ſe ſteſſo conforme, ma queſto più veloce di quello, creſcendo il tempo, e gli ſpazj, che conſeguentemente vengono paſſati, creſce ancora la diſtanza tra mobile, e mobile coll' iſteſſa proporzione, e ſempre. Ma perchè il parlare così in univerſale, è alquanto oſcuro per eſſer ben capito dal Sig. Rocco, ed io deſidero d' eſſer inteſo, acciò ch' ei non s' abbia a dibattere in vano per contradirmi, come ben cento, e più volte ha già fatto in queſta ſua operetta, ſolo per non aver inteſe le coſe ſcritte da me, voglio eſemplificargli, e dilucidargli con un raccolto parlare il mio concetto. Son dunque Sig. Rocco d' opinione, che pigliando qualſivoglia mobile grave, come per eſempio, tre palle, una di legno, una di pietra, e l' altra di piombo, che peſaſſero di gravità aſſoluta la pietra quattro volte più del legno, il piombo tre volte più della pietra, ſon dico d' opinione, che venendo da qualſivoglia altezza ſi muoverebbono con i medeſimi gradi di velocità per appunto, talchè partite dalla quiete nell' iſteſſo tempo ſi troverebbono ſempre di conſerva negl' iſteſſi movimenti, tanto nella diſtanza di dieci braccia dal primo termine, quanto nella diſtanza delle cento, e delle mille, e così in tutte le altre, e ciò ſeguirebbe quando ſe gli poteſſer levare gl' impedimenti del mezzo, ma ſe il mezzo, quale nel noſtro caſo ſia v. g. l' acqua, ſarà più grave del legno, la palla di tal materia non ſolamente verrà ritardata nello ſcendere, ma del tutto impedita, e dal peſo dell' ambiente eſtruſa in ſu, nel modo che tutte le materie comunemente credute leggere ſi muovono in ſu per eſtruſione, e non in altra maniera Sig. Rocco. Ecco dunque l' impedimento maſſimo. Alla pietra poi, ed al piombo ritarda l' acqua la loro aſſoluta velocità, la quale figuriamoci, che fuſſe tale, che paſſaſſero la profondità di mille braccia in ventiquattro battute di polſo, e poſto che la pietra fuſſe quattro volte più grave dell' acqua, e il piombo tre volte più grave della pietra, e dodici dell' acqua, poſti ambidue nell' acqua, la quale alla pietra detrae la quarta parte del peſo, ed al piombo la dodici, detrarrà alla pietra la quarta parte della velocità, ed al piombo la dodici. Onde le mille braccia di profondità verrebber paſſate dalla pietra in trenta battute, e dal piombo in ventiſei, ma perchè creſcendo la velocità del mobile, creſce ſempre la reſiſtenza del mezzo, queſta finalmente divien tale, che proibiſce a i mobili il continuar più l' accreſcimento di nuova velocità, e prima lo proibiſce a i men validi, onde ſarà ridotta la pietra alla privazione del nuovo acquiſto, che il piombo, il quale continuando ancora per qualche tempo di augumentare la ſua velocità, ſi ritroverà per qualche intervallo anteriore alla pietra, e con qualche grado maggiore di velocità, ed eſſendo in tal tempo la profondità paſſata dal piombo v. g. braccia cento, e la paſſata della pietra braccia novanta, continuando ambidue di muoverſi, ciaſcuno per ſe ſteſſo uniformemente ſarà ſempre il piombo anteriore alla pietra, cioè ſarà ſempre lo ſpazio paſſato dal piombo al paſſato dalla pietra, come cento a novanta, ſicchè in ultimo quando il piombo ſarà ſceſo le mille braccia, la pietra ne averà paſſate novecento. Ma

109

fac-

facciamo Sig. Rocco per vostra maggior maraviglia l' esame di quello, che accaderà tra questi medesimi mobili in un mezzo men grave, qual sia v. g. l' aria, della quale ponghiamo, per esempio, la pietra esser mille volte più grave, e il piombo tre mila, del quale secondo la regola d' Aristotile il moto doverebbe essere tre volte più veloce, e vediamo quel che ne darà la regola mia, col supporre, che quando si togliesse l' impedimento del mezzo corporeo (il che forse accaderebbe nel vacuo) le velocità del piombo, e della pietra fussero egualissime, acciò voi possiate conoscer con qual delle due opinioni meglio s' accordi l' esperienza, e perchè l' aria detrae dal vero peso della pietra delle mille parti una, ma al peso del piombo delle tre mila una, però diminuita la velocità con simil proporzione, voi troverete, che cadendo tali mobili dall' altezza di cento baccia, nella quale l' impedimento dell' aria cadente assai poco può aver alterata la regola assoluta del peso, il piombo nel tempo, che senza l' impedimento dell' aria avrebbe passato le cento braccia, ne avrà passato un tremilesimo manco, ma la pietra un millesimo, cioè tre tremilesimi, ma un tremilesimo di cento braccia è circa un dito, per lo che dovrà in tal altezza il piombo aver preceduto la pietra di circa due dita. Fate Sig. Rocco tale esperienza con due palle di notabil grandezza, quali sarebbono d' un falconetto, e resterete chiaro. E se piglierete la palla di piombo, e una di sughero del piombo cento volte men grave, quando il piombo secondo la mia regola avrà passato le cento braccia, il sughero ne avrà sceso sino 97., e non un solo, che sarebbe secondo la regola d' Aristotile. Ma qui la resistenza dell' aria, che al gran peso del piombo legger contrasto fa nel principio del moto, ma ben dopo breve spazio molto pregiudica all' accelerazione del sughero leggero, è causa, che il sughero dopo non molto spazio si riduce all' equabilità del moto, ma non già il piombo, se non molto dopo, e però accaderà, che negli spazj grandissimi si potrebbe veder il piombo aver di molto anticipato il sughero. Cotali sono gli accidenti della gravità del mezzo, e della sua resistenza all' esser aperto, e lateralmente mosso, con i quali possiamo congiungere quello, che dipende dalla figura più, o men dilatata, ed in questo, o in quel modo posta in uso, perchè una falda, che per piatto debba scendere, più lenta sarà, che scendendo per taglio, dovendo in quel modo far maggiore apertura nel mezzo, che in questo. Resta ora, che consideriamo ciò che operi l' aderenza del mezzo alle porosità, e scabrosità delle superficie dei mobili, del quale impedimento ancorchè debolissimo n' è pur potente a cagionare grandissime differenze nella velocità, e tardità. Tale impedimento non par che si possa dubitare, che sia maggiore in quei corpi che *cæteris paribus* hanno maggior superficie, e che però in un cubo, o dado di pietra, che pesi una libbra, tal resistenza sarà maggiore, che in una palla della medesima materia, e peso, quanto la superficie del cubo è maggiore della superficie della palla. A questo aggiungo, che nei corpi della medesima materia, e simili di figura cotal impedimento non riceverebbe augumento, nè diminuzione per crescimento, o diminuzione di grandezza, tuttavolta che le lor superficie crescessero, e calassero colla medesima proporzione; ma perchè le superficie de i solidi simili, non nell' istessa proporzione, ma in minore, cioè in *subsesquialtera* di quella di essi solidi crescono, e calano, però diminuendo assai più la grandezza, e peso del solido, che non diminuisce la superficie, l' impedimento vien tuttavia crescendo a proporzione della virtù, cioè della gravità del solido, dalla quale l' impedimento dell' aderenza della superficie dee essere superato. Eccomi Sig. Rocco a voi con un esempio più intelligibile di queste mie Matematiche (uso la vostra frase). Figuratevi un dado, che ciascheduno de' suoi lati sia lungo due dita, sarà ciascheduna delle sue sei faccie quattro dita quadre, e tutta la superficie ventiquattro dita quadre, segate poi questo dado

110

con

con tre tagli in otto dadi, i quali saranno lunghi un dito per ogni verso, e quanto alla grandezza solida, ed al peso ciascheduno sarà l'ottava parte del primo, ma la sua superficie sarà molto più, che l'ottava parte della superficie del primo, perchè sarà di sei quadrati, dei quali la superficie del primo era ventiquattro, il peso dunque è l'ottava parte, ma la superficie è la quarta, cioè l'impedimento dependente dall'aderenza della superficie col mezzo, è il doppio più di quello, che dovrebbe, per esser superato dal peso del dado minore, con quella proporzione colla quale il primo, e maggior dado superava l'impedimento simile colla sua propria gravità. Che se voi di nuovo suddividerete uno di questi minori dadi in otto, sarà il solido, e il peso d'uno di questi la sessantaquattresima parte del primo, ma la sua superficie sarà la sedicesima, e non la sessantaquattresima, cioè quattro volte più del bisogno, per mantener la proporzione della resistenza. E così se noi anderemo suddividendo, e scemando sempre con proporzion maggiore la mole corporea, che la superficiale, cioè diminuendo quella in sesquialtera proporzion di questa, ci ridurremo ad una polverizzazione di particole così minime, che la mole, e gravità loro diverrà picciolissima in comparazione delle loro superficie, le quali potranno esser mille volte maggiori di quello, che converrebbe, acciò fusse l'impedimento dell'aderenza colla medesima proporzione superato dalla gravità de' loro corpuscoli, e questi saranno quei minimi atomi della sottilissima arena, che intorbida l'acque, e non calano se non in molte ore quello spazio, che un sassetto quanto una noce passa in una battuta di polso. Qui mi par Sig. Rocco vedervi insurgere contro a tutto il mio passato discorso, e sogghignando farvi gran maraviglia, come io mi sia preso ardire di fare un supposto tanto repugnante al senso, ed alla ragione, e non meno alla dottrina d'Aristotile, mentre pare, che io supponga, come proposizione assolutamente vera, che tutti i mobili di qualsivoglia materia, grandezza, e figura, rimossi gl'impedimenti del mezzo materiale, dovessero muoversi con gl'istessi gradi di velocità, accennando io in un certo modo, che tal'effetto seguirebbe nel vacuo, dove pare, che il medesimo Aristotile fondato parimente su la resistenza del mezzo dimostri, che il moto dovrebbe esservi o istantaneo, o piuttosto nullo. Io vi confesso, che inclino al primo supposto, e vi produrrò i miei motivi, dopo che vi avrò mostrato la fallacia d'Aristotile nel voler distruggere il moto nel vacuo, e in conseguenza l'istesso vacuo. Consiste l'inganno suo nell'assunto, ch'ei fa supponendo, che il medesimo corpo mobile descenda per diversi mezzi con velocità proporzionale alle sottilità, e cedenze di essi mezzi, sicchè sendo v. g. la sottilità dell'aria venti volte più cedente, o men resistente della corpulenza, e crassizie dell'acqua, quel mobile, che scendesse con venti gradi di velocità per l'aria, nell'acqua scenderebbe con due solamente. E perchè la sottilità del vacuo, come infinita, e nulla resistente, supera d'infinito intervallo quella dell'aria, e di qualsivoglia spazio pieno, però la velocità nel vacuo sarebbe infinita, cioè il moto istantaneo, cioè finalmente nullo, repugnando il darsi moto in istante. Tale è il progresso d'Aristotile, fabbricato sopra falso fondamento, perchè falso è, che un medesimo mobile ritenga in diversi mezzi le sue velocità proporzionali alle crassizie, e sottilità di essi mezzi, perchè se ciò fusse vero, tutte le materie, che scendessero in un mezzo, dovrebbono scendere in tutti, attesochè non c'è proporzione alcuna tra le corpulenze di due mezzi, che qualsivoglia grado di velocità non l'abbia a qualch'altro, e però quello, che scende in un mezzo, scenderebbe in tutti. Mi dichiaro pel Sig. Rocco. Sia l'acqua dieci volte più crassa, e resistente dell'aria, e scenda una palla d'abetò con venti gradi di velocità per l'aria, e perchè tal velocità è decupla della velocità di due gradi, siccome decupla è la corpulenza dell'acqua di quella dell'aria, adunque la palla d'abe-

(margin: III, beside "cuo. Consiste l'inganno suo")

d' abeto defcenderà nell' acqua con due gradi di velocità , ma non fcende con alcuno , adunque l' affunto d' Ariftotile è falfo. Sento la ritirata del Peripatetico, che dice, che Ariftotile parla di quei mobili, che fcendono nell' un mezzo, e nell' altro, e non di quelli, che fcendono in un mezzo sì , e in un altro no; ritirata, che par qual cofa in vifta, ma in effetto è nulla, e lafcio ftar di dichiarare, come Ariftotile non potrebbe concludere il moto iftantaneo nel vacuo di quei mobili, che fcendeffero nell' aria , e nell' acqua galleggiaffero, e domando, fe fi potrebbe trovar un mobile, che nell' acqua fcendeffe con due gradi di velocità? Credo pur, che converrà dir di sì, e confeffare appreffo, che tal mobile farebbe più grave dell' abeto. Sia per efempio una palla d' ebano; ora fe la velocità di quefta palla nell' acqua, che ha dieci di corpulenza, è di due gradi, qual farà la velocità fua nell' aria, dieci volte men groffa dell' acqua? Convien rifpondere dover effere per la regola d' Ariftotile venti gradi; ma venti gradi fi fuppone effer per aria anco la velocità dell' abeto, adunque le due palle d' ebano, e d' abeto tanto differenti in gravità, fi muoveranno nell' ifteffo mezzo, cioè nell' aria con pari velocità. Vedete Sig. Rocco a che paffi conducano le zoppicanti fuppofizioni. E però concludete, che le velocità del medefimo mobile in diverfi mezzi fi regolano, non colla corpulenza de i mezzi, ma con gli eccefli della gravità affoluta del mobile fopra la gravità de i mezzi, li quali detraggono fempre dalla gravità del mobile, e però dalla fua velocità, la qual velocità nel mezzo, che nulla gli fottraeffe di gravità, refterebbe non infinita, ma bene intera, e non diminuta. E però tutti i mobili eferciterebbero le loro naturali velocità folo nel vacuo, e non in alcuno delli fpazj pieni, li quali detraendo fempre dalla gravità de i mobili, fcemano la lor velocità, e con gli altri foprannominati impedimenti la conturbano. Reftafi finalmente da fpuntare lo fcoglio più duro, e moftrare da quali forte di coniettture (giacchè l' efperienza è forfe impoffibile a farfi) io mi fia lafciato indurre a poter credere, le innate velocità di tutti i mobili dovere effer nel vacuo tra di loro tutte fimili, ed eguali, crefcenti però continuamente in duplicata proporzione de i tempi. Ha la mia conjettura avuto fondamento fopra certo effetto, che fi offerva tra la velocità di mobili diverfi di gravità ne i mezzi pieni, il quale è, che le velocità dette fi fanno più, e più differenti, fecondo che i mezzi fi fanno più gravi. L' oro graviffimo fopra tutte le materie conofciute da noi, effo folo defcende nel mezzo dell' argento vivo, dove tutti gli altri metalli galleggiano, però è manifefto poterfi fare un mifto d' oro, e d' argento tale, che lentiffimamente fcendeffe nel mercurio; ficchè la profondità v. g. d' un braccio, che l' oro puro paffa in una battuta di polfo, il mifto non la paffaffe in manco di cinquanta, o di cento. Ma poi fe noi faremo fcendere i due medefimi mobili nell' acqua, l' oro puro non arriverà al fondo di quattro braccia la decima parte del tempo prima del mifto, nell' aria poi in cento braccia d' altezza non fi potrà diftinguere anticipazione alcuna di tempo, o d' intervallo. Nel mezzo dell' acqua dove la cera fchietta non va al fondo, poffiamo farne una palla, quale con aggiunta di pochi grani di piombo, o altra materia grave defcenda la profondità di quattro braccia in venti battute di polfo, la quale una palla di marmo fcenderà in due battute di polfo folamente, ma quefte medefime pafferanno altrettanto profondità d' aria in tempi inoffervabilmente difuguali. Piglio due palle eguali in mole, una d' oro, l'altra di fughero, quella oltre a cento volte più grave di quefta, le quali fe io lafcierò cadere dall' altezza di cento braccia d' aria, è vero, che l' oro anticiperà il fughero di due, o tre braccia, e forfe di più, ma nell' altezza d' un braccio, o di due la differenza di velocità farà quafi infenfibile, e quelle differenze, che nei lunghi intervalli fi fanno tra l' oro, e il fughero grandemente notabili, non de-

112

pen-

pendono dalle diverſe gravità, ma dall' impedimento dei mezzi, come di ſopra ho dichiarato; che ſe l' oro traeſſe la ſuperiorità di velocità ſopra il ſughero dalla gravità, pare molto ragionevole, che rimoſſe tutte le alterazioni, che dal mezzo, o da altro poteſſero provenire, doveſſe l' oro ſuperare il ſughero in velocità colla proporzione, colla quale lo ſupera nella gravità, e che però anco nell' altezza di quattro braccia l' oro ſi moſtraſſe cento volte più veloce del ſughero, quando dunque ſi facciano ſimili eſperienze in piccole altezze, per sfuggir più che ſi può gli accidentarj impedimenti dei mezzi, tuttavolta che noi vediamo, che con l' attenuare, e alleggerire il mezzo, anco nel mezzo dell' aria, che pur è corporeo, e perciò reſiſtente, arriviamo a vedere due mobili ſommamente differenti di peſo per un breve ſpazio moverſi di velocità niente, o pochiſſimo differenti; le quali poi ſiamo certi farſi diverſe, non per la gravità, che ſempre ſon l' iſteſſe, ma per gl' impedimenti, e oſtacoli del mezzo, che ſempre ſi augumentano, perchè non dobbiamo tener per fermo, che rimoſſo del tutto la gravità, la craſſizie, e tutti gli altri impedimenti del mezzo pieno, nel vacuo i metalli tutti, le pietre, i legni, ed in ſomma tutti i gravi ſi muoveſſer colla iſteſſa velocità?

E tanto baſti per ora aver notato ſopra queſte poche concluſioni d' Ariſtotile, e voſtre, tra le moltiſſime attenenti al moto locale, e dopo che averete, Sig. Rocco, ben bene eſaminati, ponderati, e paragonati inſieme i voſtri diſcorſi con i miei, e ridottovi a memoria il detto del Filoſofo, che *ignorato motu ignoratur natura*, giudicate con giuſta lance qual di due modi di filoſofare cammini più a ſegno, o il voſtro fiſico puro, e ſemplice bene, o il mio condito con qualche ſpruzzo di Matematica, e nell' iſteſſo tempo conſiderate, chi più giudizioſamente diſcorreva, o Platone nel dir che ſenza la Matematica non ſi poteva apprender la Filoſofia, o Ariſtotile nel toccare il medeſimo Platone per troppo ſtudioſo nella Geometria.

113

Alla facciata 176. 177. Ma paſſiamo pur a conſiderare quello, che ſcrivete S. Rocco mio nelle ſeconde ſeguenti facciate, dove ponete concetti compoſti di parole Matematiche, ma tali, che io, che ne fo profeſſione, e che ho inteſo quel che ſcrivono Euclide, Apollonio, Archimede, Tolomeo, ed altri molti celebri autori, non ne ſo trar coſtrutto alcuno.

E perchè io credo, che voi concorriate meco in ammettere, che uno, che voglia parlare d' un' arte difficile in ſe ſteſſa, e da ſe mai non ſtudiata, non poſſa sfuggir il dir coſe fuori del caſo, ed inintelligibili da chi le aſcolta, però ſe voi vi metterete la mano al petto, e facendo un ſoliloquio vi anderete rammemorando, ed eſaminando lo ſtudio, che avete fatto intorno a queſte Matematiche ſcienze, certo non mi aſcriverete a ottuſità di cervello il non trar coſtrutto dalle coſe da voi in cotal materia profferite. Contuttociò mi anderò ingegnando di penetrar qualche coſetta con voſtro guadagno, poichè nel fine di queſta parte dite, che avreſte ben caro di aver l' evidenze infallibili, che vantano i Matematici di ſimili difficultà. Però dove voi dite d' avere ſempre ſtimato difficile, inintelligibile, e per avventura falſo un voſtro comuniſſimo detto, *ſphæra tangit planum in puncto*, e perchè a così credere vi muove il manifeſto aſſurdo, e la conſeguenza falſiſſima, per tale ſtimata da i Filoſofi, e da' Matematici, perchè ne ſeguirebbe, che la linea verrebbe ad eſſer compoſta de' punti, dove all' incontro e queſti, e quella vogliono tutti, che ogni quantità continua coſti di parti ſempre diviſibili: vi riſpondo concedendovi eſſer difficile, e ſin qui ſtata quaſi inintelligibile, ma non giammai falſa la compoſizione della linea di punti, e del continuo d' indiviſibili, ed avvertite, che voi moſtrate poco ſtudio degli autori Matematici, mentre gli mettete in ſchiera con i Filoſofi, non avendo queli trattato mai cotal queſtione, ſe non forſe qualche Matematico della ſeconda, o d' altra inferior claſſe.

Io, Sig. Rocco, di parere diverſo dagli altri, ſtimo vera l'una, e l'altra propoſizione; eſſendo vero, che il continuo coſta di parti ſempre diviſibili, dico, che è veriſſimo, e neceſſario, che la linea ſia compoſta di punti, ed il continuo d'indiviſibili. E coſa forſe più inopinata vi agggiungo, cioè che eſſendo un ſolo il vero, conviene che il dire, che il continuo coſta di parti ſempre diviſibili, col dire, che il continuo coſta d'indiviſibili, ſieno una medeſima coſa. Aprite di grazia gli occhi a quella luce ſtata forſe celata ſin qui, e ſcorgerete chiaramente, che il continuo è diviſibile in parti ſempre diviſibili, ſolo perchè coſta d'indiviſibili, imperocchè ſe la diviſione, e ſuddiviſione ſi ha da poter continuar ſempre, biſogna neceſſariamente, che la moltitudine delle parti ſia tale, che giammai non ſi poſſa ſuperare, e ſono dunque le parti infinite, altrimenti la diviſione ſi finirebbe, e ſe ſono infinite, biſogna che non ſieno quante, perchè infiniti quanti compongono un quanto infinito, e noi parliamo di quanti terminati, e però gli altiſſimi, ed ultimi, anzi i primi componenti del continuo, ſono indiviſibili infiniti. Non vedete voi, che il dire, che il continuo coſta di parti ſempre diviſibili importa, che dividendo, e ſuddividendo non s'arrivi mai a' primi componenti? i primi componenti dunque ſon quelli, che non ſono più diviſibili, ed i non più diviſibili ſono gli indiviſibili. Quì ſogliono farſi innanzi i filoſofanti con atti, e con potenze, dicendo le parti diviſibili nel continuo eſſer infinite in potenza, ma ſempre finite in atto, fuga, che può eſſer, che eſſi l'intendano, e vi ſi quietino, ma io veramente non ne ſo cavar coſtrutto veruno, ma forſe il Signor Rocco me ne farà capace. Onde io domando in qual maniera in una linea lunga quattro palmi ſieno contenute quattro parti, cioè quattro linee di un palmo l'una, dico ſe vi ſono contenute in atto, o in potenza ſolamente, ſe mi dirà, contenute in potenza ſolamente, mentre non ſon diviſe, o ſegnate, ed in atto poi quando ſi tagliano, io pur gli proverò, che parti quante nè in atto, nè in potenza poſſono eſſere infinite nella linea. Imperocchè io domando di bel nuovo, ſe nell' attuar col dividerle le quattro parti, la linea di quattro palmi creſce, o ſcema, o pur non muta grandezza. Credo, che mi ſarà riſpoſto, che ella reſta della medeſima quantità per appunto; adunque concluderò io, ſe una linea reſta ſempre della medeſima grandezza, contenga ella le ſue parti quante in atto, o abbiale in potenza, non potendo ella contenerne infinite in atto, nè meno le potrà ella contenere in potenza, e così parti quante infinite nè in atto, nè in potenza poſſono eſſer nella linea terminata. Vengo ora ad un altro punto, e ammettendo queſta fuga, o trovato d'atto, e di potenza, dico, che nel medeſimo modo appunto, che voi fate contenere quattro linee d'un palmo l'una, alla linea di quattro palmi, e otto di mezzo palmo, e quattrocento d'un centeſimo di palmo, e quattro milioni di un milioneſimo, ella contiene infiniti punti, e ſe voi dite, che col ſegnarle, e dividerle potete dalla potenza ridurle all' atto, ed io vi dico, che con ſimile artifizio, anzi con più ſpedito attuerò i miei infiniti punti. E qui non credo già, che voi ricerchiate, che io cominci a ſegar la linea in due parti, e poi in quattro, e poi in otto, e ſedeci, ec. finchè arrivi agl' infiniti punti, perchè nè manco voi con ſimil progreſſo arriverete mai alla riſoluzione delle parti diviſibili ſempre, non potendo voi valicare oltre al ſempre; nè meno credo, che voleſte vedere in tavola i punti diſtinti, e ſeparati l'uno dall' altro, perchè ci biſognerebbe una tavola lunga in infinito per capire, non tanto i punti, che dico eſſer infiniti, quanto gl' intervalli infiniti tra l'uno, e l'altro; nè forſe ancora voi potreſte moſtrarmi le parti diviſibili ſeparate tutte; però conviene trovare qualch' altra maniera d'attuazione. Ditemi per tanto, ſe voi chiamareſte attuate a voſtra ſoddisfazione le ſopraddette quattto linee, quando ſenza ſtaccarne

114

l'una dall' altra, si piegassero ad angoli, e se ne formasse un quadrato, confido, che tale attuazione vi basterebbe; e quando ciò sia, il piegarla in otto angoli formandone un ottangolo, pur dovrà bastare per attuare le sue otto parti di mezzo palmo l' una, ed in somma inflettendola in poligoni di cento, mille, e cento milioni di lati, e di angoli, si verranno a attuare le centesime, millesime, e centomillesime, e centomilionesime parti quante di lei, ed io col piegarla, ed incurvarla in un cerchio, ne formerò assai più speditamente d' altri poligoni rettilinei il poligono di lati infiniti, e così avrò attuati i punti infiniti della medesima linea, il qual cerchio avrà tutti i requisiti di tutti gli altri poligoni, ed altri appresso più maravigliosi.

Il poligono di cento lati, eretto sopra un piano, lo tocca con uno de' suoi lati, cioè colla centesima parte del suo perimetro, il cerchio postovi nel mdesimo modo lo tocca parimente con uno de' suoi infiniti lati, cioè in un punto. Quel poligono nel voltarsi imprime nel piano in una sua conversione una linea retta continuata, composta degl' infiniti suoi punti, ed eguale alla sua circonferenza. Altre conseguenze poi del cerchio, ed ammirande le sentirete altra 115 volta, dove spero dimostrarvi, che la strada, che si tiene comunemente nel voler comprendere i progressi della natura, non incammina così bene i suoi Filosofi verso il termine desiderato, col bandir dalla lor mente gl' infiniti, gl' indivisibili, i vacui, come concetti vani, e perniciosi, ed esosi ad essa natura, come bene non incamminerebbe il suo scolare quel pittore, o quel fabbro, il quale gli desse per i primi precetti il dar bando a i colori, a i pennelli, all' incudini, a i martelli, ed alle lime, come materie, e istrumenti inutili, anzi dannosi a simili esercizj. Ma facciamo qualch' altra considerazioncella sopra il vostro testo, e dove voi ponete pel primo, e massimo inconveniente, che seguirebbe, se la sfera toccasse in un punto, l' esser la linea composta di punti. Già potrete vedere da quanto ho detto, che l' assurdo non è così sicuro, come voi lo fate; nè meno è vero quello, che soggiungete, che tal composizione sia stimata falsissima in Filosofia, e Matematica, perchè da i Matematici celebri tal proposizione non è trattata, non che conclusa, o negata. Soggiungete poi (e sia detto con vostra pace) un masticaticcio di cose incongruenti, ed al mio cervello senza senso, con dire, che la sfera sarà di punti, e di niuna quantità, perchè voltandola in giro, senza variar sito, o distanza (distanza? da che Signor Rocco?) sempre in un punto, e qui credo, che abbiate voluto dire, che rivolgendo la sfera in se stessa, ma sempre sopra l' istesso punto del piano, si segnerebbono sulla superficie di essa sfera cerchi, o altre linee curve infinite, delle quali essa superficie sferica sarebbe composta, ed essendo esse linee composte di punti, verrebbe anco in conseguenza ad esser di punti composta la sferica superficie, il che voi reputate impossibile, ma io no; e stimo, che siccome la linea è composta di punti, così le superficie sien composte di linee, ma e quella, e queste di punti infiniti, e di linee infinite: le conseguenze, che soggiungete poi, son ben verissime, ma non pregiudicano a nessuno. Vero è che il punto per essere indivisibile non può conferire esser divisibile, nè quanto, nè circolare, nè fare, che la sfera sia divisibile, nè quanta, nè sfera, nè sferica. E tutte queste faccende chi volesse dire, che nascono da un punto, stimo, che non avesse punto di giudizio; ma chi con giudizio compone la linea di punti, non ne piglia un solo, nè due, nè mille, o milioni, ma infiniti, sicchè il conferir divisibilità, e quantità, è virtù della infinità, la quale è una materia lontanissima dall' esser capace di quelli attributi, e condizioni, alle quali soggiacciono i numeri, e grandezze comprese dal nostro intelletto; là non entra maggioranza, minoranza, nè egualità, non vi ha luogo nè il pari, nè il dispari, ogni parte (se parte si può chiamare) dell' infinito è infinita, sicchè seb-

ſebbene una linea di cento palmi è maggiore d' una d' un ſol palmo, non però i punti di quella ſon più de i punti di queſta, ma e queſti, e quelli ſono infiniti. Il reſto, che aggiungete, che il punto non può conferir l' eſſer circolare, e che però la sfera ſarebbe indiviſibile, non quanta, non sfera, non sferica, veramente ſon con voi, anzi tengo, che nè il punto, nè altra coſa del mondo faccia, che la sfera ſia sfera inſieme, e più tengo per coſa certa, che nè meno ſia coſa potente a far per l' oppoſito, che la sfera non ſia sfera, nè sferica. Dottrina bella, e ſicura; ma ſappia il Sig. Rocco, che i Matematici, quando vogliono coſtituire una sfera, non ricorrono agl' indiviſibili, ma vanno al torniajo, ſe la vogliono di legno, al fonditore, ſe la vogliono di metallo. Dove poi ſeguendo mettete in dubbio, anzi pur dannate la mia dimoſtrazione, e che per evitar quelli evidentiſſimi aſſurdi dite, che minore inconveniente ſarebbe (ſappia S. Rocco, che appreſſo i Geometri tutti gl' inconvenienti ſono eguali, cioè maſſimi) il dire, che delle linee tirate tra due punti, non la ſola retta ſia breviſſima, ma che altre così brevi ve ne poſſano eſſere, ciò mi giunge inaſpettatiſſimo; e quando ſia vero, rallegratevi, perchè convertirete in maniera non ſolo la preſente queſtione, ma tutte le Matematiche inſieme, che mai più non moveranno aſſalti alle determinazioni filoſofiche, ed io quando vi piaccia di additarmene una ſola, che non ſia maggior della retta, mi rincuoro di trovarne più di mille altre appreſſo, ma biſogna, che troviate altra dimoſtrazione, che la mia medeſima, colla quale dite, che io concluderò in queſto ſenſo, perchè io veramente non ne ſo cavar tal concluſione. Che poi io ſupponga una falſità manifeſta, per ſalvare una propoſizione, che ha diverſe interpretazioni, non ſo quello, che voi vogliate dire, forſe l' intenderò dopo che m' avrete inſegnato, non eſſer ſola breviſſima la retta, propoſizione, che ſin ora mi par falſiſſima, ed introdotta per levar il contatto puntuale certiſſimo della sfera. Quello, che ſoggiungete per rimuover quella ragione, per la quale ſi dice, la sfera toccare in un punto, e che vi pare, che abbia buon' apparenza con dire, *che nella brevità, ove accade il contatto colla sfera, ſi trovi in quantità reale reſpettiva indifferenza all' eſſer piano, e circolare*: confeſſo la mia ignoranza, non intendendo niente, non ne ſo cavar ſenſo, e però non poſſo vedere, come ciò ſchivi l' eſſer sforzato a dire, che nel punto ſia curvatura, ma ben ſenza l' ajuto dell' enigma mi libero io dal por curvità in un punto, eſſendo quello, che ſi curva dopo il contatto nel cerchio una parte di circonferenza, compoſta di punti infiniti, e nella sfera una parte della ſua ſuperficie, contenente infinite circonferenze, infiniti archi dall' iſteſſo contatto derivanti, finalmente nel burlarvi del mio Simplicio circa le sfere materiali, moſtrate di ricordarvi poco d' Ariſtotile, che eſſo, e non Simplicio, concedendo, che la sfera in aſtratto tocchi in un punto, dice, che *ſphæra ænea non tangit planum in puncto*, e voi ora lo negate anco della aſtratta, e per creſcere errore ſopra errore ſoggiungete, che avereſte per minor aſſurdo, che le ſuperficie piane ſi toccaſſero in un punto * * * *

116

Manca il reſtante.

119

CONSIDERAZIONE

DI GALILEO GALILEI

SOPRA IL GIUOCO DE' DADI.

He nel gioco de i dadi alcuni punti ſieno più vantaggioſi di altri, vi ha la ſua ragione aſſai manifeſta, la quale è, il poter quelli più facilmente, e più frequentemente ſcoprirſi, che queſti, il che depende dal poterſi formare con più ſorte di numeri: onde il 3. e il 18. come punti, che in un ſol modo ſi poſſon con tre numeri comporre, cioè queſti con *6. 6. 6.* e quelli con 1. 1. 1. e non altrimenti, più difficili ſono a ſcoprirſi, che v. g. il *6.* o il 7. li quali in più maniere ſi compongono, cioè il *6.* con 1. 2. 3. e con 2. 2. 2. e con 1. 1. 4. ed il 7. con 1. 1. 5., 1. 2. 4., 1. 3. 3., 2. 2. 3. Tuttavia ancorchè il *9.* e il 12. in altrettante maniere ſi compongano in quante il 10. e l' 11. perlochè d' egual uſo dovriano eſſer reputati; ſi vede nondimeno, che la lunga oſſervazione ha fatto da i giuocatori ſtimarſi più vantaggioſi il 10. e l' 11. che il *9.*, e il 12.

E che il *9.* e il 10. ſi formino (e quel che di queſti ſi dice intendaſi de' lor ſoſſopri 12. e 11.) ſi formino dico con pari diverſità di numeri, è manifeſto; imperocchè il *9.* ſi compone con 1. 2. *6.*, 1. 3. 5., 1. 4. 4., 2. 2. 5., 2. 3. 4., 3. 3. 3. che ſono ſei triplicità, ed il 10. con 1. 3. *6.*, 1. 4. 5., 2. 2. *6.*, 2. 3. 5., 2. 4. 4., 3. 3. 4. e non in altri modi, che pur ſon ſei combinazioni. Ora io per ſervire a chi m' ha comandato, che io debba produr ciò, che ſopra tal difficoltà mi ſovviene, eſporrò il mio penſiero, con ſperanza, non ſolamente di ſciorre queſto dubbio, ma di aprire la ſtrada a poter puntualiſſimamente ſcorger le ragioni, per le quali tutte le particolarità del giuoco ſono ſtate con grande avvedimento, e giudizio compartite, ed aggiuſtate. E per condurmi colla maggior chiarezza che io poſſa al mio fine, comincio a conſiderare, come eſſendo un dado terminato da *6.* faccie, ſopra ciaſcuna delle quali gettato, egli può indifferentemente fermarſi; ſei vengono ad eſſere le ſue ſcoperte, e non più, l' una differente dall' altra. Ma ſe noi inſieme col primo getteremo il ſecondo dado, che pure ha altre ſei faccie, potremo fare *36.* ſcoperte tra di loro differenti, poichè ogni faccia del primo dado può accoppiarſi con ciaſcuna del ſecondo, ed in conſeguenza fare *6.* ſcoperte diverſe; onde è manifeſto tali combinazioni eſſer *6.* volte *6.* cioè *36.* E ſe noi aggiugneremo il terzo dado, perchè ciaſcuna delle ſue faccie, che pur ſon ſei, può accoppiarſi con ciaſcuna delle *36.* ſcoperte delli altri due dadi, averemo le ſcoperte di tre dadi eſſere *6.* volte *36.* cioè 21*6.* tutte tra di loro differenti. Ma perchè i punti de i tiri di tre dadi non ſono ſe non 1*6.* cioè 3. 4. 5. fino a 18. tra i quali ſi hanno a compartire le dette 21*6.* ſcoperte, è neceſſario, che ad alcuni di eſſi ne tocchino molte; e ſe noi ritroveremo quante ne toccano per ciaſcheduno, averemo aperta la ſtrada di ſcoprire quanto cerchiamo, e baſterà fare tale inveſtigazione dal 3. fino al 10. perchè quello, che converrà a uno di queſti numeri, converrà ancora al ſuo ſoſſopra.

120

Tre particolarità ſi debbon notare per chiara intelligenza di quello, che reſta: la prima è, che quel punto de i tre dadi, la cui compoſizione riſulta da tre numeri eguali, non ſi può produrre, ſe non da una ſola ſcoperta, ovvero ti-

ro

ro di dadi, e così il 3. non si può formare se non dalle tre faccie dell' asso, ed il *6.* quando si dovesse comporre con tre dui, non si farebbe se non da una sola scoperta. Seconda: il punto, che si compone da i tre numeri, due de' quali sieno i medesimi, e il terzo diverso, si può produrre da tre scoperte, come v. g. il 4. che nasce dal 2. e dalli due assi, può farsi con tre cadute diverse, cioè quando il primo dado scuopra 2. e il secondo, e terzo scuoprano asso, o scuoprendo il secondo dado 2., e il primo e il terzo asso; o scuoprendo il terzo 2., ed il primo e secondo asso. E così v. g. l' 8. in quanto resulta da 3. 3. 2. può prodursi parimente in tre modi; cioè scuoprendo il primo dado 2. e li altri 3. per uno, o scuoprendo il secondo dado 2. ed il primo, e terzo 3. o finalmente scuoprendo il terzo dado 2. ed il primo, e secondo 3. Terza: quel numero di punti, che si compone di tre numeri differenti, può prodursi in *6.* maniere, come per esempio, l' 8. mentre si compone da 1. 3. 4. si può fare con *6.* scoperte differenti; prima, quando il primo dado faccia 1. il secondo 3. e il terzo 4. seconda, quando il primo dado faccia pur 1. ma il secondo 4. e il terzo 3. terza, quando il secondo dado faccia 1. e il primo 3. e il terzo 4. quarta, facendo il secondo pur 1. e il primo 4. e il terzo 3. quinta, quando facendo il terzo dado 1. il primo faccia 3. e il secondo 4. sesta, quando sopra l' 1. del terzo dado, il primo farà 4. e il secondo 3. Abbiamo dunque fin qui dichiarati questi tre fondamenti, primo, che le triplicità, cioè il numero delle scoperte de i tre dadi, che si compongono da tre numeri eguali, non si producono se non in un modo solo; secondo, che le triplicità, che nascono da due numeri eguali, e dal terzo differente, si producono in tre maniere; terzo, che quelle, che nascono da tre numeri tutti differenti, si formano in sei maniere. Da questi fondamenti facilmente raccorremo in quanti modi, o vogliam dire, in quante scoperte differenti si posson formare tutti i numeri de i tre dadi. il che per la seguente tavola facilmente si comprende, in fronte della quale sono notati i punti de i tiri dal 10. in giù fino al 3. e sotto essi le triplicità differenti, dalle quali ciascuno di essi può resultare, accanto alle quali son posti i numeri, secondo i quali ciascuna triplicità si può diversificare, sotto i quali è finalmente raccolta la somma di tutti i modi possibili a produrre essi tiri, come per esempio

1 3 6 10	10		9		8		7		6		5		4		3	
15	6 3 1	6	6 2 1	6	6 1 1	3	5 1 1	3	4 1 1	3	3 1 1	3	2 1 1	3	1 1 1	1
21	6 2 2	3	5 3 1	6	5 2 1	6	4 2 1	6	3 2 1	6	2 2 1	3				
25	5 4 1	6	5 2 2	3	4 3 1	6	3 3 1	3	2 2 2	1						
27	5 3 2	6	4 4 1	3	4 2 2	3	3 2 2	3								
108	4 4 2	3	4 3 2	6	3 3 2	3										
108	4 3 3	3	3 3 3	1												
216		27		25		21		15		10		6		3		1

nella prima casella abbiamo il punto 10. e sotto di esso *6.* triplicità di numeri, con i quali egli si può comporre, che sono *6.* 3. 1., *6.* 2. 2., 5. 4. 1., 5. 3. 2., 4. 4. 2., 4. 3. 3. E perchè la prima triplicità *6.* 3. 1. è composta di tre numeri diversi, può (come sopra si è dichiarato) esser fatta da *6.* scoperte di dadi differenti; però accanto ad essa triplicità *6.* 3. 1. si nota *6.* ed essendo la seconda *6.* 2. 2. composta di due numeri eguali, e di un altro diverso, non può prodursi se non in 3. differenti scoperte, però se gli nota accanto 3. la terza triplicità 5. 4. 1. composta di tre numeri diversi può farsi da *6.* scoperte, onde si nota

121

nota col numero 6. e così dell' altre tutte, e finalmente a piè della colonnetta de' numeri delle scoperte è raccolta la somma di tutte: dove si vede, come il punto 10. può farsi da 27. scoperte di dadi differenti, ma il punto 9. da 25. solamente, e l' 8. da 21., il 7. da 15., il 6. da 10., il 5. da 6., il 4. da 3., e finalmente il 3. da 1. le quali tutte sommate insieme ascendono al numero di 108. Ed essendo altrettante le scoperte de i sossopri, cioè de i punti 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. si raccoglie la somma di tutte le scoperte possibili a farsi colle faccie de i tre dadi, che sono 216. E da questa tavola potrà ognuno ch' intenda il giuoco, andar puntualissimamente misurando tutti i vantaggi per minimi che sieno delle zare, degl' incontri, e di qualunque altra particolar regola, che in esso giuoco si osserva.

PROBLEMI VARJ DI GALILEO GALILEI.

PROBLEMA I.

49 PErchè causa volendo un nuotatore star fermo, e a galla nell' acqua, sia necessario, che ei stia supino, colle gambe aperte, colle braccia distese sopra il capo, e intirizzito.

La causa del problema è questa. Volendo il nuotatore star a galla, e fermo, bisogna che ei cerchi di farsi nell' acqua più leggero, che può, e questo gli succederà ogni volta, che ei si accomoderà in tal modo, che del suo corpo ne resti sommerso più, che sia possibile, perchè un peso di tanto divien più leggero nell' acqua, di quanto pesa tant' acqua eguale in mole alla parte demersa di esso peso. Ora il nuotatore stando nell' acqua supino, viene a farsi in essa leggerissimo, perchè dalla bocca, e picciola parte del viso in fuori, tutto il resto del suo corpo resta sommerso, che se in altra positura ei si accomodasse, v. g. bocconi, o per lato, non gli riuscirebbe lo stare a galla senza muoversi, perchè tanto si sommergerebbe, che cacciando la bocca sott' acqua, per non poter respirare, anderebbe a risico di affogarsi. In oltre egli è necessario, che ei tenga le gambe aperte assai, perchè essendo il nostro petto per l' aria, che in esso si racchiude, mercè dei polmoni grandi assai, molto più leggero nell' acqua, che le cosce, e le gambe, che sono massiccie e piene, non bisogna, che il nuotatore le tenga strette ed unite, perchè così il lor centro della gravità cascherebbe assai lontano dal petto, onde sarebbe sforzato il nuotatore per la lieva delle gambe, e coscie a dirizzarsi, nè potrebbe stare a diacere; dove che, se le terrà aperte e separate, il lor centro della gravità verrà più vicino al petto, e così gli faranno manco lieva. Bisogna ancora, che ei tenga le braccia distese sopra il capo, perchè tenendole così, viene a contrappesare il peso delle gambe, e delle coscie, che se le tenesse accosto a i fianchi, ajuterebbe col peso delle braccia le gambe, e le coscie a farlo rizzare, e tirarlo giù. Ed in ultimo gli convien stare colla vita intirizzata, attalchè e' venga a fare del suo corpo un composto solo, perchè se si abbandonasse, e si lasciasse andare, le braccia, e le coscie, e le gambe, essendo più gravi del petto, anderebbero al fondo, e seco tirerebbero il nuotatore.

PRO-

PROBLEMA II.

SI domanda la causa onde avvenga, che il nuotare arrechi grandissimo affanno a i nuotatori, non ostante che e' sieno leggerissimi nell' acqua, onde con ogni picciola forza facilmente per essa si muovono. 50

Si risponde, che non è la forza, che si fa per nuotare quella, che arreca l' affanno grande a chi nuota, ma l' avere a tirar sott' acqua buona quantità d' aria, mediante la necessità del respirare; il che si dichiara così. Io ho un pallone, e lo voglio col mio fiato gonfiare; piglio un cannellino di canna, lo metto nell' animella, e comincio per quello a soffiar nel pallone, certo che se detto pallone non sarà circondato da altro, che dall' aria, assai facilmente mi riuscirà il gonfiarlo; ma se piglierò poi il medesimo pallone sgonfio, e lo metterò in un vaso grande pieno di acqua, e vorrò poi gonfiarlo tenendolo in essa sommerso, chiara cosa è, che durerò una gran fatica, perchè mi converrà alzare tant' acqua col fiato, quanta è l' aria, che io caccio nel pallone. Ora colui che nuota non attrae col respirare l' aria nel petto, stando circondato da aria, dove prima con poca fatica il nostro petto si gonfia, ma dee respirare, e tirar l' aria sott' acqua, della quale tanta mole ne viene ad alzare, ogni volta che ei respira, quanta è l' aria, che respirando ei manda nel petto, i muscoli del quale non essendo usi a un esercizio tanto laborioso, grandemente si affaticano, e di qui procede l' affanno grande del nuotatore. A questo si può aggiugnere ancora, che essendo per avventura i medesimi muscoli quelli, che ajutano a muover le baccia nel nuotare, si viene loro a raddoppiar la fatica, onde e per questa, e per quella dell' avere a tirar l' aria sott' acqua, si cagiona a chi nuota l' affanno, che abbiamo detto.

PROBLEMA III.

I Funamboli, tenendo un' asta lunga in mano, facilmente camminano, e ballano sulla corda, e senz' essa con gran difficultà e appena ci possono camminare. Si domanda ora, che ajuto gli porga la detta asta.

La risoluzione del presente problema dipende da tre verissime proposizioni. La prima è tale. Io ho un pezzo di trave, e lo drizzo a perpendicolo sopra terra, drizzato che io l' ho, vedo, che non vuol stare altrimenti in piede, ma che comincia a inclinare per cadersene disteso in terra; allora se io, che lo vedo cadere, lo soccorro subito, con ogni picciola forza e lo terrò, e lo tornerò a drizzare, che non vadia giù, cosa, che non così facilmente farei, se lo soccorressi, quando ei fusse vicino a distendersi in terra. Da questa prima proposizione se ne cava la seconda, che è questa. Uno per passare un fosso è necessitato di camminare sopra un ponte strettissimo, qual sarebbe un tronco di un albero, o un pezzo di tavola larga un quarto di braccio: ora se costui averà qualche ritegno, o appoggio benchè minimo, sul quale si possa reggere, quando si sente barcollare, facilmente passerà il fosso, perchè come abbiamo detto nell' esempio della trave, basta ogni picciola forza, e resistenza per tener in piede una cosa, che accenni di voler cascare. La terza proposizione è, che con assai maggiore prestezza, e velocità si vibra, e si scuote un pezzo di legno corto colla mano, che non si fa un' asta molto lunga. Ora il Funambolo, a guisa di quello, che ha da passare il fosso pel ponte stretto, ha da camminare sopra una corda, sicchè se non avesse qualche appoggio, quando e' si sente vacillare, cascherebbe facilissimamente in terra; ma egli ha l' appoggio, e questo glie lo porge l' asta lunga, che porta in mano; perchè quando ei si sente piegare, e andar giù da una 51

ban-

banda, egli si appoggia e si aggrava dalla medesima sull' asta, la quale per esser molto lunga con gran lentezza si muove alla forza, che gli vien fatta; sicchè non così tosto ella comincia a muoversi; che il Funambolo, al quale basta ogni minimo appoggio per riaversi, si è già riavuto, e raddrizzato.

PROBLEMA IV.

IO ho due lance del medesimo peso, e della medesima lunghezza, cioè che tanto legno è in una, che nell' altra, ma una di esse è piena e massiccia, l' altra è incavata e vota a guisa di una canna; si domanda adesso qual di queste due lance più difficilmente si scavezzerà, o troncherà.

Si risponde, che la vota farà maggior resistenza nel troncarsi, che non farà la massiccia, e tanto maggiore, quanto è maggiore il diametro suo di quello della piena. Per la qual cosa quindi è, che la provida natura dovendo far gli uccelli molto leggeri, acciò più facilmente si movessero per aria, ma colle penne gagliarde, acciò potessero durare a volare, dette loro le penne dell' ali, che son quelle, che più dell' altre si affaticano, di materia leggerissima, ma col calamo voto, acciò fussero gagliarde, e resistenti al troncarsi; che se colla medesima quantità di materia gliele avesse fatte piene, assai più facilmente si potrebbono spezzare. E l' istessa industria ha osservato ancora in farli alcuni ossi, come quelli delli stinchi, e delle coscie, i quali si vedono molto sottili, e questo per leggerezza dell' uccello, ma voti dentro, perchè e' sieno più gagliardi. Ma qui potrebbe domandare uno, perchè la natura non ha fatto a i quadrupedi, e agli altri animali, che camminano sopra la terra, l' ossa delle gambe vote come quelle degli uccelli, ma molto grosse, e piene di midollo, come si vedono. Per questo si risponderà, che e' quadrupedi, ed altri animali, che vanno sopra terra, andando sempre a pericolo di urtare le gambe in sassi, o altri intoppi con pericolo di frangersi, o schiacciarsi li stinchi, era necessario, che la natura gli li facesse pieni e massicci, acciò non così facilmente si potessero schiacciare; perchè pigliando l' esempio dalle due lance con più facilità si può schiacciare quella, che è vota, che la piena. Ma gli uccelli, che vanno per aria, dove non hanno a temere intoppo alcuno, ma debbono essere principalmente leggeri, hanno gli stinchi, e le penne dell' ali vote, e per leggerezza, e perchè nel moto, che fanno nel volare, facciano più resistenza a spezzarsi.

PROBLEMA V.

ONde avviene, che le stelle ci apparischino al senso immobili, con tutto che camminino con somma velocità, sicchè in brevissimo tempo camminano grandissimo spazio del Cielo.

A tal quesito si risponderà così, che le stelle ci apparischono immobili, nel medesimo modo, che immobile ci si dimostra la lancetta dell' Oriuolo. Perchè se noi piglieremo un oriuolo, e lo accomoderemo in tal maniera, che prodotto il suo indice vadia a ferire in una stella posta in Oriente, e dall' altra parte del detto indice, che riguarda l' Occidente, porremo l' occhio, vedremo che secondo che l' indice si verrà inalzando, la stella lo seguiterà, mantenendosi sempre nell' istessa linea retta dell' indice, nè mai accaderà, che noi la vediamo o sotto o sopra di esso, sicchè ci parrà, che ella si muova al moto dell' indice, il qual moto essendo a noi insensibile, insensibile ancora ci viene a essere quello della stella, ec.

52

PRO-

PROBLEMA VI.

ONde avviene, che in tempo, che ſia nebbia, e la mattina a buon'ora ſi vede intorno alle ſiepi grandiſſima quantità di ragnateli, dove che, quando il tempo è ſereno, e nel mezzo giorno, non ſe ne vede più uno. Si vedono aſſaiſſimi ragnateli quando è nebbia, perchè i fili di eſſi, che ſono per la loro ſomma ſottigliezza inviſibili, vengono a eſſere ingroſſati da un grandiſſimo numero di ſtille minutiſſime di acqua componenti la nebbia, che ci ſi poſano ſu, onde ſi fanno viſibili, e ci appariſcono come tante filze piccoliſſime di perle, e per queſt' iſteſſa ragione ſe ne vedono ancora in gran quantità la mattina a buon' ora, perchè l' iſteſſo effetto, che cagionano in eſſi le minute ſtille della nebbia, lo cagionano anco le ſtille della rugiada, la quale gli cade ſopra la notte, onde poi la mattina ſi vedono quei carichi delle dette ſtille, le quali inſino che il Sole non le conſuma, ſon cauſa, che noi vediamo tanta gran quantità di ragnateli.

PROBLEMA VII.

ONde accade, che alcune volte dopo una nebbia ſcoprendoſi il Sole le foglie di vite, ed altre frondi divengono aride, e ſi ſeccano affatto.

La cagione di tale effetto è queſta. Si poſa (mentre dura la nebbia) ſulle foglie delle viti una grandiſſima quantità di ſtille minutiſſime di quelle iſteſſe, che ci fanno vedere i ragnateli, e queſte ſono di figura rotonda, e sferica perfettiſſima; ſi diſſolve poi la nebbia, e ſi ſcopre il Sole, i raggi del quale paſſando per quelle piccoliſſime sferette percuotono per refrazione la foglia, che ad eſſe ſoggiace, ſicchè nel medeſimo modo, che gli ſteſſi raggi paſſando per una palla di criſtallo, o per una caraffa piena di acqua, e percotendo ſull' eſca, e ſul panno, o altra coſa ſimile la riſcaldano, ed accendono, così anco paſſando per quei piccioli globetti vengono a riſcaldare talmente la foglia, che l' inaridiſcono, e ſeccano affatto. Ma è da notarſi, che non ſempre accade queſto, perchè ſe la nebbia duraſſe molto tempo, ſi verrebbono a ragunare ſu le foglie tante di quelle minute goccioline, che ſi rammonterebbono una ſopra l'altra, ſi confonderebbono inſieme, e finalmente perdendo affatto la figura sferica ſi ſchiaccerebbono, onde altro non apparirebbe ſulla foglia, che un ſottil velo di acqua, ed in queſto caſo il Sole non fa in eſſe quell' effetto, che fa mentre quelle goccioline vi ſono ſopra intatte, e intere.

PENSIERI VARJ
DI GALILEO GALILEI.

1 IL Dire, che le opinioni più antiche ed inveterate ſieno le migliori è improbabile; perchè ſiccome d' un uomo particolare l'ultime determinazioni pare che ſieno le più prudenti, e che con gli anni creſca il giudizio, così dell' univerſalità degli uomini pare ragionevole che l' ultime determinazioni ſieno le più vere.

2. Senſum viſus aſſeris omnium maxime fallaciis eſſe obnoxium, ob idque non leviter, quæcumque viſui occurrunt, eſſe credenda: fateor; ſcias tamen te contra te ipſum obloqui. Dicam enim ego: quia viſus, præſertim in maximis diſtantiis, decipitur, hinc factum eſt, ut omnes homines ad hæc uſque tempora ob viſus imbecillitatem decepti ſint, credentes triformem Saturnum unam tantum eſſe ſtellam; Jovem ſolitarium incedere, cum tamen quatuor adſtent illi circulatores; Lunam eſſe ſuperficie perpolita; aſperam tamen & tuberoſam exiſtentem deprehendimus; Venerem atque Mercurium ſemper circulariter intra naturalis potentiæ cancellos obſtrictos latere; oculis vero noſtris mira perſpicillorum efficacia munitis obviam ſeſe fecerunt.

3. Si corpora phyſica non ex indiviſibilibus conſtant, ſed habent quanta minima in quæ reſolvantur, inquirendum eſt de ipſorum minimorum figuris, quæ dubio procul erunt ſphæricæ. Afferunt enim cauſam, cur minima naturalia neceſſario ſint quanta, quia ſcilicet talis forma, ut puta lapidis, terræ, auri, ſub minori quantitate conſiſtere nequit. Cum autem tres ſint quantitatis dimenſiones, dicendum eſt, formam illius corporis phyſici ſub minore longitudine, latitudine, & profunditate conſiſtere non poſſe. Dimenſiones autem iſtæ in corpore non organico non differunt niſi ſecundum noſtram conſiderationem; æqualia ergo erant in minimis hiſce componentibus, & per conſequens quia minima erant phyſica.

4. Fixæ ſunt admodum exiguæ, adeo ut neque Canis ipſe multa ſuperet minuta ſecunda. Licet quatuor mediceorum Planetarum periodi velociſſimæ ſint, nunquam tamen huc uſque iidem fuerunt ſitus, vel eædem intercapedines. Quod liquido conſtat, ſi conſequentes deinceps Conſtitutiones obſerventur, quæ eumdem ordinem minime ſervant: quod ſi & horum, numero tantum quatuor, breviſſimæ reſtitutiones irrationales ſunt, quid quæſo de aliis ſeptem erronibus exiſtimandum? Quis eorum errores ſtatutis legibus excribet?

5. Utimur tanquam rationali menſura temporibus revolutionis diurnæ, & eorum particulis menſtruas Lunæ, ſolis annuas, alias reliquorum Planetarum reverſiones metiri conſuevimus, quæ tum inter ſe, tum primæ lationi incommenſurabiles cum ſint, irrationabiles ergo, & prorſus inexplicabiles extant. Quapropter iis, qui ſequentur, Aſtronomis, ſicuti & ſuperioribus omnibus, negotium in Aſtronomia non deerit. Inſuper reliquarum omnium lationum menſuram facimus diurnam revolutionem, ejuſque particulas, quaſi & ipſa æquabilis & uniformis ſit, æqualeſque illius arcus æqualibus temporibus reſpondeant; ſed quis obſervavit, quis vidit Æquatoris æquabilem eſſe tranſitum?

6. Calidi eſt rarefacere & frigidi condenſare. Numquid corpus aliquod, quod in aqua frigida non deſcendat, quia denſior, deſcendat idem in calida, quia rarior?

7. In Vaſculis vitreis occluſis liquores & fructus diu forte ſervantur.

8. Eſſe

8. Esse in gravi repugnantiam intrinsecam ad motum instantaneum, adeo ut non ratione medii impedientis contingat successio & tarditas, qua dempta scilicet per vacuum intervallum, mobile instantanea casurum foret celeritate, patet vel maxime ex eo, quod in principio lationis lente movetur, impetumque ac celeritatem acquirit successive, quod minime contingeret, si a principio intrinseco inesset illi propensio ad instantaneum motum. Cum enim tam in principio quam in medio lationis eadem semper habeatur medii resistentia, aeris nempe quiescentis, motus esset æquabilis orsus ab eodem principio, factus in eodem medio semperque eodem modo disposito.

9. Crediderunt Peripatetici causam scintillationis Fixarum esse remotionem, ob quam visus noster debilis & trepidans ad illas pervenit; sed ut rectius loquantur, ob quam illarum fulgor debilis ac titubans ad oculum pertingit; quod de more ex diametro falsum erit. Nam fixę scintillant, quia suapte natura lucidæ fulgorem ab intra emittunt, radiosque fulgentissimos vibrant. Planetæ vero suapte natura obscuri alieno tantum lumine in superficie pinguntur. Languet exinde eorum lux adscititia, quæ moveri desinit in Planetarum corpora impingens.

10. Dicis stellarum infra tertiam magnitudinem nullas esse operationes, deque illis nullam ab Astronomis curam haberi. Verum tuam inscitiam non agnoscis? Nonne Nebulosarum curam maximam geris? At nebulosæ quid aliud sunt, quam stellarum infra tertiam magnitudinem congeries?

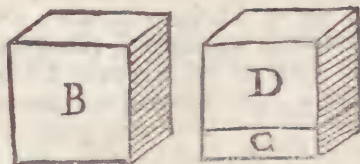
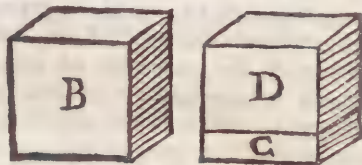
11. Motus deorsum gravibus est naturalis, quatenus ea restituit in bonam constitutionem, quæ prius erant in mala, & sic motus etiam sursum iisdem naturalis est, ut cum lignum ex aquæ fundo fertur ad superficiem, ut ibi naturaliter quiescat; ita quoque arboris ramus attollitur sursum naturaliter, quia vi inflexus fuerat.

12. E' bella cosa il sentire alcuni Peripatetici ignorantissimi di Matematica farsi avvanti con dire, che Aristotile fu così gran Matematico quanto altri, quasi che tanto basti, che Aristotile ne abbia saputo per se e per loro.

13. Che il fumar dell'acque dei pozzi l'inverno non venga da lor calore è manifesto, perchè i panni, che si asciugano al sole, l'inverno fumano, e la state no, e l'alito si vede l'inverno, e non la state.

14. Si Luna esset speculum, ad imagines circumadstantium corporum pingeretur, ipsorumque simulacra ad nos retorqueret. Verum solis ac stellarum idola ob nimiam illarum a Luna distantiam, nec non ob Lunæ a nobis elongationem, itemque ob ejus sphæricitatem omnino inconspicua forent. Afficeretur igitur universa Lunæ superficies ab imaginibus totius ętheris circumfusi, cujus colore coloraretur; invisibilis ergo esset Luna in Cœlo, ac solis lumen nullatenus ad nos retorqueret. Sol enim in hemsphęrio Lunæ eam occuparet partem, quam corpus illius in toto fere cœlo occupat. Posita solis diametro gr. 0. m. 34. erit ejus discus ad sui cœli superficiem ut 1. ad 221760.

15. Sia il solido B in specie egualmente grave come l'acqua; e sia la mole C più grave in specie del solido B, ma di gravità assoluta eguale ad esso; sarà dunque la mole C minore della mole B. Pongasi la mole C D eguale alla B, ed intendasi la parte D esser aria. Adunque D essendo aria, in aria non peserà niente, e però tutta la mole C D peserà in aria quanto C, cioè quanto B: Le moli dunque B, C D in aria pesano egualmente. Dico che anche in acqua saranno eguali in peso, cioè, che nè anco C D peserà nulla. Imperocchè pesando il solido C in aria quanto la mo-

le B, cioè, quanto una mole d'acqua eguale a C D, ed in oltre pesando C in acqua meno che in aria, quanto è il peso in aria d'una mole d'acqua eguale alla mole C; adunque C in acqua pesa quanto una mole d' acqua eguale alla mole D in aria. Ma la gravità in aria d' una mole d'acqua D è eguale alla leggerezza d' altrettanta mole d'aria in acqua; adunque la gravità del solido C in acqua è eguale alla leggerezza della mole d'aria D in acqua: adunque il composto C D in acqua non pesa nulla, come B.

16. In ogni mobile che debba esser mosso violentemente pare, che sieno due specie distinte di resistenza; l'una che risguarda quella resistenza interna, per la quale noi diciamo più difficilmente alzarsi una pietra di mille libbre, che una di cento: l' altra che ha rispetto allo spazio per il quale si ha da fare il moto; e così maggior forza ricerca una pietra ad esser gettata lontana cento passi, che cinquanta. A queste diverse resistenze rispondono proporzionatamente i due diversi motori, l'uno dei quali muove premendo senza percuotere, l' altro opera percuotendo. Il motore che opera senza percossa non muoverà se non una resistenza minore, benchè insensibilmente della sua virtù o gravità premente, ma la muóverà bene per spazio infinito, accompagnandola sempre colla sua stessa forza: e quello che muove percuotendo, muove qualsivoglia resistenza benchè immensa, ma per limitato intervallo; onde io stimo vere queste due proposizioni: il percuziente muovere infinita resistenza per finito e limitato intervallo: il premente muovere finita e limitata resistenza per infinito intervallo. Sicchè al percuziente sia proporzionabile l'intervallo, e non la resistenza; ma al premente la resistenza, e non l'intervallo. Le quali cose considerate mi fanno dubitare, che il quesito del Sig. Francesco sia inesplicabile, come quello che cerchi agguagliare cose non proporzionabili, che tali credo io, che sieno le azioni della percossa, e della pressione, siccome nel caso particolare qualunque resistenza, che sia nel cuneo B A, sarà mossa da qualunque percuziente C ma per limitato intervallo come tra i punti B A. Ma dal premente D non qualunque resistenza sia nel cuneo B A sarà spinta, ma una limitata e non maggiore del peso D. Ma questa non sarà spinta per il limitato intervallo tra i punti B A, ma in infinito, essendo sempre ugual resistenza nel medesimo mobile A B, come si deve supporre, non si facendo menzione in contrario nella proposta.

17. Appresso le scuole de' Filosofi è approvato per vero principio, che del freddo sia proprietà il ristrignere, e del caldo il rarefare. Ora stante questo, intendasi, che l' aria contenuta nello strumento sia della medesima temperie, che l'altra aria della stanza dove si pone, e così per ritrovarsi questi due corpi egualmente gravi in specie, ne segue che l'uno non scaccia l'altro, come a quello che per non acquistar niente è meglio restar quivi. Ma se l'aria circonfusa alla palla si raffredderà con l' imporvi qualche corpo più freddo, i calidi contenuti nell' aria compresa nella palla, come quelli che per esservi un mezzo men leggeri di loro, se ne saliranno in alto, e tal aria diverrà più fredda di prima: e così per l' antidetto principio si ristrignerà e terrà meno luogo, ne detur vacuum, onde il vino salirà su ad occupare il luogo lasciato vuoto dall'acqua, e di poi riscaldata tal aria, rarefacendosi e tenendo maggior luogo verrà a scacciare e mandar giù il vino, il quale come grave volentieri le cederà quel luogo; onde ne segue che il freddo non sia altro che privazione di caldo. Che gli uomini muojano interrizziti dal freddo avviene che il freddo ambiente va consumando tutti quegli atomi ignei, che trova nelle membra, onde non v'essendo più il calor naturale,

rale, si muore. L'acqua posta in una stanza si trova nella medesima temperie, che la stanza dove si pone partecipando ambedue ugualmente di atomi ignei: Ma che una mano che tenuta in aria ti par calda, poi posta nell'acqua si raffredda, questa ne è la cagione considerandosi il caldo esterno e l'interno; che mentre resta in aria, gli atomi ignei suoi proprj hanno luogo d'uscire, che son quelli, che cagionano il caldo; ma posta in acqua, le particole d'essa tornano e serrano gli aditi onde escono i detti atomi, essendo le parti dell'acqua maggiori delle porosità, per le quali essi scappano fuori, il che non avviene nell'aria, trovando il campo libero, come quelli che non son tenuti dalle parti dell'aria per esser minori de'pori, onde erumpunt, essendo che il caldo non sia altro, che il contatto e solleticamento di quegli atomi calidi, i quali nello scappar fuora trovano le membra del corpo. L'aria freddissima per Tramontana è più fredda del diaccio e della neve. In confermazione di che se si approssimerà allo strumento in tal tempo o della neve o del diaccio, il vino calerà notabilmente. In oltre per confermar questo, un vaso pien d'acqua posto nell'acqua non ghiaccerà, e posto in aria ghiaccerà. In oltre l'acque de'Fiumi dovriano agghiacciarsi nel fondo, dove son più lontane dal caldo dell'aria, e non nella superficie, dove son vicinissime all'aria, ma ne segue il contrario; onde nell'istessa maniera, cioè dall'operazione del caldo e del freddo si maturano tutte le frutte e biade, perchè se considereremo la struttura e fabbrica di quelle, prima vedremo: L'uva è composta di grani o vogliamo dire vesciche, e questo si vede apparentemente nell'uva, dove ogni grano è una vescica: il simile ne'pomi granati, fichi, cocomeri ed altri; onde tali vesciche essendo piene d'umore, venendo il caldo del Sole, le spreme e sgonfia, e mandano fuori parte di quell'umore, onde la sera son passe. Ma nel sopragiugner la notte, e raffreddandosi l'aria, tali vesciche si vengono a riempire di nuovo umore, e maggior di quello, che il giorno avanti avevano mandato fuori, onde esse vesciche vengono a molto più farsi capaci, e per questa alterazione si maturano, facendo l'istesso effetto che fa l'istrumento, in confermazione di che si veggono la mattina durissime. D'onde avvenga che il velluto tenga caldo, e l'ermisino fresco, ciò è causa, perchè questo, come quel che si accosta benissimo alla carne, serra i pori, onde restano i calidi dentro, e così non si genera il caldo, ed il simile avviene nelle pellicie. In un fiasco si può costipare tant'aria, che pesi oltre al peso ordinario del fiasco e dell'aria, quanto un coso di venti soldi, onde ne seguita ch'ella sia grave e non leggiera, perchè se ella fusse tale, quanta più aria si costipasse nel fiasco, tanta più forza avrebbe d'andare in alto, come si vede che un vaso quanto più s'empie di terra, tanto più va al fondo.

18 Le parti quante nella linea terminata o sono finite o infinite, Finite no, perchè la divisione non si estenderebbe in infinito; Infinite no, perchè la linea proposta sarebbe stata infinita in lunghezza. Dico nè esser infinite, nè finite; ma esser tante, che rispondono ad ogni numero, e rispondendo ad ogni numero non sono infinite, perchè nessun numero è infinito, nemmeno sono finite, cioè determinate da qualche numero, perchè d'ogni numero determinato ce ne sono altri maggiori.

La fallacia è nel distinguere dicendo, o sono finite o infinite; perchè il finito e l'infinito sono differenti di genere; ed in questa guisa non è buona divisione, l'avorio o è giallo o è dolce, potendo essere nè giallo nè dolce.

Dirà alcuno, io divido la linea in due parti quante, poi in quarti, poi in 100, nè mai arrivo al fine della divisione; adunque nella linea è l'infinito de' quanti. S'inganna questo nel suo discorso, perchè non meno dista dall'infinito il 1000, che il 100, o che il 20, o che il 4; e dal 4 al 20, poi al 100, ed al 1000 ec. non si cammina verso la infinità; onde questa inquisizione non ci

può

può accertare, se vi sia l'infinito o no; siccome quello, che partendo da Venezia naviga sempre verso mezzo giorno non trovando mai Costantinopoli, non può dire, Costantinopoli è lontana da Venezia in infinito, potendo essere ovvero che Costantinopoli non sia in natura, ovvero che quella strada non vadia in quel verso: ma potria ben dire tal distanza esser infinita, quando andando a quella volta dove fusse Costantinopoli, fusse impossibile l'arrivarvi mai. Concludo adunque, che la via della divisione, e suddivisione non camminando verso l'infinito, non ci serve niente per concludere se vi sia o no. Puossi continuar sempre la divisione, senza che mai le parti siano infinite, ma sempre contenute da qualche numero, del quale non ve ne sia un altro maggiore, nè vi è numero che sia infinito.

Quello che risponde a tutti i numeri non è di necessità infinito, perchè non v'è numero alcuno infinito, e quello che è determinato da qualche numero, non risponde a tutti i numeri, perchè nessun numero include tutti i numeri. Adunque quello che è determinato da qualche numero è altro, che quello, che risponde a tutti i numeri; e quello che risponde a tutti i numeri è altro che l'infinito. Adunque abbiamo tre cose differenti, cioè quello che è determinato da qualche numero, quello che risponde a tutti i numeri, e l'infinito. Chi dunque dirà, che le parti del continuo son tante, che rispondono ad ogni numero, dirà bene.

19 Cercasi per qual cagione i luoghi montuosi o vicini alle gran montagne siano più degli altri sottoposti alle tempeste, fulmini, tuoni, e baleni. Forse la cagione è tale. Levansi nella terra vapori, ed esalazioni. Sono i vapori materia delle piogge, nebbie e nuvole. Ma l'esalazioni producono stelle cadenti, travi, ed altre impressioni ignee. Queste son frequenti nell'Estate per le molte esalazioni elevate dal caldo del sole. Quelle abbondano nell'inverno e ne' tempi non caldi per la copia de' vapori umidi; e mentre che l'aria sarà ripiena di semplici vapori, darà semplicemente pioggia e nevi; ma se vi saranno in copia semplici esalazioni, vedrannosi le sole impressioni ignee sopradette. Ma se nell'istesso tempo abbonderanno nell'aria e vapori ed esalazioni, allora per il contrasto delle contrarietà, l'esalazioni serrate e combattute da' vapori produrranno tuoni lampi e saette, ed i vapori per l'antiperistasi dell'esalazioni non solo in pioggia, ma in grandine e tempesta si scioglieranno. Ora a ciò si elevino nell'istesso tempo e l'esalazioni ed i vapori, sono i luoghi montuosi accomodatissimi, e massime nel tempo caldo. Imperocchè ferendo il sole i dorsi de' monti esposti a mezzo dì ad angolo retto, gli risecca e n'estrae copia grande d'esalazioni; Ma dai dorsi boreali, e dalle valli profonde ed umide ascendono in gran copia i vapori, i quali mescolati con l'esalazioni sono materia atta a produrre mediante le loro contrarie qualità quegli effetti più violenti di tuoni, lampi, fulmini, grandini, tempeste, dove che dalle pianure lontane dai monti, per esser loro nello stesso modo ferite dai raggi solari, non si fanno elevazioni di materie contrarie, ma simili ed atte a produr effetti uniformi e meno violenti. L'inverno poi per l'abbassamento del sole pochissime esalazioni dai monti, e meno dalle pianure si elevano; onde in quella stagione si hanno solamente gli effetti dei vapori, cioè pioggie, nevi ec. In oltre da' Paesi montuosi maggior copia di vapori e di esalazioni si elevano, che dalle pianure, perchè la superfizie v. g. di dieci miglia di paese montuoso è assai maggiore che quella di dieci miglia di piano, e perchè l'evaporazioni si fanno dalla superficie, adunque ec. Dico in oltre maggior copia di vapori elevarsi dalla Terra umida, che dall'acqua, perchè l'acqua come diafana trasmette i raggi del sole, e meno si riscalda, che la Terra opaca, la quale riscaldata più, maggiormente fuma. Segno di ciò sia, che in un giorno di state, d'un vaso d'acqua profonda, poca se ne asciugherà, ma

se

ſe ſi continuerà d'aſpergere ſottilmente una pietra, o una tela, grandiſſima copia d'acqua ſi convertirà in vapore. Poco dunque di vapori, e meno di eſalazioni ſi eleva dal mare.

20 Aquam in ſua regione non gravare colligunt ex eo, quod ſi quis in profundo maris locetur, pondus imminentis aquæ non ſentiat. Id autem ſi recte dictum eſt, inferam ego, non modo aquam non gravare, verum potius levitare. Nam ſi magnus e. g. lapis in profundo maris ponatur, non modo ob imminente aqua non reddetur gravior, verum longe minus ponderabit, quam ſi aqua ablata fuerit.

21 Incaleſcat vitreum vas oris anguſtiſſimi, donec aer extrudatur, ſtatimque obturetur, ne novus ſubintret aer, & ita exinanitum ponderetur in libra exactiſſima; deinde immiſſum idem vas in aqua aperiatur, ingredietur tantundem aquæ, quantum deſiderabatur aeris: hæc aqua ſervetur in alio vaſe, deinde primum vas optime ſiccatum iterum ponderetur jam naturali aere repletum, ponderabit dubio procul magis quam antea dum eſſet exinanitum, acceptaque ponderum differentia erit pondus aereæ molis aquæ ſervatæ æqualis.

22 Fannoſi liti e diſpute ſopra l'interpretazione d'alcune parole d'un teſtamento d'un tale, perchè il teſtatore è morto, che ſe fuſſe vivo, ſarebbe pazzia il ricorrere ad altri che a lui medeſimo per la determinazione del ſenſo di quanto egli avea ſcritto. Ed in ſimil guiſa è ſemplicità l'andar cercando i ſenſi delle coſe della natura nelle carte di queſto o di quel Filoſofo più che nell'opere della natura, la quale vive ſempre, ed operante ci ſta preſente avanti gli occhi veridica ed immutabile in tutte le coſe ſue.

IL FINE.

INDI-

INDICE

DELLE COSE NOTABILI

Che ſi contengono nei primi tre Tomi dell'Opere di Galileo Galilei.

Le Lettere A, B, C, ſignificano Primo, Secondo, e Terzo Tomo, e i numeri accennano le pagine.

A

B

C

D

F

I

K

L

Del

Del

M

Superio-

in

N

O

P

Sue

Det-

Il fine del Tomo Terzo.